

**UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA**  
**“JULIO DE MESQUITA FILHO”**  
**Campus de Rio Claro**

**Instituto de Geociências e Ciências Exatas**

**TAÍS ALVES MOREIRA BARBARIZ**

**A CONSTITUIÇÃO DO CONHECIMENTO MATEMÁTICO EM UM  
CURSO DE MATEMÁTICA À DISTÂNCIA**

Tese de doutorado apresentada ao Programa de Pós-Graduação/Doutorado em Educação Matemática da UNESP – Universidade Estadual Paulista de Rio Claro - Área de Concentração: Ensino e Aprendizagem da Matemática e seus Fundamentos Filosófico-Científicos, como parte dos requisitos para obtenção do título de Doutora em Educação Matemática.

**Orientadora:** Prof<sup>ª</sup> Dr<sup>a</sup> Maria Aparecida Viggiani Bicudo.

Rio Claro (SP)  
2017

510.07 Barbariz, Taís Alves Moreira  
B229c A constituição do conhecimento matemático em um curso  
de matemática à distância / Taís Alves Moreira Barbariz. -  
Rio Claro, 2017  
451 f. : il., figs., gráfs., quadros

Tese (doutorado) - Universidade Estadual Paulista,  
Instituto de Geociências e Ciências Exatas  
Orientador: Maria Aparecida Viggiani Bicudo

1. Matemática - Estudo e ensino. 2. Fenomenologia. 3.  
Educação à distância. 4. Geometria. 5. Hans Freudenthal. I.  
Título.

TAÍS ALVES MOREIRA BARBARIZ

A CONSTITUIÇÃO DO CONHECIMENTO MATEMÁTICO EM UM  
CURSO DE MATEMÁTICA À DISTÂNCIA

Tese de doutorado apresentada ao Programa de Pós-Graduação/Doutorado em Educação Matemática da UNESP – Universidade Estadual Paulista de Rio Claro - Área de Concentração: Ensino e Aprendizagem da Matemática e seus Fundamentos Filosófico-Científicos, como parte dos requisitos para obtenção do título de Doutora em Educação Matemática.

**Comissão Examinadora**

Prof<sup>ª</sup> Dr<sup>ª</sup> Maria Aparecida Viggiani Bicudo (Orientadora)  
UNESP/Rio Claro, SP

Prof. Dr. Adlai Ralph Detoni  
UFJF/Juiz de Fora, MG

Prof. Dr. Flávio de Souza Coelho  
Colégio Militar/Juiz de Fora, MG

Prof. Dr. Marcus Vinícius Maltempi  
UNESP/Rio Claro, SP

Prof. Dr. Orlando de Andrade Figueiredo  
UNESP/Rio Claro, SP

Rio Claro, 16 de março de 2017

Resultado: APROVADA

Mais próximo do que todos e presente em todos os momentos,  
dedico essa tese ao meu companheiro, meu amigo, meu amor, ***Daniel***.  
Seu cuidado, seu amparo, não podiam ser maiores.  
Sua força me deu forças para continuar.

## AGRADECIMENTOS

Muitas são as maneiras de iniciar este registro de gratidão porque muitas são as pessoas a quem desejo me dirigir. O sentimento que me toma nesse momento enlaça a todos os que comigo caminharam ao longo de todas as etapas que vivenciei no processo desse doutoramento.

*No âmbito mais estreito da vida acadêmica, agradeço:*

À minha orientadora nesta pesquisa, Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Maria Aparecida Viggiani Bicudo, por ter estado junto a mim, orientando, ensinando, corrigindo, guiando. Agradeço pela oportunidade de poder com ela conviver e aprender muito em todos os momentos.

À Universidade Estadual Paulista, Campus de Rio Claro e ao Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática pela oportunidade de realizar esta investigação

À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – CAPES, pelo financiamento dessa investigação.

Ao Centro de Educação Continuada em Educação Matemática, Científica e Ambiental – CECEMCA, agradeço pela possibilidade de parceria e auxílio para a realização do curso à distância que projetamos para a constituição dos dados dessa pesquisa, assim como à Pró-reitoria de Extensão da UNESP – PROEX, pela certificação do curso à distância realizado na constituição dos dados dessa pesquisa.

Aos membros da banca do exame de qualificação e defesa Prof.Dr. Adlai Ralph Detoni, Prof.Dr. Flávio Coelho, Prof.Dr. Marcus Maltempi e Prof.Dr. Orlando Figueiredo pelo aceite, leitura atenta e dedicada e pelas valiosas contribuições.

Aos alunos do curso *Geometria: do que trata?*, que possibilitaram nossa vivência junto à Matemática, ao computador e a cossujeitos, permitindo, dessa maneira, adentrar o fenômeno investigado.

Ao grupo de pesquisas Fenomenologia e Educação Matemática – FEM, agradeço pela contribuição em minha formação como pesquisadora e pelo aprendizado proporcionado.

*No âmbito mais amplo, que acolhe familiares e amigos, agradeço:*

À minha família, filhos e filha, genro e noras, netas e netos pela torcida, pela distância que precisamos manter nesses anos Espero que a dedicação aos meus afazeres acadêmicos possa servir como exemplo para a geração que se inicia.

Ao amigo e para sempre orientador Prof. Dr. Adlai Ralph Detoni, que me abriu os horizontes da Filosofia e da Fenomenologia, incentivando-me sempre, auxiliando-me quando foi necessário, companheiro de pesquisas e de estudos.

À Educadora Matemática Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Maria Anastácio Amoroso Queiroga pelo incentivo e pela amizade que sempre me dedicou, desde minha chegada à UFJF para um curso de especialização em Educação Matemática em 2003.

Aos orientandos da Prof<sup>a</sup> Maria, amigos de nosso grupo de estudos, que carinhosamente apelidamos de *Pequeno FEM*, Flávio, Jamur, Rose, Anderson, José Milton e Bruno endereço minha gratidão pelo companheirismo, pela oportunidade de aprofundamento dos temas que juntos estudamos e que me trouxeram compreensões e avanços.

Aos colegas do GPIMEM, Helber Almeida, Maria Tereza Zampiere, Aparecida Chiari e Marília Zabel que, comigo e com o amigo Flávio, estudamos no GEEaD a Educação à Distância, estabelecendo um diálogo entre os dois grupos de pesquisa em Educação Matemática, Informática e Mídias e Fenomenologia.

À Secretaria deste Programa, pela orientação e ajuda sempre que solicitada e aos que trabalham na administração do Departamento de Educação Matemática e aos que indiretamente contribuíram para o funcionamento desta universidade.

À dedicação da Prof<sup>a</sup> Ms. Cássia Segregio na leitura atenta e revisão do texto da tese e à prestimosa ajuda da amiga Cecília Dourado, na revisão do Abstract, em língua inglesa.

*Sinto que Bons Espíritos me guiaram e mantiveram meu ânimo. Por eles acompanhada e inspirada no exemplo de perseverança e dedicação à academia de meu pai, Ibituruna Barbariz, advogado, professor e mestre em Filosofia, vejo com esse trabalho concretizado sonhos, o dele e o meu.*

*“Se o objetivo é captar o sentido da realidade,  
esta é sempre uma realidade para o ser humano,  
o qual deve possuir os instrumentos que lhe permitam captá-la.  
Assim se delineia a prioridade da questão do conhecimento;  
não porque tudo se resolva com o conhecer,  
mas porque o conhecimento  
é o instrumento fundamental para compreender como são feitas as coisas.”*

*(Ales Bello, 2016, p.16)*

## Resumo

Esta pesquisa tem por meta compreender a constituição de conhecimento matemático, tomando como foco a experiência vivenciada no mundo-vida da Educação a Distância. O desdobramento dos estudos persegue a questão, objetivo da investigação: *Como se constitui o conhecimento matemático quando se está junto à Matemática, ao computador e aos sujeitos?* A pesquisadora assume, para isso, a postura filosófica-fenomenológica, entendendo que a Fenomenologia busca a *ir-às-coisas-mesmas*, não deduzindo consequências de pressupostos teóricos. Assim, a pesquisadora foca sua análise nas vivências em que o sentido vai se fazendo para ela. Para a constituição dos dados foi projetado um curso na modalidade à distância sobre Geometria, tomando como inspiração o tratado em dois capítulos de duas obras de Hans Freudenthal que tratam dessa parte da Matemática. Os procedimentos que conduzem a investigação tomam como dados, constituídos para esse fim, dois momentos distintos. O primeiro momento se deu na temporalidade da preparação do curso, quando se constituíram os dados que tiveram como solo os registros da pesquisadora, sujeito da investigação, que buscou, de modo atento, dar-se conta do por ela percebido nesse movimento, descrevendo essa percepção tal como a ela aparece no fluxo de sua lembrança. O segundo momento selecionado para análise e interpretação se constituiu de um dos diálogos, destacado entre todos os que ocorreram durante a realização do curso. Este diálogo mostrou-se exemplar pelo fato de apresentar diferentes maneiras de participações nas atividades do curso, como a apresentação de outros autores, que não os indicados no curso, para dialogar e auxiliar nas compreensões dos assuntos tratados, e, também por trazer outros alunos no movimento do diálogo em que um comenta a fala do outro, ratificando-a ou trazendo-a em sua própria reflexão. Todos os registros, do primeiro e do segundo momento, foram interpretados como um único movimento, à luz da interrogação que conduz esta pesquisa. A esta interpretação seguiu-se o movimento de metainterpretação, onde a pesquisadora busca transcender às compreensões constituídas por meio da pesquisa. Nesse momento, a pesquisadora compreendeu, ainda, abranger a busca de sentido que isso que está em constituição faz para o sujeito que indaga pelo que diz para ele. Ao explicitar o *como* se constitui o conhecimento matemático, estando junto a sujeitos, na realidade do ciberespaço, a pesquisadora deu-se conta de que sua pesquisa se dá em uma direção que aprofunda compreensões a respeito dos modos pelos quais se dá a produção de conhecimento pelos seres humanos com mídias.

Palavras-chave: Educação Matemática, Conhecimento Matemático, Fenomenologia, Educação à Distância, Geometria, Hans Freudenthal.

## Abstract

This research aims to understand the constitution of mathematical knowledge, focusing on the experience lived in the Distance Education life-world. The studies unfolding pursues the question which is the aim of the investigation: How is mathematical knowledge constituted when one is close to Mathematics, the computer and co-subjects? The researcher assumes, for this, the philosophical-phenomenological position, understanding that Phenomenology aims to go-to-things-themselves, without deducing consequences of theoretical presuppositions. The researcher thus focuses her analysis on her living experiences in which it is making sense to her. For the constitution of data, a Geometry distance learning course was projected, inspired in two chapters of two Hans Freudenthal works that deals with this branch of Mathematics. The investigation procedures took two distinct moments as data, which was constituted specifically for this purpose. The first moment occurred in the temporality of the preparation of the course, when the constituted data had the researcher, the investigations subject, own records as its soil. She has attentively sought of her perceptions in the movement to describe this as it shows in her remembrance flow. The second moment selected for analysis and interpretation consisted of one of the dialogues, highlighted among all occurred during the realization of the course. This dialogue showed itself exemplary because it presented different ways of participating in the course activities, such as the presentation of authors other than those indicated in the course, dialoguing and helping in understanding some matters discussed, and also to bring other students into the dialogue movement in which one comments the speech of the other, ratifying it or bringing it in his/her own reflection. All records, from the first and second moments, were interpreted as a single movement, in the light of the interrogation which drives this research. This interpretation was followed by the meta-interpretation movement, where the researcher seeks to transcend the understandings constituted through the research. The researcher further understood that it encompasses the search for sense that what is in constitution makes for the subject who inquires what it tells her. In explaining *how* mathematical knowledge is constituted, being close to co-subjects, in the reality of cyberspace, the researcher realized that she understood that her research takes place in a direction that deepens understandings about the ways in which knowledge production takes place by humans with media.

Key words: Mathematics Education, Mathematical Knowledge, Phenomenology, Distance Education, Geometry, Hans Freudenthal.

## **LISTA DE FIGURAS**

<b>FIGURA 1 – O MOVIMENTO DA PESQUISA .....</b>	<b>140</b>
<b>FIGURA 2 - A CONSTITUIÇÃO DO CONHECIMENTO .....</b>	<b>144</b>
<b>FIGURA 3 – O FLUXO DAS VIVÊNCIAS .....</b>	<b>145</b>
<b>FIGURA 4 – A LEMBRANÇA .....</b>	<b>145</b>
<b>FIGURA 5 – A BUSCA DE SENTIDO .....</b>	<b>146</b>

## **LISTA DE QUADROS**

<b>QUADRO 1 - CONVERGÊNCIAS DE SENTIDO E SIGNIFICADO .....</b>	<b>94</b>
<b>QUADRO 2 – IDEIAS NUCLEARES .....</b>	<b>96</b>
<b>QUADRO 3 – IDEIAS NUCLEARES ABRANGENTES .....</b>	<b>96</b>
<b>QUADRO 4 – PARTICIPAÇÃO NOS FÓRUNS DO MÓDULO 1 .....</b>	<b>115</b>
<b>QUADRO 5 – PARTICIPAÇÃO NOS FÓRUNS DO MÓDULO 2 .....</b>	<b>116</b>

## **LISTA DE GRÁFICOS**

<b>GRÁFICO 1 – REDE DE CONVERGÊNCIAS .....</b>	<b>98</b>
--	-----------

## SUMÁRIO

INTRODUÇÃO.....	14
CAPÍTULO I – IDEIAS QUE PERMEIAM O TEMA INVESTIGADO.....	23
<i>O significado de cossujeitos e de sua presença na produção do conhecimento</i> .....	43
<i>Sobre Linguagem</i> .....	49
<i>O significado de presença estando-se à distância</i> .....	52
CAPÍTULO II – DA INTERROGAÇÃO E DOS PROCEDIMENTOS DE PESQUISA ... ..	58
CAPÍTULO III – DOS DADOS CONSTITUÍDOS E DE SUA ANÁLISE.....	64
<i>O sujeito da pesquisa</i> .....	64
<i>Sobre o curso</i> .....	65
<i>Descrição do curso à distância conforme idealizado</i> .....	66
<i>Como os dados foram constituídos</i> .....	89
<i>Como os dados constituídos no primeiro momento foram analisados</i> .....	90
<i>Como os dados constituídos no segundo momento foram analisados</i> .....	91
<i>Análise Ideográfica</i> .....	91
<i>Análise Nomotética</i> .....	93
CAPÍTULO IV – INTERPRETAÇÃO DA PESQUISADORA SOBRE O ANALISADO ....	99
<i>Percepção de si professora/pesquisadora</i> .....	99
<i>Percepção de si constituindo conhecimento</i> .....	108
<i>Modos de estar-com-o-outro</i> .....	111
<i>Percepção do cossujeito constituindo conhecimento</i> .....	117
<i>Percepção da atualização do curso</i> .....	127
CAPÍTULO V – DANDO CONTA DA INTERROGAÇÃO.....	135
REFERÊNCIAS .....	147

APÊNDICE 1 - Constituição das unidades de significado – 1º momento .....	151
APÊNDICE 2 - Constituição das unidades de significado – 2º momento .....	170
APÊNDICE 3 – Relação das Unidades de Significado (USg) .....	250
APÊNDICE 4 – Constituição das Convergências de Sentido e significado (CSs) .....	256
APÊNDICE 5 – Constituição das Ideias Nucleares (IN) .....	264
APÊNDICE 6 – Totalidade da atualização do curso .....	266
APÊNDICE 7 – Caracterização dos sujeitos, alunos do curso .....	393
APÊNDICE 8 – Transcrições dos Encontros Síncronos .....	395

## INTRODUÇÃO<sup>1</sup>

As experiências prévias vivenciadas pela pesquisadora com a Informática e a Educação a Distância (EaD) constituem solo histórico da interrogação, esta que agora se dá conta de vir perseguindo ao longo de sua vida escolar e profissional, mesmo que antes não se tenha mostrado de modo claro.

Escrever sobre a presença da EaD em meus caminhos pessoais e profissionais, como aprendiz ou como profissional, remete-me a recordações de experiências nesse campo de atividades que iniciaram há muito tempo e também a indagações de hoje. Vou me ater às vivências que se relacionam com o tema desta pesquisa, qual seja a Educação à Distância.

Minhas vivências com a Educação à Distância iniciam com minha entrada na composição de um grupo de professores que, revezando-se *online* durante 24 horas nos 7 dias da semana, ofereciam auxílio aos alunos das escolas conveniadas, em suas dúvidas identificadas em alguma das 8 disciplinas disponíveis. Este serviço, alocado em empresa privada no Rio de Janeiro chamou esses professores de *professores-web*. Nesse caso, eu fui *professora-web* de Matemática durante quatro anos, aproximadamente.

O atendimento aos alunos era feito por troca de mensagens. Outra tarefa que realizávamos nos intervalos entre as mensagens dos alunos, era a produção de roteiros de vídeo-aulas, cujos conteúdos eram programados, combinados entre os professores da disciplina ou atendendo às solicitações das escolas clientes. Outra atividade oferecida eram as aulas *online*. O professor designado a esta tarefa devia preparar um roteiro contendo, além do texto, imagens, gráficos, exercícios, animações, enfim, todos os recursos que pudessem colaborar com a construção de uma aula atrativa, com dinâmica diversificada e adaptada ao ambiente.

Os professores foram organizados em turnos de 6 horas e de tal forma que cada turno constituía um grupo fixo de professores. Para todos nós, a atividade era inédita e a manutenção dos grupos em seus turnos teve também aspectos de autoformação. As perguntas ou eventos que causassem estranheza eram discutidos coletivamente, de modo que pudséssemos proporcionar um atendimento harmônico aos alunos que procuravam ajuda naqueles horários.

---

<sup>1</sup> Neste item, valho-me da primeira pessoa do singular, quando estou referindo-me às experiências que vivi em ambientes de EaD. Valer-me-ei, nos demais, da primeira pessoa do plural, uma vez que estou no movimento em que o conhecimento que está sendo produzido se dá em colaboração, na intersubjetividade, em que estou com os outros.

Para este trabalho, a empresa exigia que os professores-*web* atuassem, concomitantemente, em salas de aula presenciais, pressupondo que a relação aluno-professor que ocorresse nas aulas presenciais propiciasse e práticas virtuais ancoradas nessa realidade e, desta forma, fosse possível estabelecer um constante exercício de transposição entre essas modalidades de ensino. Algum tempo depois, o serviço passou a ser oferecido em sistema de *Home Office*<sup>2</sup>, e eu passei a cumprir meus plantões bem como a transmitir minhas aulas *online* fisicamente distante do apoio tecnológico que a estrutura material da empresa oferecia. Os professores que estavam atendendo no mesmo horário ficavam contactados por comunicador *online*.

Os atendimentos como professora-*web* mais tarde tiveram continuação, de certa forma, na função de tutora à distância em cursos de Licenciatura em Matemática e Pedagogia, oferecidos pela UFJF, integrante do sistema UaB<sup>3</sup>. Esses cursos funcionam com o apoio de polos presenciais distribuídos pelo estado de Minas Gerais, onde tutores – chamados presenciais – auxiliam, operacionalmente, os alunos a trabalharem na plataforma *Moodle*<sup>4</sup>. A essa época, as funções à distância eram ajudá-los na compreensão dos conteúdos específicos, acompanhá-los nas tarefas semanais e orientá-los em seus estudos, em atendimento assíncrono, na maior parte dos casos, além de auxiliar o professor da disciplina na correção de trabalhos e de provas. Era também incumbência dos tutores à distância se deslocarem aos polos presenciais para a aplicação de provas ou de outras atividades específicas, como as oficinas.

Os professores das disciplinas reuniam-se com os tutores à distância semanalmente para troca das experiências, orientação e avaliação do trabalho que estava sendo realizado, propiciando um curso ao mesmo tempo uniforme nos conteúdos propostos e adequados às especificidades de cada polo atendido. Esses encontros eram também importantes como continuidade de nossa formação como tutores.

Além do atendimento referente aos conteúdos, atuei também na tutoria à distância com alunos ingressantes nos cursos EaD, em uma disciplina que pretendia iniciá-los na

---

<sup>2</sup> *Home Office* é uma expressão inglesa que significa *escritório em casa*. É um sistema de trabalho utilizado quando os funcionários não precisam ou não podem trabalhar no escritório da empresa.

<sup>3</sup> UaB – Universidade Aberta do Brasil. A Universidade Aberta do Brasil é um sistema integrado por universidades públicas que oferece cursos de nível superior para camadas da população que têm dificuldade de acesso à formação universitária, por meio do uso da metodologia da educação à distância. Disponível em: <http://www.capes.gov.br/component/content/article?id=7836>, acesso em 9nov2016.

<sup>4</sup> *Modular Object-Oriented Dynamic Learning Environment*, que pode ser traduzido como Ambiente Modular de Aprendizagem Dinâmica Orientado a Objeto.

utilização da plataforma *Moodle*, instruindo-os sobre seu funcionamento e recursos. Essa experiência fortaleceu a prática com o ambiente virtual que era utilizado.

Essas vivências com a EaD e também aquelas com a Informática me levaram ao tema que busquei entender em minha pesquisa de Mestrado em Educação, realizado no PPGE (Programa de Pós-Graduação em Educação), na UFJF. As entrevistas com professores dinamizadores em salas de Informática em escolas públicas municipais me mostraram diferentes motivações destes sujeitos para este tipo de trabalho. Para a análise dos dados da pesquisa, estudei autores que tratavam do existencialismo filosófico e as falas dos sujeitos foram analisadas segundo procedimentos fenomenológicos.

Depois de estar tutora e pesquisadora, sempre atenta às questões do ensino e da vivência com a tecnologia Informática na educação, experienciar o papel de aluna em um curso EaD foi a maneira encontrada para adentrar um pouco mais nos processos de aprendizagem à distância. Um curso de especialização em *Design Instrucional Virtual* na Universidade Federal de Itajubá (UNIFEI), em Minas Gerais, mostrou-se como uma possibilidade de conhecer os caminhos necessários à montagem de um curso à distância, levando em conta conhecimentos da área da Pedagogia, aliados às questões técnicas da Informática e dos recursos disponíveis na *web*.

Esse curso me colocou como aluna na modalidade à distância, experienciando vivências que são próprias ao papel de aluno à distância, como leituras, trabalhos, participações em fóruns, prazos, encontros presenciais, construção de um projeto de curso à distância e a defesa desse trabalho de conclusão de curso de especialização ao seu término. Ao mesmo tempo, ao estudar as peculiaridades e as técnicas envolvidas na montagem de um curso à distância, abriram-se para mim novas possibilidades profissionais que aliam minha formação como professora, conhecimentos da EaD, conhecimentos técnicos na área da Informática e até minha experiência como aluna. O curso foi oferecido no ambiente Teleduc<sup>5</sup>, propiciando-me, inclusive, experienciar um ambiente virtual diferente daquele com o qual estava familiarizada.

Todas as minhas vivências com a Informática Educativa e com a Educação a Distância, nos diversos tempos, nos diferentes papéis que desempenhei, vivenciando

---

<sup>5</sup> O TelEduc é um ambiente para realização de cursos à distância através da Internet. Está sendo desenvolvido no Nied (Núcleo de Informática Aplicada a Educação) sob a orientação da Profa. Dra. Heloísa Vieira da Rocha do Instituto de Computação da Unicamp (Universidade Estadual de Campinas), a partir de uma metodologia de formação de professores construída com base na análise das várias experiências presenciais realizadas pelos profissionais do núcleo. Disponível em [http://ggte.unicamp.br/~teleduc/pagina\\_inicial/teleduc.php](http://ggte.unicamp.br/~teleduc/pagina_inicial/teleduc.php), acesso em 02out2015.

experiências próprias, nela deixaram sempre um vazio a respeito da minha compreensão sobre o processo de aprendizagem que se dava. As experiências havidas como professora, como aluna, produzindo conhecimento e situações de aprendizagem, não me proporcionaram uma clareza de *como* ocorre essa produção.

A pergunta que se evidencia, então, como suficientemente forte para sustentar a investigação que está se anunciando, gira em torno de algumas indagações, que há muito se colocavam para mim, mesmo sem que delas tivesse me dado conta: como se articulam os conhecimentos já estabelecidos na composição das expressões pelas quais há comunicação entre os atores em um diálogo à distância? Como se reorganizam esses conhecimentos que emergem nesse estar junto? Como a doação desses atores a essas atividades constitui-se conhecimento? Como, enquanto professora, estando com a Matemática, com o computador e com o aluno, constituem-se para ela o conhecimento matemático e o ensinar-aprendendo Matemática?

Assim, a interrogação norteadora que, aos poucos, em retomadas de discussões e de estudos sobre as perguntas acima mencionadas e que foram se tornando mais claras, foi tomando forma e se pôs com nitidez: *Como se constitui o conhecimento matemático quando se está junto à Matemática, ao computador e aos sujeitos*<sup>6</sup>?. É essa interrogação que se impõe ao meu pensar como fio condutor desta investigação.

Essa interrogação aponta para a compreensão de como se dá o conhecimento matemático, quando se está junto à tecnologia informática, aos sujeitos e à Matemática e, para isso, entendo que ela solicita que se efetuem estudos sobre: o significado de estar junto à tecnologia informática, sobre o virtual, o significado de constituição do conhecimento, o significado de sujeitos e de sua presença na constituição do conhecimento, e sobre linguagem.

A interrogação, que insiste em não se calar e que fui me dando conta de sua perplexidade frente ao que ela traz consigo, nasceu de vivências, inclusive como professora-*web*. Lá, enquanto atendia aos alunos que pediam ajuda em suas dificuldades na Matemática, imaginava como cada resposta, como cada mensagem de retorno incidia sobre o processo de aprendizagem. E mais: ao formular as respostas, buscava concatenar conhecimentos acerca da

---

<sup>6</sup> O termo *sujeitos* está se referindo àqueles que estão-com a pesquisadora na temporalidade da pesquisa. Heidegger (1986) nos auxilia na compreensão desse termo: “O mundo da presença libera, [...], antes que não apenas se distinguem dos instrumentos e das coisas, mas que, de acordo com seu modo de ser de presença, são e estão “no” mundo em que vêm ao encontro segundo o modo de ser- no- mundo. [...] São como a própria presença liberadora – são também co-presenças.” O termo *sujeito* será tematizado no Capítulo I deste texto de tese.

dúvida posta com uma linguagem pela qual se fizesse clara nas explicações. Esse movimento fazia emergir conhecimentos em mim mesma e também processos que possibilitassem traduzi-los em uma linguagem apropriada. É sobre esse movimento do pensar que busco compreender, para além de um momento específico, no âmbito da constituição do conhecimento.

Retomando e afirmando a interrogação, COMO SE CONSTITUI O CONHECIMENTO MATEMÁTICO QUANDO SE ESTÁ JUNTO À MATEMÁTICA, AO COMPUTADOR E AOS COSSUJEITOS? me indago como poderia focá-la, desdobrando as perguntas em investigação que possa conduzir à compreensão do indagado.

Destaca-se, na proposição formulada como interrogação, *como se constitui o conhecimento*. Esse destaque diz de como se constitui o conhecimento para um sujeito que junto a outros e estando vivenciando experiências, vai se dando conta de sentidos que para ele se fazem e de significados que vão sendo atribuídos em situações de ensinar e aprender Matemática junto à Informática e aos alunos. Entendo que é preciso dizer dessas vivências, descrevendo-as. Elas são os dados mais próximos daquele que as vivencia e que delas fala.

Venho estudando textos de Fenomenologia desde 2007, quando iniciei minha pesquisa de mestrado em Educação na UFJF<sup>7</sup>, sob a orientação do Professor Doutor Adlai Ralph Detoni, e continuei meus estudos junto aos membros do Grupo de Pesquisa FEM – Fenomenologia em Educação Matemática. Minha compreensão dessa corrente filosófica indica um caminho para a investigação a que me proponho. Isso porque a Fenomenologia, cujo autor primeiro foi Edmund Husserl, tem como moto propulsor ir-as-coisas-mesmas (Husserl, 2006). Isso significa focar as vivências em que o *fazimento* de sentido para um sujeito vai se dando. Elas são o foco de análise. Não se parte de explicações teóricas prévias sobre o investigado, mas sempre nos colocamos no movimento de olhar para o fenômeno, foco da busca de compreensão. No caso dessa pesquisa, da constituição do conhecimento quando se está junto à Matemática, ao computador e aos cossujeitos. Assim compreendendo a investigação que me pus a realizar, assumi a Fenomenologia como atitude, o que solicita que também a assumo como visão de mundo e de conhecimento. Em Bicudo (2010), temos que ...

(...) A Fenomenologia não diz que ele (o pesquisador) deve partir do ponto zero<sup>8</sup>, em que fingiria nada saber sobre o investigado. Seria como negar a

---

<sup>7</sup> UFJF – Universidade Federal de Juiz de Fora

<sup>8</sup> Aqui ‘ponto zero’ significa: pôr-se em busca do interrogado sem teorias prévias que revelem respostas; diz da perspectiva de que se olha, a qual sempre é dada pela posição do corpo-próprio, também denominado corpo-encarnado e corpo-vivente.

própria Fenomenologia e seu modo de ver o mundo-vida<sup>9</sup>, que é o solo histórico onde nos locomovemos. O pesquisador se locomove, sim, num solo histórico constituído durante seu tempo vivido, tanto como pessoa quanto como pesquisador. O que conhecemos sobre o investigado é o fundo onde nos locomovemos. Nesse solo, a investigação floresce, instala-se como intencionalidade e se estabelece como interrogação geradora da investigação.(BICUDO, 2010, p. 42)

Posto isso, coloco-me na posição de ir desvendando as diferentes camadas que se superpõem, ora obscurecendo o fenômeno, ora, iluminando-o. O fenômeno se mostra a quem o olha de modo interrogador. E quem o olha, intencionalmente, ou seja, dando-se conta de que está perguntando e de que está vivenciando o que se mostra, o foca da perspectiva de seu ponto-zero, seu corpo vivente. Entretanto, esse corpo é encarnado e sempre ligado aos outros e ao mundo-vida onde se encontra. Portanto, não é isolado e não prescinde do mundo social, histórico, cultural, natural.

Passei a olhar o fenômeno pesquisado e, em um exercício de rigor para com a pesquisa já em movimento, atenta às vivências prévias, sem tomá-las como pressupostos, voltei-me a elas com olhar crítico, colocando-as em suspensão, ou, como Husserl diz, em *epoché*, em uma tentativa de não deixar que elas, de modo ingênuo, dessem as respostas às perguntas que formulei. Assim, foquei as ideias que entendi dizerem do tema investigado, as quais se evidenciaram nos textos de autores que tratam desse tema, considerados bastante significativos para a área da Educação Matemática e para a região de inquérito a que se volta. Expô-las se torna um momento importante da investigação, pois contribui para esclarecer do que se está falando – eu, meus companheiros de pesquisa, autores que falam sobre o tema. Contribui para esclarecer a própria interrogação. Esse movimento, evidenciar o que a interrogação interroga é relevante, uma vez que vai me deixando com atenção mais aguçada sobre o que indaga e, assim, pode me colocar no movimento de antever possibilidades de trajetória de pesquisa e de esclarecer seus procedimentos. O passo seguinte é dado ao se realizar a própria investigação, indicando modos de interpretação e para onde visualizo que a trajetória conduz à compreensão do fenômeno em foco. Essa é a investigação apresentada nesta **Introdução**.

---

<sup>9</sup> Mundo-vida, traduzido da palavra alemã *Lebenswelt*, ou mundo da vida, como a maioria dos autores de língua latina traduzem o termo, é entendido como a espacialidade (modos de ser no espaço) e a temporalidade (modos de ser no tempo) em que vivemos com os outros seres humanos e os demais seres vivos e a natureza, bem como com todas as explicações científicas, religiosas e de outras áreas de atividades e conhecimento humano. Mundo não é um recipiente, uma coisa, mas um espaço que se estende à medida que as ações são efetuadas e cujo horizonte de compreensão se expande à medida que o sentido vai se fazendo para cada um de nós e a comunidade em que estamos inseridos. (BICUDO, 2010, p. 23)

Para visualizar o trabalho como um todo, apresento a estrutura deste texto de tese. No **Capítulo I**, são destacadas as ideias que permeiam o tema investigado, estabelecendo diálogos com autores e obras que dele tratam, visando à maior compreensão dos sentidos e significados<sup>10</sup> que desvendamos ao longo da investigação. As ideias destacadas foram: sobre EaD e Informática; sobre o virtual; sobre o significado de ser junto à tecnologia informática; o entendido por constituição do conhecimento; o compreendido por sujeitos e por sua presença na produção do conhecimento; sobre linguagem; sobre o compreendido por *presença* estando-se à distância.

*Sentido*, para Abbagnano, vem do latim *Sensus*, e, ainda, de acordo com Aristóteles, “[...] é a faculdade de sentir, de sofrer alterações por obra de objetos exteriores ou interiores”. Acrescenta, ainda, que “Nesta acepção, o Sentido compreende tanto a capacidade de receber sensações quanto a consciência que se tem das sensações e, em geral, das próprias ações: capacidade que na filosofia moderna é chamada mais frequentemente de S. interno ou reflexão.” (ABBAGNANO, 2012, p.1039).

Assumindo a Fenomenologia como solo, compreendemos *Sentido* como a capacidade de, por meio dos órgãos sensoriais, o corpo-próprio sensorialmente tocar o objeto e por entrelaçamento de sensações apreendidas por diferentes órgãos de sentidos, ir constituindo possibilidades de perceber e de intuir. Os sentidos dizem de uma camada pré-expressiva das vivências, que uma vez enlaçadas pela intencionalidade vão sendo articulados pelos atos da consciência, sendo organizados de modo a poderem ser expressos. A expressão dos sentidos pela linguagem, o significado, resulta da sua articulação pelos atos da consciência e de organização. Essa articulação decorre do entrelaçamento dos sentidos, que dizem de uma camada pré-expressiva, com os diferentes atos da consciência que vão, em uma amálgama, sendo organizados e expressos mediante a linguagem. Há um movimento simbiótico, mas não biunívoco, entre a linguagem culturalmente presente no mundo-vida e a intenção do sujeito em sua expressão, já que a palavra, plena de sentidos já expressos pela historicidade e pela cultura, diz mais do que o intencionado pelo sujeito e menos do que ele compreende e deseja expressar pela linguagem em expressões verbais, *Bedeutung*, entendido como significado.

De acordo com Abbagnano (2012):

---

<sup>10</sup> *Sentido e significado* estão explicitados nos parágrafos a seguir, no texto explicativo, redigido pela Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Maria A.V. Bicudo, para orientar seus estudantes no entendimento desse assunto, abordado em seus trabalhos de doutoramento.

[...] a tentativa de reduzir Significado, em seu conjunto, à conotação ou conceito, foi realizada por Husserl. Esse negou que o objeto constituísse o Significado ou coincidissem com ele. (*Logische Untersuchungen*, II, p.46). Sua tese é que "o Significado lógico é uma expressão", no sentido de que ele eleva o sentido (Sinn) perceptivo da coisa "ao reino do logos, do conceitual, portanto do universal". Entre outros termos, Husserl substitui a dicotomia objeto-conceito pela dicotomia sentido (percebido)-conceito [...]<sup>11</sup>

Entretanto, Derrida (1994, p. 26) afirma, como Abbagnano que nas *Investigações Lógicas*, Husserl não faz distinção entre *Sinn* e *Bedeutung*, porém afirma que no *Ideias*, livro primeiro, (Husserl, 2006, p. 275 e seguintes) fala da distinção entre a face sensível e carnal da expressão e sua face não sensível ou espiritual. Em *Ideias*, livro segundo, Husserl (2005, p. 53; 183 e seguintes) trata das sensações e de como o corpo-vivente vai entrelaçando-as, tendo possibilidade de perceber e de intuir.

A interrogação e os procedimentos de pesquisa foram enfocados no **Capítulo II**. Nesse capítulo é discutido o que a pergunta posta pergunta e a sua permanência enquanto propulsora significativa para a investigação. Além disso, são descritos os procedimentos metodológicos que são assumidos para caminhar na direção de uma compreensão do tema proposto.

O **Capítulo III** trata dos dados constituídos e de sua análise. Para tanto, será ali explicitada a descrição do curso à distância onde as experiências foram vivenciadas conforme pro-jetado<sup>12</sup>. Em seguida, é descrita a análise dos dados, visando a uma compreensão mais ampla do fenômeno estudado.

A interpretação da pesquisadora sobre o analisado será tema do **Capítulo IV**. Retomando todo o processo de investigação, desde a sua concepção e caminhos que o conduziram, explico minha interpretação dos achados que articulei, considerando as diferentes características dos dados que foram analisados, procurando compreendê-los como um todo que diga do fenômeno investigado.

Em um movimento de ir além da interpretação dos dados, proponho-me, no **Capítulo V**, expor uma metacompreensão e explicitar o que, para mim, se mostra nesta pesquisa, dando conta da interrogação.

Seguem-se aos capítulos, como explicitados acima, oito apêndices que apresentam os dados que complementam a compreensão do movimento da pesquisa.

---

<sup>11</sup> *Ideen*, I, § 124 apud ABBAGNANO, 2012, p. 1057.

<sup>12</sup> *Pro-jeto*, assumindo a concepção heideggeriana, é o que se lança a frente, atualizando seu acontecer.

Finalmente, considero importante enfatizar que essa pesquisa não busca compreensões a respeito do pensamento humano em sua expressão mais ampla, o que a conduziria a estudos aprofundados em psicologia e neurociências, por exemplo. De maneira específica, essa pesquisa busca compreensões de como o conhecimento matemático é constituído em um cenário em que se encontram computador e sujeitos em situação de ensino e aprendizagem.

# CAPÍTULO I

## IDEIAS QUE PERMEIAM O TEMA INVESTIGADO

Para fazermos distanciar mais a linha do horizonte do visualizado pela nossa compreensão sobre o assunto investigado, tomamos as contribuições de autores que estudam os temas que dizem respeito à interrogação posta. Neste capítulo, eles são trazidos no modo como contribuem para a compreensão do fenômeno estudado nessa investigação, qual seja, *a constituição do conhecimento matemático ao se estar junto ao computador e aos sujeitos, em situação de ensino e de aprendizagem*. Não são tomados como pressupostos teóricos, porém, assumindo a atitude fenomenológica, são lidos, tendo-se a interrogação como o contraponto do diálogo estabelecido entre a pesquisadora e os autores.

As ideias que permeiam o tema investigado abrangem: EaD e Informática; virtual, ser junto à tecnologia informática; constituição do conhecimento e significado da presença, estando-se à distância. A constituição do conhecimento traz consigo a explicitação de sujeitos e sua presença na constituição do conhecimento e a linguagem.

Diversos são os autores que se debruçam sobre os temas da EaD e da Informática, abordando-os num âmbito geral ou direcionados à escola, tanto na área da Educação como na Educação Matemática, de modo específico.

Lévy (2007), quando trata do desenvolvimento da técnica e da tecnologia, aponta, dentre suas características, questões que se referem a ampliações cognitivas, relevantes ao estudo que estamos iniciando. Afirma: “O desenvolvimento das cibertecnologias [...] responde aos propósitos de desenvolvedores e usuários que procuram aumentar a autonomia dos indivíduos e multiplicar suas faculdades cognitivas” (LÉVY, 2007, p. 24).

Esse autor refere-se, nessa citação, ao movimento de virtualização que incide tanto sobre a comunicação, como também, e isso é importante, sobre a cognição. Esse movimento facilita o desenvolvimento da modalidade de ensino e de aprendizagem que se atualiza na distância física e temporal: a modalidade à distância, que é, na presente pesquisa, o campo onde foram realizadas as vivências que possibilitarão avançar em compreensões a respeito do fenômeno em destaque.

A compreensão da ampliação do campo de atividades, que por sua vez podem ampliar a ocorrência de atos que incidem sobre a cognição, poderá contribuir

significativamente para entender-se modos pelos quais se dá a constituição do conhecimento matemático ao estar-se junto à tecnologia.

De acordo com Borba e Penteado (2007), a informatização tem a possibilidade de estabelecer uma "ressonância entre uma dada pedagogia, uma mídia e uma visão de conhecimento." (p. 45). Para eles, na EaD a interação que ocorre "depende da forma como a comunicação é mediatizada". (2007, p.75), sendo que, nesta modalidade, podem haver diferentes combinações de meios utilizados. Assim, afirmam ser de grande relevância entender as formas pelas quais se dão as relações entre os atores à distância, levando em consideração o tipo de comunicação que os medeia, assim como os textos que se constituem nesse tempo.

Desta forma, essa obra contribui para nossa compreensão da constituição do conhecimento que se dá junto à tecnologia da *internet*, na situação de ensino e aprendizagem num curso à distância, como é o caso dessa pesquisa, uma vez que vamos utilizar diferentes tipos de comunicação, como a escrita, nos registros da plataforma onde o curso será realizado, e a oral, que ocorrerá nos encontros síncronos e nos vídeos enviados como incentivo ao estudo dos alunos.

Borba, Malheiros e Zulatto (2008) apresentam estudos sobre a *EaDOnline*<sup>13</sup>, que quando se propõe a moldar a Educação Matemática, os autores a chamam *Educação Matemática Online*. Descrevem, em sua obra, pesquisas realizadas em cursos oferecidos por seu grupo de pesquisa, GPIMEM<sup>14</sup>. A metodologia se apresenta aos leitores por meio da exposição de modelos de comunicação, de que se valeram, como o *chat* e as videoconferências, demonstrando a viabilidade da *EaDOnline* propiciar interação e colaboração, por exemplo, nos processos em que professor e aluno, em diálogo, debruçam-se sobre um problema da Matemática, buscando a solução em conjunto.

É importante explicitar que, nesse trabalho, os autores entendem *colaboração* como:

Parte do processo interativo, professor e aluno devem atuar como parceiros entre si no processo de aprendizagem matemática. Diferentemente da cooperação, não há apenas o auxílio ao colega para realização de alguma tarefa. (BORBA, MALHEIROS, ZULATTO, 2008, p. 29)

E, citando outros autores, concluem que:

---

<sup>13</sup> *EaDOnline* é a denominação dada por Borba, Malheiros e Zulatto (2008) à modalidade de educação que é mediada pela internet e a tecnologia que a ela está associada.

<sup>14</sup> GPIMEM – Grupo de Pesquisas em Informática, outras Mídias e Educação Matemática, UNESP – Rio Claro.

[...] num processo colaborativo, todos têm participação ativa. A realização de atividades acontece de forma coletiva, de modo que a tarefa de um complementa a do outro, visto que, na colaboração, todos visam a atingir objetivos comuns, trabalhando conjuntamente e se apoiando mutuamente para isso. (BORBA, MALHEIROS, ZULATTO, 2008, p. 29)

Entendem, ainda, *interação* como “uma condição necessária no [...] processo” de aprendizagem matemática.

Trocar ideias, compartilhar as soluções encontradas para um problema proposto, são ações que constituem o “fazer” Matemática. E, para desenvolver esse processo à distância, os modelos que possibilitam o envolvimento de várias pessoas têm ganhado espaço, em detrimento daqueles que focalizam a individualidade. (BORBA, MALHEIROS, ZULATTO, 2008, p. 27)

Colaboração e interação não são tematizados em nosso trabalho de pesquisa<sup>15</sup>. Neste momento, abordamos esses temas, buscando compreender o modo pelo qual os autores citados os entendem.

As experiências relatadas, nesse livro, iluminam ideias importantes na criação e na atualização de um curso na modalidade à distância, tarefas que estruturaram nossa pesquisa de campo, em especial às que se referem às comunicações síncronas, ou seja, aquelas em que os interlocutores, professor e alunos, comunicam-se por meio de ferramentas da internet em uma mesma temporalidade.

Em Bairral (2007) são descritos e analisados vários exemplos nos quais ambientes virtuais constituíram cenários para cursos onde os temas trabalhados são da Matemática. Encaminhando e justificando suas análises, o autor dialoga com vários outros autores, apresentando um amplo estudo a respeito dos AVA (Ambientes Virtuais de Aprendizagem), de modo a ressaltar sua importância nos processos de aprendizagem, no que se refere à “flexibilidade, interatividade, inserção e vinculação na comunidade virtual constituída”, além de possibilitar a essa comunidade o acesso a informações disponíveis na rede, permitindo a produção de seus próprios significados. Na perspectiva educativa dos AVA, Bairral (2007) destaca a importância da hipertextualidade, da autonomia e da solidariedade, assim como a do

---

<sup>15</sup> Em nosso caso, destacamos a intersubjetividade, enfatizando o estar-com-o-outro. Trataremos desse tema de modo mais demorado, quando apresentarmos nossos estudos a respeito de sujeitos e de sua presença na constituição do conhecimento, explicitaremos nossa compreensão.

rompimento de barreiras de espaço, de tempo, de hierarquias e de inteligência. A explicitação dessas características e sua importância no processo de aprendizagem mostraram-se significativas, na medida em que a constituição dos dados para essa pesquisa se dá por meio de um curso à distância em um AVA. As reflexões trazidas por esse autor auxiliam para uma maior compreensão teórica do assunto, subsidiando, de certa forma, o planejamento e a criação do curso em questão.

O autor explicita, ainda, nessa obra, as mensagens virtuais, os fóruns de discussão e os *chats*, analisados separadamente, no âmbito dos relatos dos processos de aprendizagem à distância, permitindo-o estudar como essas modalidades influem na aprendizagem matemática. Esses relatos são importantes nos estudos da presente pesquisa a respeito da EaD, como exemplos onde a tecnologia digital é mediadora em processos pedagógicos na Educação Matemática.

Julgamos também relevante para essa pesquisa trazeremos o artigo de Maltempi (2008) que aborda o tema da informática na escola sob dois aspectos: os cuidados que devem ser tomados para que não se deixe de lado o aprofundamento dos conteúdos em detrimento da forma diferenciada do ensinar e do aprender e a formação docente para o trabalho com as tecnologias em sua prática de ensinar e de aprender.

O autor argumenta, ainda, a respeito das vantagens identificadas com a introdução dessa ferramenta no dia-a-dia da escola ressaltando que:

[...] toda inserção de tecnologia no ambiente de ensino e aprendizagem requer um repensar da prática docente, pois ela não é neutra e transforma a relação ensino-aprendizagem. Isso é muito importante para que possíveis decepções ou resultados negativos não sejam, de forma simplista, atribuídos à tecnologia. (MALTEMPI, 2008, p. 61)

E acrescenta:

[...] tanto a prática pedagógica quanto a matemática se modificam quando novas tecnologias tomam parte do ambiente de ensino e aprendizagem. Diante disso, professores e comunidade escolar têm dois caminhos possíveis: ignorar as tecnologias proibindo seu uso pelos alunos em sala de aula ou iniciar um processo de aprendizagem de modo a incorporar as tecnologias ao ambiente escolar. (MALTEMPI, 2008, p. 62)

A primeira opção, de acordo com o autor, mostra-se difícil e indesejável. Difícil pelo caráter onipresente que as tecnologias assumem em nossos dias; indesejável porque proporciona muitas possibilidades e é muito valorizada socialmente.

A segunda opção apresenta-se como desafio ao sistema atual de ensino e ao modelo de formação docente disponível. Maltempo (2008) defende modificações na formação inicial do professor, bem como na continuada, com objetivo de ampliar as possibilidades didáticas de maneira a buscar uma prática que inclua a tecnologia informática na escola.

Nesse artigo, o autor discute questões relacionadas à Informática na escola, à tecnologia como sustentação de uma prática pedagógica diferenciada. Nosso foco de pesquisa envolve também a tecnologia na prática pedagógica e é nesse ponto em que as reflexões desse autor abrem possibilidades de se pensar como o professor e o aluno *pensam-com* a tecnologia e como fazem dela um elemento de relação quando com ela estão.

Os estudos de Kenski (2010) abordam a importância do trabalho em equipe, que:

[...] torna-se a forma comunicacional mais adequada para um momento em que, mais do que a incorporação de conhecimentos, procuram-se novas e diferenciadas formas de produção e descobertas de *saberes*<sup>16</sup> – tidos como *jogos de linguagem*<sup>17</sup> – a partir dos dados já postos e armazenados. (KENSKI, 2010, p. 59)

Ainda, segundo esta autora:

O avanço tecnológico ampliou mais ainda as possibilidades interativas nas redes. Para o ensino foi o momento de realizar a imagem “do homem desacompanhado, navegando em seu barco e, ao mesmo tempo, conectado com todo o mundo” [...] e ir além. Assumir compromissos e responsabilidades com as pessoas com quem partilha informações e realiza suas aprendizagens. (KENSKI, 2010, p. 126)

Ao voltar-se ao pensamento do trabalho em equipe e à interação como processo ampliado pela tecnologia, a autora nos possibilita enfatizar nosso foco na relação que envolve a tecnologia e a constituição do conhecimento e que também tem como aspecto significativo o estar com os sujeitos, sinalizando a interação entre eles.

Kenski (2010) expõe, de maneira ampla, as questões que se apresentam na dimensão do trabalho docente, quando se considera a inserção da tecnologia informática. A autora explicita aspectos sobre a prática de professores que se deparam com as tecnologias em suas

---

<sup>16</sup> Grifo da autora.

<sup>17</sup> IDEM.

salas de aula e o que decorre dessa modificação. Relaciona também a presença da tecnologia na escola a um fenômeno que decorre da realidade do mundo em que vivemos. As modificações necessárias a sua adaptação à escola e ao trabalho do professor se destacam em suas reflexões. Para a nossa pesquisa, Kenski (2010) contribui ao enfatizar como a tecnologia informática auxilia na constituição do conhecimento, em especial, considerando que essa tecnologia é capaz de promover o estar-com-o-conhecimento, numa relação que independe de tempo e de espaço<sup>18</sup> e que tem a potencialidade de oferecer informações de maneira veloz. Contribui, ainda, como abertura de possibilidades à pesquisadora, que é professora e que se dispõe à tarefa de organizar um curso à distância, para que se valendo das tecnologias, esteja em harmonia com a realidade em que os alunos se encontram, imersos nas comunicações digitais

Na mesma direção, Zulatto, Borba (2006) discute em seu artigo a importância do trabalho em colaboração no curso por ela relatado. Seu texto descreve sua experiência em um curso que ministra na modalidade à distância e explicita o funcionamento de uma ferramenta que permite o trabalho conjunto de alunos e professor de maneira síncrona e que foi denominado “passar a caneta”. A autora atuou como professora em um curso onde era utilizada a ferramenta *Geotricks* em telas compartilhadas entre professor e alunos. Assim, as tarefas propostas eram acompanhadas por todos e, como dinâmica da aula, todos eram convidados a “passar a caneta”, ou seja, a passar a algum colega o comando da tela para continuar o desenvolvimento da solução. O curso destinou-se a professores de Matemática de determinada instituição de ensino e objetivava ensinar a ferramenta como suporte às aulas de Geometria. Além das aulas de instrução sobre a ferramenta, os alunos desenvolveram diversas atividades utilizando o “passar a caneta” e, ao final, apresentaram atividades de Geometria que pudessem ser desenvolvidas pelo *Geotricks*, discutindo com os outros alunos da turma os objetivos e as possibilidades levantadas.

Este relato nos auxilia na reflexão sobre o trabalho à distância e sobre as atividades síncronas que fazem parte do planejamento e da atualização da pesquisa de campo que subsidia esta investigação, na medida em que apresenta vantagens e dificuldades, que podem surgir quando se opta por esse canal de comunicação entre professor e alunos.

Anastácio e Barros (2014) descrevem e analisam os conteúdos postados em um dos fóruns, escolhido entre os disponíveis em um curso de formação de pedagogos à distância. As autoras problematizam questões sobre a Matemática, abordada nessa formação com relação

---

<sup>18</sup> ‘tempo e espaço’ têm aqui o significado de sincronidade e localidade das atividades que estejam sendo desenvolvidas.

ao efetivo trabalho de professoras das séries iniciais, que nem sempre se sentem à vontade com esta área da ciência. Esta perplexidade foi explicitada ao longo das análises das falas de alunas, registradas no fórum, que revelaram as dificuldades que enfrentaram com a Matemática em sua formação escolar básica, dificuldades essas relacionadas à concepção da ciência, à relação com seus professores da disciplina, entre outras dimensões.

As pesquisadoras apresentam em suas considerações e compreensões, o quanto os sujeitos de sua pesquisa expressaram modificações tanto com relação à Matemática, quanto, relativamente, ao espaço proporcionado pela tela informacional, que contribuiu para que conhecessem esta disciplina com mais proximidade. Anastácio e Barros (2014) acreditam que a vivência de uma formação à distância poderá levar a uma prática docente que considere a tecnologia informática como ferramenta em seu dia a dia, de uma maneira mais segura.

O cunho qualitativo fenomenológico com que as reflexões se deram promove uma aproximação com nossa orientação de pesquisa, tanto no aspecto filosófico-metodológico como também por tratarem do ensino de Matemática, de *ensino à distância* e do *estar-junto*. Além disso, consideramos que essa pesquisa nos mostra modos de ensinar e de aprender Matemática num curso à distância, o que se identifica com nosso objetivo de estudar a constituição de conhecimento nesses mesmos ambientes.

Nas leituras que efetuamos sobre a Informática na Educação Matemática, em específico, compreendemos que a ciência Informática está ligada à cibernética, em sua origem. Sendo assim, para melhor compreender do que trata a Informática, vista como ciência, entendemos ser importante conhecer a origem e o significado do termo *cibernética*, que identifica o campo de pesquisa onde se abriga a discussão que se instala nessa pesquisa.

Norbert Wiener (1894 - 1964) realizou estudos voltados à Filosofia e à Neurologia, registrados na obra *Cibernética*, de 1948. Foi um matemático, conhecido como fundador da cibernética. Em *Cibernética e Sociedade: o uso humano de seres humanos*, Wiener faz uma referência à sua obra anterior, descrevendo a palavra *Cibernética* como um complexo de ideias no âmbito da teoria das mensagens,

[...] que incluiu não só o estudo da linguagem mas também o estudo das mensagens como meios de dirigir a maquinaria e a sociedade, o desenvolvimento de máquinas computadoras e outros autômatos que tais, certas reflexões acerca da psicologia e do sistema nervoso, e uma nova teoria conjectural do método científico. Esta mais vasta teoria das mensagens é uma

teoria probabilística, uma parte intrínseca do movimento que deve sua origem a Willard Gibbs<sup>19</sup>. (WIENER, 1954, p. 15)

*Cibernética*, termo criado por Norbert Wiener, derivado da palavra grega *kubernetes* ou *piloto*, de onde pode ter se originado também a palavra *governador*, conforme por ele exposto. Comentando, ainda, sua obra *Cibernética*, Wiener (1954) defende a tese de que a compreensão de uma sociedade só ocorre por meio do estudo de suas mensagens e das facilidades (meios) de comunicação de que dispõe esta sociedade. Defende, inclusive, que o desenvolvimento dessas mensagens e dos meios pelos quais elas se movimentam será, no futuro, cada vez mais importante. Nessa reflexão aborda as mensagens entre o homem e as máquinas, entre as máquinas e os seres humanos, e as máquinas entre si. E explica:

Quando dou uma ordem a uma máquina, a situação não difere essencialmente da que surge quando dou uma ordem a uma pessoa. Por outras palavras, tanto quanto alcança minha consciência, estou ciente da ordem emitida e do sinal de aquiescência recebido de volta. Para mim, pessoalmente, o fato de o sinal, em seus estágios intermediários, ter passado por uma máquina em vez de por uma pessoa, é irrelevante, e em nenhum caso altera significativamente minha relação com o sinal. Dessarte, a teoria do comando em engenharia, quer seja êle humano, animal ou mecânico, constitui um capítulo da teoria das mensagens. (WIENER, 1954, p. 16)

Para Wiener, a cibernética tem como propósito “desenvolver uma linguagem e técnicas para que nos capacitem de fato [...] e a descobrir o repertório de técnicas e ideias adequadas para classificar as manifestações específicas sob a rubrica de certos conceitos” (WIENER, 1954, p. 17).

O estudo sobre a Educação à Distância considera temporalidade e espacialidade diversas da chamada, em sua oposição, de educação presencial. No caso de nossa pesquisa, apesar de reconhecermos que o a expressão ‘à distância’ pode se referir a qualquer tipo de processo de ensino e aprendizagem que considere o professor e o aprendiz nesta condição, como o ensino por correspondência ou com a utilização de meios de comunicação como o rádio e a televisão, estamos enfocando aqueles processos que se dão com a intermediação do computador e com o uso da Internet.

---

<sup>19</sup> A Teoria da informação ou Teoria matemática da comunicação é um ramo da teoria da probabilidade e da matemática estatística que lida com sistemas de comunicação, transmissão de dados, criptografia, codificação, teoria do ruído, correção de erros, compressão de dados, etc. [...] Boa parte da matemática por trás da teoria da informação com eventos de diferentes probabilidades foi desenvolvida para os campos da termodinâmica por Ludwig Boltzmann e J. Willard Gibbs. (TEORIA DA INFORMAÇÃO, 2015)

A Informática foi tematizada em nossa pesquisa para buscarmos compreender como a máquina-computador funciona e pode apresentar potencialidade como ferramenta nesta modalidade de ensino e aprendizagem. Além disso, objetiva esclarecer a utilização de termos como cibernético e ciberespaço, que dele decorre, em nosso contexto.

Outros conceitos e denominações são importantes no âmbito da nossa pesquisa. Adentraremos, então, ao tema do virtual, sua compreensão e de outros termos dos quais nos valeremos ao longo da explicitação do trabalho de pesquisa que aqui apresentamos.

A expressão *virtual* no senso comum quer dizer de alguma coisa que não é real. Ao estudarmos esse termo, entretanto, com Aristóteles e outros autores que o seguem, passamos a compreendê-lo de uma maneira diferente. Ao oferecermos uma situação de ensino e aprendizagem ambientado no ciberespaço, a pesquisadora e professora do curso estará imersa na ambientação de uma realidade chamada virtual, envolvida, mas atenta ao vivenciado<sup>20</sup> neste espaço-tempo<sup>21</sup>. Entendemos, então, que é importante que comecemos nosso estudo pela compreensão do que é a *realidade virtual* (RV).

Para alguns autores, como Castells, Lévy, Likauskas, Turkle, que se debruçaram sobre este tema relacionando-o ao conhecimento no mundo cibernético, RV é bem diferente de Realidade *real*. Na RV, espaço e tempo não são aqueles a que comumente nos referimos. Mas ela também não é uma fantasia, não é irreal. Nela há relações do homem envolvendo os sentimentos, as emoções; onde os personagens e o ambiente têm referências no mundo real. Nela, nos relacionamentos entre as pessoas, humanamente vividos, pode haver profunda percepção de si pela percepção do outro, que é visto como igual, encarnado, estando *lá* e o sujeito *aqui*.

A RV pode, então, ser compreendida como um modo de viver a vida na dimensão do humano, como ela é, mesmo que as relações presentificadas nessa dimensão da realidade se deem em um espaço mundano que deve ser caracterizado em termos de espaço/tempo possibilitados pela tecnologia. (BICUDO, ROSA, 2010, p. 15)

Neste contexto, tempo e espaço se referem a conceitos construídos a partir da significação de tecnologia, de maneira diferente daqueles apontados pela Física Clássica. Essa tecnologia pode oferecer vivências de diversas experiências no ciberespaço, inclusive com os outros, em sua corporeidade e fisicalidade, tais como: diversão, lazer, aprendizagem, afeto,

---

<sup>20</sup> Vivenciado, na perspectiva fenomenológica husserliana, diz de o sujeito dar-se conta de uma ação que está realizando. Trata-se do fazer e do dar-se conta disso que se está fazendo, concomitantemente.

<sup>21</sup> Espacialidade e temporalidade.

próprios do mundo-vida. “O mundo cibernético vai se constituindo e se construindo nas vivências de espaço cibernético.”(BICUDO; ROSA, 2010, p. 15).

Os espaços e tempos<sup>22</sup>, vivenciados com e pela mídia, afetam as pessoas emocional e racionalmente pelas mensagens e pelos modos de materializarem-se. O encontro das experiências entre os sujeitos, intencionalmente, atentos à tela informacional é vivenciado no ciberespaço. Esta realidade não faz parte do mundo físico, conforme o conhecemos da ciência clássica. Ela se expande por conexões velozes que se bifurcam em outras conexões, que conduzem a outros espaços e outras possibilidades de relações, propiciando, ainda, realidades possíveis, projetadas, inventadas, onde o espaço é algo diferente do que se conhece no cotidiano.

Para Granger (1995), “O virtual será o nome dado ao não-atual considerado essencialmente e propriamente em si mesmo, do ponto de vista de seu estado negativo, na projeção em analogia ao atual.” (p. 13, tradução nossa). O autor traz, além disso, o significado de virtual no campo da Mecânica como: “O que é possível no que prejudica a realidade” (p.13, tradução nossa). Essas maneiras de compreender o virtual de alguma forma se identificam.

Isso nos chama a atenção para o termo *não-atual*. Ainda Granger (1995) nos esclarece que:

[...] a não-atualidade, tal como foi introduzida por Aristóteles, não é nulamente o oposto da realidade, ainda que esta seja o ato em que constitui a perfeição e a realização de todos os tipos. [...] Quanto ao atual como correlato ao não-atual, digamos preliminarmente constitui aquele aspecto do real que é compreendido como se impondo a nossa experiência sensível, ou ao nosso pensamento de mundo, como existência singular, aqui e agora. (GRANGER, 1995, p. 13)<sup>23</sup>

Então o *virtual não* é o oposto de real, como se entende no senso comum. Para esse autor, há três aspectos do não-atual: o provável, o possível e o virtual.

Para compreender o não-atual e, daí, a atualização, é importante tomarmos a significação de *ser*, Aristóteles (2012) explicita quatro possibilidades:

(a) uma coisa é uma outra coisa, ou seja, uma é *acidente* da outra; as coisas são acidentalmente “[...]porque o predicado se aplica ao sujeito, que é, ou porque o próprio sujeito, ao qual pertence aquilo do que ele próprio é predicado, é.”

---

<sup>22</sup> Espaços e tempos ontológicos, fenomenológicos.

<sup>23</sup> Tradução nossa.

(b) os “[...] sentidos são aqueles indicados pelas figuras de predicação [...]” e “[...] considerando que alguns predicados indicam o que uma coisa é [...], a cada um destes corresponde um sentido de *ser*.”

(c) “[...] *ser* e *é* significam que uma coisa é verdadeira [...]”

(d) *ser* e *é* significam que alguns dos exemplos dados pelo autor possam ser emitidos em virtude de uma *potência* e outros em virtude de um *ato*. Por exemplo: o que vê em potência e o que vê em ato *é* uma coisa que vê. Da mesma maneira, com relação à substância: dizemos que *é* trigo mesmo que ainda não esteja maduro. (ARISTÓTELES, 2012, p. 143)

Dessa explicitação de Aristóteles, destacamos potência e ato, como elementos importantes para constituir a compreensão que buscamos.

Resumindo, a seguir, o significado de *substância*, o filósofo se vale também de duas interpretações: “o substrato (sujeito) final, que não é mais predicado de nenhuma outra coisa mais, e tudo o que possua uma existência individual e independente” (ARISTÓTELES, 2012, p. 144).

Ross (1969), no capítulo que precede a edição consultada da obra de Aristóteles, apresenta resumos de alguns conceitos que o filósofo desenvolve em seu teor, como por exemplo, sobre Matéria e Forma, iniciando com a seguinte assertiva:

O mundo apresenta-se a Aristóteles como uma hierarquia cujos membros superiores são substâncias imateriais, ao passo que todas as outras coisas dotadas de existência real são complexos em que a forma se acha engastada, por assim dizer, em camadas mais ou menos numerosas de matéria, e em que a *matéria* é modelada em *formas* cada vez mais complexas. (ROSS, 1969, p. 15)

Para nós, então, relacionar ato e potência, substância, matéria e forma nos auxilia na compreensão do real; segundo Granger (1995), é o movimento constante de potência e ato, matéria e forma. Em Bicudo e Rosa (2010), essa relação é explicitada deste modo: “O real oscila entre uma pura potência, que não *é*, pois não está atualizada, em uma pura forma, que nada tem de matéria. [...] a forma não é sem matéria e [que] o movimento para que forma/matéria se exponha, precisa da força, da potência que faz acontecer o ato.” (BICUDO; ROSA, 2010, p. 24).

Continuando a adentrar este movimento com Bicudo e Rosa (2010), entendemos que potência é o *quê* do potente, do que tem força para *ser*, do que traz potencialidade para tornar-se. A possibilidade, relacionada à potência, é o poder que uma coisa tem de produzir mudança; é a potencialidade em uma coisa que passa de um estado a outro, que permite

compreender a *physis*, aquilo que brota e tem força para se manter *sendo*. A realidade do existente, fisicamente, pode ser explicada em termos ontológicos e metafísicos sem o recurso de separar-se o *ser* e o *existente no mundo*. Ato é o que atualiza a potência, que abrange movimento para fazer avançar o acontecer, que inclui certa operação de mudança. O que existe potencialmente enquanto potencialmente existe; pode ser descrito como o movimento de *ser*, entre a *potência de ser* e o *ato de sê-lo*. Havendo processo de atualização, acontece a mudança de um objeto que passa do *estado de potência* ao *estado de ato*, ou atualidade. O *atualizado* é o que aparece na realidade mundana. A *potência* só pode ser conhecida a partir do *atual*, do que *é*, do que *já se atualizou*. Então o *virtual* e a *realidade* estão presentes na *potência*. *O que poderá vir a ser já é real em potência*, virtualmente. Há uma *possibilidade* do que *é em potência* vir a *ser*, existir, atualizando-se na medida em que haja ato, forma e matéria. Com a *atualização* do que *é em potência*, a existência se dá. O *atual* é o que se apresenta como realidade, em dimensões individualizadas em relação à *potência*.

Baumann (2013), explicitou, em sua pesquisa, sua compreensão acerca da *atualização*, afirmando que:

Atualização diz de uma ação criadora que, ao ser efetuada, torna atuais as possibilidades presentes [...]. Assim, atualização é aqui compreendida como um movimento de tornar atual, de fazer ser as ideias presentes [no projeto] por meio de ações, que podem ou não inovar. Desmembrando a palavra, podemos reafirmar que *atualização*, em nosso entender, é a ação de tornar atual. (BAUMANN, 2013, p. 28)

E, continuando: “Nunca, porém, a atualização repete o projeto de modo fechado em si, mas o realiza no embate das forças que se mostram na atualidade em que a realização estiver se dando.” (BAUMANN, 2013, p. 46)

Baumann (2013) ressalta, inclusive, que este é um movimento que ocorre *nas* e por meio *das* ações, que torna o proposto em atual. Esse movimento abriga as ideias iniciais, atualizando-as de maneira protegida pelo próprio projeto. (BAUMANN, 2013, p. 47).

E, ainda:

A atualização do projeto já o traz como ato, em realização, em acontecimento presente e imediato. É como um bloco de mármore que é potência enquanto matéria à espera de uma forma passível de ser atualizada pela ação de “esculturar”, materializando-se em uma escultura. (BAUMANN, 2013, p. 49)

Em nossa pesquisa, utilizamos o termo *atualização* para nos referirmos à realização, ato de tornar real o que está em potência em nosso curso, enquanto projetado. Nossas compreensões, aqui expressas, objetivam explicitar a origem filosófica do termo, aprofundar seu significado e justificar filosoficamente o seu emprego.

O curso projetado, em potência, será acessível de ser atualizado pelo ato efetuado pela pesquisadora, tornando-se real na situação vivencial que é cenário para a pesquisa, qual seja o estar-junto à Geometria, aos sujeitos e à Informática. Nesse contexto de ideias, se faz importante a compreensão do significado de ser-junto à tecnologia informática.

Escolhemos, então, iniciar nosso estudo sobre o significado *de ser junto à tecnologia* por referências a respeito do pensamento humano e do funcionamento das máquinas, no que se aproximam e no que divergem, para, a seguir, aprofundar esta discussão, tomando como contraponto argumentações no pensamento filosófico.

De acordo com Wiener:

O homem está imerso num mundo ao qual percebe pelos órgãos dos sentidos. A informação que recebe é coordenada por meio de seu cérebro e sistema nervoso até, após o devido processo de armazenagem, colação e seleção, emergir através dos órgãos motores, geralmente os músculos. Estes, por sua vez, agem sobre o mundo exterior e reagem, outrossim, sobre o sistema nervoso central por via de órgãos receptores, tais como os órgãos terminais da cinestesia; e a informação recebida pelos órgãos cinestésicos se combina com o cabedal de informação já acumulada para influenciar as futuras ações. (WIENER, 1954, p. 17)

O relato desse processo, que descreve como uma informação pode acarretar uma ação do ser humano, subsidia o autor na explicitação do funcionamento de uma máquina, por meio do seguinte exemplo:

Consideremos a atividade das figurinhas que dançam no topo de uma caixa de música. Movem-se de acordo com um padrão, mas trata-se de padrão estabelecido de antemão e no qual a atividade pretérita das figuras não tem praticamente nada a ver com o padrão de sua futura atividade. A probabilidade de que venham a divergir desse padrão é nula. Há uma mensagem, efetivamente, mas ela vai da maquinaria da caixa de música até as figuras, e ali se detém. As figuras propriamente ditas não têm qualquer outra comunicação com o mundo exterior que não seja esse estágio unidirecional de comunicação com o mecanismo preestabelecido da caixa de música. São cegas, surdas e mudas e, em sua atividade, não se podem desviar, o mínimo que seja, do padrão convencional. (WIENER, 1954, p. 21)

Apesar de o exemplo dado se referir a um mecanismo bastante simples e de observarmos que as máquinas desempenham tarefas cada vez mais complexas, evidenciamos uma grande diferença entre os dois comportamentos, conforme compreendemos na leitura que realizamos. Se no homem seu corpo abriga organismos que dão conta de controlar e de influenciar a ação, na máquina, conforme descrito, a ação resulta de uma prévia programação que a organiza. Homem e máquina, portanto, nessa visão, funcionam de maneira diversa.

O funcionamento do corpo humano, aqui descrito, refere-se à explicitação do autor da obra estudada, em termos de Neurobiologia. Bicudo (2010) nos lembra de que, fenomenologicamente, Husserl fala das dimensões da pessoa em termos de corpo, psique e espírito, todas encarnadas. E acrescenta:

O corpo-próprio, corpo-encarnado, entendido como intencionalidade motriz e ponto zero a partir do qual as perspectivas se alinham na visibilidade do que se mostra, assume importância na obra husserliana, uma vez que contém ideias de materialidade do espírito, de intencionalidade, bem como se revela como possibilidade de descrever a constituição do outro com base no eu. (BICUDO, 2010, p. 17)

A pergunta de Changeux e Connes (1996)<sup>24</sup>, “O cérebro do homem é um computador?”, remete-nos à reflexão sobre o pensamento de uma máquina. Nessa obra, os autores estabelecem um diálogo a respeito deste tema, comentando e argumentando sobre diferenças que acreditam haver entre as máquinas de pensar, ou computadores, e o cérebro humano.

Changeux é neurobiólogo e enfatiza a característica intencional do cérebro humano, propriedade que o autor liga à evolução. Connes, que é matemático, utiliza-se do exemplo de um jogo de xadrez para argumentar junto ao seu interlocutor: ganhar o jogo é o propósito bem definido e, ainda, a construção de um programa que avalie a proximidade ou o afastamento desse propósito é tarefa relativamente fácil e, para isso, é decorrente a programação das ações em cada passo do jogo. Prosseguindo a sua argumentação, Connes explica que o propósito, no caso do cérebro humano, pode mudar conforme os problemas que se apresentam e ele próprio, o cérebro, cria processos de avaliação do propósito dado a cada jogada. Os autores concordam que o cérebro, além da avaliação, é dotado de diferentes níveis de memória que não só auxiliam essa capacidade, como também propiciam a retomada de experiências anteriores na

---

<sup>24</sup> Essa obra é apresentada como um diálogo entre Changeux e Connes, motivo pelo qual no texto há momentos em que nos referimos a um autor e em outros momentos, ao outro.

decisão das ações. Por outro lado, conforme afirmam, as máquinas não têm a capacidade de construção de funções de avaliação de acordo com o propósito, evidenciando não terem intenções.

Connes continua seu raciocínio atribuindo às máquinas um primeiro nível de pensamento, por não serem capazes de construção de funções de avaliação. Um segundo nível seria atingido por elas se fossem providas de afetividade. A afetividade está ligada à vontade de se ganhar uma partida de xadrez, mantendo o exemplo inicial, mesmo que, em sua estrutura, haja registros que correspondam às regras e às possibilidades previstas. Para que estivesse neste segundo nível, seria necessário que as máquinas compreendessem os mecanismos que regem o jogo e o que se passa durante a sua duração.

Considerando grandes memórias onde esteja registrada uma grande quantidade de jogos e de jogadas correlacionadas, e, ainda, a aplicação de geradores de hipóteses, de acordo com Connes, a máquina poderia se aproximar de uma função de avaliação universal a que o autor chama de reflexão do consciente, num segundo nível. A reflexão, segundo ele, é uma função de avaliação sobre funções de avaliação pontuais, e isso possibilitaria chegar-se à reflexão na máquina.

Prosseguindo a sua análise, Connes declara que: “No segundo nível, podemos adaptar uma estratégia para um objeto fixado. No terceiro, o da verdadeira criatividade, o objetivo não é conhecido. O próprio da criatividade reside na ausência de objetivo prévio.” (Changeux; Connes, 1996). Esse terceiro nível, segundo os autores mencionados, é atingido quando um mecanismo tem a capacidade de perceber uma harmonia que não é mais da ordem da reflexão, posto que, se fosse, haveria prazer ou desprazer neste estágio final e então poderia ser elaborada uma função de seleção, portanto, avaliadora.

Nesse ponto, Changeux; Connes (1996) estão de acordo que a argumentação retorna ao problema inicial que é questionar se a harmonia é sensível ao homem, porque ele vive num mundo harmonioso e, ainda, se a realidade harmônica é percebida pelo homem no mundo ou por ele criada. Seria a máquina capaz de perceber ou de criar essa harmonia? A aproximação entre homem e máquina, numa relação de identificação, ainda fica para nós sem ser respondida.

Bicudo (2014), ao estudar *o significado de estar-com-o-computador* expõe suas reflexões sobre o constructo seres-humanos-com-mídia, desenvolvido por Borba e Villarreal (2005). Mantendo o referencial em Tikhomirov (1981), que foi uma dos teóricos citados na criação do constructo referido, Bicudo (2014) busca compreensões sobre a reorganização do

pensamento, conceito presente tanto em Tikhomirov (1981), quanto em Borba e Villarreal (2005). Sua argumentação parte da afetação da máquina em relação ao ser humano, conforme destacado no trecho:

Muitos autores afirmam que o computador afeta a cognição humana, apontando diferentes maneiras pelas quais isso pode se dar. Essa afirmação se pauta em observações que, mesmo a um olhar superficial, ou seja, não intencionado por um tema posto sob investigação, mostram o computador resolvendo problemas ou servindo de extensão das capacidades humanas, acopladas à rapidez de processar e de memorizar informações. Esse modo de compreender fornece subsídios para a tendência de olhar para o funcionamento do computador como análogo ao pensamento humano, donde é possível substituí-lo. (BICUDO, 2014, p. 56-57)

E citando a obra de Tikhomirov (1981), essa autora argumenta, em relação à substituição do pensamento humano pelo computador, expondo o dito por aquele autor:

Não nos confrontamos com o desaparecimento do pensamento, mas com a reorganização da atividade humana e com o aparecimento de novas formas de mediação em que o computador tomado como ferramenta da atividade mental transforma essa mesma atividade. (TIKHOMIROV, 1981, p. 59 apud BICUDO, 2014, p. 59)

Estamos, então, diante de outra maneira de relacionar o pensamento humano com o computador, não mais os comparando em suas funções e possibilidades, como fizemos no estudo da obra de Connes e Changeux (1996), mas admitindo que possam realizar ações juntos, já que o computador pode ser compreendido, com Tikhomirov (1981), como reorganizador da atividade humana.

Na mesma direção da autora citada, Coelho e Bicudo (2014), refletindo sobre humanos-com-mídias, acrescentam Lévy (2003), já que as ideias deste autor também foram consideradas na concepção do constructo de Borba e Villarreal (2005).

Coelho e Bicudo (2014), ao tomar as considerações de Lévy (2003) sobre inteligência coletiva, concluem que esta não se estabelece exclusivamente no âmbito da cognição, devendo também a este conceito estar relacionadas dimensões éticas e políticas (p. 81). Em suas análises esclarecem, ainda, que a inteligência coletiva “[...] só se inicia e cresce com a cultura humana. Atribui à inteligência do todo não um resultado de atos mecânicos, cegos, automáticos, mas entende que o pensamento das pessoas pereniza, inventa e coloca em movimento o pensamento da sociedade.” (p. 83).

Prosseguindo suas análises, esses autores indagam a respeito das maneiras como compreendem *coletivos humanos e mídias*, expressão encontrada na obra de Borba e Villarreal (2005): se seria o de reunir, juntar, como um agrupamento de elementos indissociáveis, ou como uma constituição indissolúvel. Essas alternativas os levam a duas diferentes interpretações: humanos e mídias se entrelaçam, formando uma totalidade de impossível dissociação. Neste caso, a tessitura que vai se formando entre o sujeito e o objeto se torna forte com a repetição de atividades, não permitindo que então sejam dissociados. Ou seja, a indissolubilidade dá-se *a posteriori* da efetivação da experiência entre sujeito e objeto; no caso específico, entre o sujeito e a máquina. Uma segunda interpretação, que humanos sempre são com-mídias, numa constituição em que esses elementos sempre se encontram articuladamente entrelaçados, ao se assumir que homem-mundo já são sempre dados juntos. Esta última possibilidade de interpretação refere-se à concepção do modo de ser do ser do homem, em Heidegger, que jamais é sem mundo, pois é sempre ser-ai-no-mundo-com.

Pela análise interpretativa realizada, os autores Coelho e Bicudo (2014), que seguiram o caminho do dito nos textos referidos na obra de Borba e Villarreal (2005), compreendem que o *constructo humanos-com-mídia* é entendido da perspectiva de humanos e mídia como indissociáveis, compreendido na dimensão da realidade histórico-social

Não sendo identificada a conexão entre as teorias estudadas de Tikhomirov (1981) e Lévy (2003) nos estudos realizados, e considerando a concepção heideggeriana do *ser-no-mundo-com* como “uma constituição do modo de ser do ser humano que jamais é sem mundo” (COELHO; BICUDO, 2014, p. 85), estes autores, assumindo:

(...) a visão fenomenológica de conhecimento e de realidade, ... [veem] o *com* como estar junto a, nesse caso a mídia, a qual tanto é tida como comunicação veiculada que expõe o compreendido e interpretado por meio da linguagem, como entendida em seus produtos postos à mão, culturalmente, que estão no-mundo. (COELHO; BICUDO, 2014, p. 85)

Nessa investigação, assumimos essa concepção de ser com o computador. Assim, entendemos que ao se estar junto ao computador, há um modo de ser do ser humano que já projeta esse modo de estar junto.

Da mesma forma, como a compreensão do significado de ser-junto à tecnologia, o significado de constituição do conhecimento se torna importante para nossa pesquisa, uma vez que é o solo para nosso entendimento dos sentidos e significados. Estes termos serão

evidenciados nas análises e interpretações dos achados em nossa atividade de atualização do curso à distância.

Ao voltar-se ao real vivenciado, a Fenomenologia possibilita a investigação da constituição do conhecimento em situação de ensinar e aprender Matemática em um curso à distância, de que se ocupa nossa pesquisa, e, por esse motivo, é tomada, aqui, como postura filosófica-metodológica.

Em sua abordagem, Ales Bello (2006) explicita os significados da palavra “fenomenologia” a partir de sua origem etimológica “fenômeno + logia” ou “fenômeno + logos”, que nos diz da reflexão sobre aquilo que se mostra. Mas, pergunta: *o que é isso* que se mostra? E *como* se mostra? E completa: “As coisas se mostram a nós. Nós é que buscamos o significado, o sentido daquilo que se mostra. [e] ... precisamos dizer que *percebemos, estamos voltados para elas.*” (ALES BELLO, 2006, p. 18). Essas “coisas”, de caráter físico, cultural, religioso, etc., a que a autora se refere, são tratadas por nós como “fenômenos” cujo sentido nós buscamos compreender, junto à Filosofia.

O ato perceptivo se apresenta, então, como o solo onde devemos caminhar para compreender a constituição do conhecimento.

Ales Belo (2006) esclarece que Husserl envolve-se com estudos a respeito do ato psíquico em aulas com Brentano<sup>25</sup>, que se interessou pela Psicologia, frequentadas também por Sigmund Freud. A partir desses estudos, Husserl, matemático de formação, pensa em interpretar a numeração sob a perspectiva psicológica que a ele se abria. Essa perspectiva, entretanto, é por ele abandonada, assim como o estudo com a Aritmética, uma vez que ele compreende que há necessidade também de considerar uma atividade intelectual. Volta-se, então, para o conhecimento humano, e, segundo ela, recomeça pela *percepção*, “... destacando que estamos em contato, através das sensações, com o mundo físico que é percebido por nós. A percepção é uma porta, uma forma de ingresso, uma passagem para entrar no sujeito, ou seja, para compreender como é que o ser humano é feito.” (ALES BELLO, 2006, p. 30)

---

<sup>25</sup> Franz Brentano (1838-1917). Brentano fundou a psicologia do ato, argumentando que o fenômeno psíquico se constitui como atividade e não como conteúdo. Defendeu a proposta de um método empírico nos estudos dos fenômenos psíquicos, porém não experimental. Afirmou ainda que a psicologia, da mesma forma que as ciências da natureza, parte da percepção e da experiência. A percepção interna vai constituir-se no seu principal recurso metodológico, indispensável aos estudos dos fenômenos psicológicos. (...) A proposta de uma sistematização da psicologia do ponto de vista empírico, mesmo com uma fundamentação filosófica, não deixa de se estruturar como ciência. Propôs duas maneiras de se chegar aos fenômenos psíquicos: a psicologia descritiva ou psicognosia, visando alcançar os elementos últimos de que se constitui a totalidade da consciência, desta forma, chegar à marca comum de todas as singularidades: a intencionalidade; a segunda maneira propõe a averiguação das leis do fluir dos fenômenos psíquicos, denominando-a de psicologia genética. (FEIJOO, 1999).

Prosseguindo o esclarecimento acerca da constituição do conhecimento, essa filósofa explicita que, pela nossa capacidade de dar-nos conta do que nos ocorre, ou seja, de *dar-nos conta disso que fazemos*, é que o vivenciado por nós é passível de ser registrado. Mas onde e como os atos perceptivos são registrados? pergunta a filósofa. A percepção percebida no próprio ato de perceber é possibilitada pelo *dar-nos conta de*, de termos consciência de algo. A novidade em Husserl é dizer que o ser humano “[...] tem a capacidade de ter consciência de ter realizado esses atos, enquanto ele está vivendo esses atos, sabe que os está realizando. Sabe que está realizando esses atos na relação com algo que está vendo ou tocando.” (ALES BELLO, 2006, p. 31).

Podemos dar-nos conta de nossas vivências, de modo que delas estamos cientes. Estar consciente dos atos realizados é dar-se conta deles, é percebê-los enquanto estamos na ação de realizá-los. A autora prossegue com sua argumentação, indagando: que tipo de vivência é refletir? Explicita que os atos perceptivos constituem o primeiro nível de consciência. A reflexão é uma consciência de segundo grau, é uma vivência humana. O ato reflexivo é o segundo nível de consciência. Esses atos são sequentes, já que só podemos refletir sobre o percebido de modo atento. Diz ela: “O homem percebe, registra o que percebe e se dá conta que está vivendo o ato da percepção” (ALES BELLO, 2006, p. 32).

Bicudo (2011) compreende que há certeza sobre o percebido na percepção no *agora*, no exato momento em que ela se dá. Atos articuladores de comunicação são solicitados pelo enlaçado no fluxo das vivências. Esses atos são efetuados pela consciência e ocorrem na subjetividade do sujeito, avançando a constituição de conhecimento. Podem ser relacionados às dimensões psicológicas, como o *gostar*, cognitiva e espiritual, como o *conhecer* e *julgar*. Apesar disso, afirma ela, os atos perceptivos não são exclusivamente subjetivos, já que a percepção enlaça o percebido e seu entorno, figura e fundo, assim como seus modos de expressão (a linguagem), produtos culturais e suas formas de materialização (a cultura), outros seres vivos e a natureza. Segundo ela:

Há, sim, um trabalho cognitivo julgador, de articulação e expressão efetuadas subjetivamente. Mas é uma subjetividade em que o mundo e sua estrutura já estão presentes, ainda que não de modo determinístico, o que significa que ao sujeito competem atos criadores, tomando o estruturante e indo além, inovando com formas, cores, vibrações etc., expressões possíveis do sentido percebido e articulado, lançando-os mediante materializações disponibilizadas pelos produtos culturais. (BICUDO, 2011, p. 32)

Ales Bello (2015), estudando o título *Fluxo da consciência originário e constituído*, da obra *Psicologia e ciências do espírito*, de Edith Stein, explicita que “Podemos falar em fluxo porque no presente está conservando algo daquilo que passou, e o que está conservado no presente nos diz que haverá algo em seguida: há um fluir, um fluxo de consciência do que vivemos” (ALES BELLO, 2015, p. 25).

Para ela, a constituição desse fluxo, que é vivido na consciência, determina o tempo, “Não é tempo que viria antes e constituiria o fluxo” (IBIDEM), e, citando Edith Stein, continua: “o fluxo da consciência originário é um puro devir; dali flui o viver, o novo se acrescentando em uma produção contínua, sem que possamos dizer de onde aquilo em devir vem a ser produzido, ou seja, causado.” (IBIDEM). A autora compreende, então, que as vivências são o próprio fluxo, contínuo, porém apresentando fases que pressupõem, cada uma, as anteriores e preveem algumas futuras.

Ales Bello (2015) lembra-nos que há um aspecto específico das vivências de que estamos tratando que é a consciência de estarmos vivendo.

Leve em consideração que “consciência” não significa que a cada momento estejamos refletindo sobre os atos. Mas quer dizer que sabemos, estamos cômnicos do que está acontecendo por estarmos vivendo. Vivemos esta consciência mesmo quando não estamos refletindo sobre a vivência. Ao ver as coisas, estamos cômnicos de vê-las. Temos consciência de estar aqui.(ALES BELLO, 2015, p. 27)

A reflexão, de acordo com essa autora, é uma atividade específica da consciência. Conforme compreendemos, essa atividade a caracteriza, uma vez que se trata do voltar-se sobre o vivenciado e retomá-lo, buscando o sentido que faz e o modo de expressá-lo articuladamente.

Entre os atos que se encontram no fluxo da consciência, está a lembrança. Pelo ato de lembrar ou de recordar retomam-se, no fluxo da lembrança, as experiências vivenciadas no átimo do agora. Bicudo (2016), referencia a explicitação de Husserl a respeito da recordação:

[Na] capacidade de recordar encontra-se a possibilidade de repetição de uma produção real, gestando a auto-evidência da identidade. Instala-se uma capacidade de repetição ilimitada da auto-evidência, pelo ato de recordar, constituindo uma identidade da estrutura por toda a cadeia de repetições: está intervindo, então, a operação idealizadora. Entretanto, ainda assim, embora tenhamos o ato objetivante, não temos sua realização, tal como se presentifica no mundo-vida. Para tanto, Husserl aponta o ato da intropatia e a linguagem. (BICUDO, 2016, p. 39)

De acordo com Ales Bello, “o ato de recordar é um ato de presentificar, dou-me conta disto que percebi em carne e osso, mas que agora não está mais perceptível, mas, todavia, ainda está presente ao seu modo”. (ALES BELLO, 2012, p. 226)

É um modo de estar presente peculiar que se trata da possibilidade de tornar presente no ato de recordar o que não mais está aí para minha percepção. Esse ato reenvia à presença do percebido por mim em minha percepção. Lembrar é outro ato. “ Naturalmente recordar é um ato interior que faz retornar o eu a si mesmo, então que coisa pode haver em comum com a intropatia? Há em comum a estrutura interna da presentificação. (ALES BELLO, 2012, p. 226)

Compreendemos, então, que a presentificação, quer se dê pela percepção que ocorre no agora, que é trazida na lembrança ou que nos presentifica o outro, como semelhante para nós, constitui aspecto importante da constituição do conhecimento. Como o outro, entendido como aquele que está conosco em situação de constituir conhecimento em curso à distância de geometria, que nessa investigação denominamos cossujeitos, trataremos, a seguir, desse aspecto que traz consigo a entropatia e a linguagem.

### *O significado de cossujeitos e de sua presença na produção do conhecimento*

Buscando auxílio na etimologia para compreender o significado de cossujeitos Cunha (1997) afirma que o prefixo latino “*co-* (*cum*)/*com*”

[...] designa *companhia, contiguidade, sociedade* e se documenta em vocábulos eruditos, quase todos formados no próprio latim, como *coadjuvar, cooperação* etc., e em alguns outros formados nas línguas modernas, como *coeficiente*, por exemplo. O prefixo assume, ainda, as seguintes formas: (i) *com-* diante de *-b, -m* e *-p* (*combater, comemorar, compor*); (ii) *com-* diante de consoante com exceção de *-b, -m, -p* e *-r*; (iii) *-cor* diante de *-r* (*corroborar*). (CUNHA, 1997, p.190)

Numa consulta ao dicionário de Filosofia, Mora (2001b), encontramos o verbete ‘*Sujeito*’, explicitado sob vários pontos de vista, entre eles o seguinte:

3) Do ponto de vista gnosiológico, o sujeito é o sujeito-cognoscente, o que é definido como “sujeito para um objeto” em virtude da correlação sujeito-objeto que se dá em todo fenômeno do conhecimento e que, sem negar sua mútua autonomia, torna impossível a exclusão de um dos elementos. (MORA, 2001b, p. 2793)

Em Abbagnano (2012), do latim *Subjectum, Suppositum*, ‘*Sujeito*’ é assim explicitado:

[...] teve dois significados fundamentais: 1º aquilo de que se fala ou a que se atribuem qualidades ou determinações, ou a que são inerentes qualidades ou determinações; 2º o eu, o espírito ou a consciência, como princípio determinante do mundo do conhecimento, ou da ação, ou ao menos como capacidade de iniciativa em tal mundo. (ABBAGNANO, 2012, p. 1096)

Husserl (2013) contribui também para a compreensão, em sua explicitação da gênese do ego transcendental, que é o próprio *sujeito*:

O *ego* constitui-se para si mesmo na unidade de uma história, por assim dizer, e quando dissemos que, na construção do *ego*, estavam incluídas todas as constituições de todas as objectualidades que eram para ele, tanto imanentes como transcendentais, tanto ideais como reais, deverá agora acrescentar-se que os sistemas constitutivos, através dos quais cada objeto e cada categoria de objeto é, para o *ego*, só são eles próprios possíveis no quadro de uma gênese conforme as leis. (HUSSERL, 2013, p.114)

Buscamos, ainda, a contribuição de Heidegger (1971), que nos traz sua compreensão:

Se se escolhe para o ente que sempre nós mesmos somos, e que compreendemos como *ser-aí*, a expressão *sujeito*, então a transcendência designa a essência do *sujeito*, é a estrutura básica da subjetividade. O sujeito nunca existe antes como *sujeito*, para então, caso subsistam objetos, também transcender; mas ser-sujeito quer dizer: ser ente na e como transcendência. (HEIDEGGER, 1971, p. 42)

E, finalmente, para justificar a maneira de grafar esta palavra, recorremos ao novo acordo ortográfico brasileiro que determina que:

Se a palavra a ser prefixada se iniciar pelas letras "r" ou "s", será necessário duplicar essas consoantes, de modo a preservar a sua pronúncia. Assim: "antirruído" (no lugar de "anti-ruído"), "suprarrenal" (no lugar de "supra-renal"), "ultrassonografia" (em vez de "ultra-sonografia"), "infrassom" (em vez de "infra-som") etc. (NICOLETI, 2015)

... e, por isso, a grafia *cosujeito*.

Mas dizer apenas da formação da palavra, mesmo considerando seu significado contextualizado na Filosofia, não traduz como este termo está sendo compreendido no contexto de nosso trabalho de pesquisa.

Há de se buscar mais. A citação de Heidegger(1971) de que o sujeito “[...] é a estrutura básica da subjetividade”, nos conduz a buscar compreensões sobre sujeito, subjetividade, e também sobre intersubjetividade. Estas são dimensões que estão imbricadas

uma na outra, e, junto à objetividade, entrelaçam sentidos na atribuição de significados explicitados pela linguagem, mantidos pela tradição e materializados pela cultura, em um solo histórico, movimento que se relaciona à constituição do conhecimento (BICUDO, 2010, p.34). Pesquisar, portanto, a respeito desta constituição, requer buscar o entendimento sobre estas dimensões.

Descartes foi pioneiro na formulação explícita do problema do *eu*. Diz ele:

Mas o que sou eu, portanto? Uma coisa que pensa. Que é uma coisa que pensa? É uma coisa que duvida, concebe, afirma, nega, que quer ou não quer, imagina também e que sente. Certamente não é pouco se todas essas coisas pertencem à minha natureza. Mas por que não lhe pertenceriam? Não sou eu próprio esse mesmo que duvida de quase tudo, que, no entanto, entende e concebe certas coisas, que assegura e afirma que somente tais coisas são verdadeiras, que nega todas as demais, que quer e deseja conhecê-las mais, que não quer ser enganado, que imagina muitas coisas, mesmo mau grado seu, e que sente também muitas como que por intermédio dos órgãos do corpo? Haverá algo em tudo isso que não seja tão verdadeiro quanto é certo que sou e que existo, mesmo se dormisse sempre e ainda quando aquela que me deu a existência se servisse de todas as suas forças para enganar-me? Haverá, também, algum desses atributos que possa ser distinguido de meu pensamento, ou que se possa dizer que existe separado de mim mesmo? Pois é por si evidente que sou eu quem duvida, quem entende e quem deseja que não é necessário nada acrescentar aqui para explicá-lo. (DESCARTES, 1983, p. 95)

Abbagnano (2012) nos revela que este problema, logo que identificado, obteve historicamente uma primeira interpretação ou solução, sendo interpretado como consciência, relação consigo mesmo, subjetividade, que se seguiram de outras, como autoconsciência, unidade, relação.

Bicudo (2014) nos auxilia nesta compreensão, trazendo que Husserl, criador da Fenomenologia e autor presente na análise e reflexão que estamos desenvolvendo, propôs-se a compreender o *eu cartesiano*, mesmo considerando que o próprio Descartes o tenha abandonado tão logo tenha alcançado sua primeira verdade, clara e evidente, segundo o próprio Descartes, expressa por *eu penso*. Essa verdade logrou muita importância na construção da racionalidade das ciências europeias modernas e contemporâneas.

O contexto em que Husserl se encontrava, de acordo com a autora, era o da crítica dos fundamentos dessas ciências. A Matemática era, então, modelo e solo do almejado pensamento racional para a filosofia de Descartes, fato justificado por ser esta ciência clara e precisa. Husserl se pôs a interrogar-se acerca de quem seria esse *eu* que produz a ciência e como se constitui. Em resposta a essa interrogação, compreendemos, junto a essa autora, que

este *eu* “É corpo-encarnado que vive em um mundo, que aos poucos, ele, Husserl, vai entendendo como mundo-vida” (BICUDO, 2014, p. 53).

A compreensão do sujeito, no âmbito da fenomenologia nos é elucidado por Bicudo.

Não se trata do primado egológico em que poderia falar de um sujeito solipsista, fechado em si mesmo e em seus atos. Mas se trata de uma subjetividade que, pela intencionalidade, enlaça o que está a sua volta, trazendo-o ao seu encontro, de maneira que ela sempre já se constitui enlaçando, no ato da percepção, o que está a sua volta. E sendo ato, realiza-se no ato de agir que sempre tem um tempo de efetivação, donde constitutivamente ser histórica, pois temporalizada. (BICUDO, 2014, p. 54)

*Constituir-se* é um movimento, de acordo com a autora, que impede a subjetividade de ser apartada, já que não há sujeito sem mundo, mundo-vida em que estão os outros, humanos (cossujeitos), natureza, objetos, ideias, ciências... E enfatiza esta ideia, lembrando que no processo de redução fenomenológica, ao se colocar em evidência o *eu*, aparecem os outros – humanos e coisas -, mostrando que *no eu já sempre estão os outros, de modo constitutivo*. Por meio deste encadeamento de ideias traz à compreensão *a afirmação de que não há separação sujeito-objeto*.

Bicudo (2010), explicitando essa questão, reitera que a subjetividade não é uma unidade cerrada onde se encontram prontas potencialidades à espera de atualização. Mas, no movimento do mundo-vida, a subjetividade traz à consciência o percebido e esta opera atos que se encaminham na direção da compreensão e da expressão.

Os atos apresentados pela subjetividade guardam qualidades diferenciadas, continua a autora. Os atos sensórios abrem ao mundo a corporeidade, encarnada e que se movimenta experienciando o espaço. O tato, que é um exemplo desses atos, permite o registro dos limites do corpo-próprio e dos outros corpos, humanos ou não. A percepção destes limites se deve aos atos psíquicos, de caráter psicológico, que são investigados em um campo específico. Dentre esses atos, citamos impulsos, instintos, reações, desejos e também, tocar, ouvir, registrar.

Há outros atos, igualmente, subjetivos; mas diferentes dos psíquicos: são os atos reflexivos, como explicitou Alles Bello (2006). Bicudo (2010) nos exemplifica esses atos como os de perceber-se percebendo, em ação. Ou seja, esses atos refletem sobre os que estão sendo atualizados.

A vivência da reflexão instala o ato de nos dar conta de nós, do que estamos fazendo, e realiza atos de decisão e avaliação. Essa é a dimensão do espírito.

Os atos espirituais são efetuados pelo corpo-próprio, que é, portanto, como já mencionado nesse capítulo, encarnado. Em Fenomenologia, ao falarmos de subjetividade, estamos abrangendo as dimensões do corpo-próprio, dos atos psíquicos e dos do espírito. (BICUDO, 2010, p. 36)

A subjetividade, como anteriormente dito, uma unidade não fechada em si, de que fala a autora, estende-se ao mundo-vida e a sua circunvizinhança, incluindo o *outro*. Esse *outro* é o *não eu*, aquele que não é o corpo de que me dou conta percebendo, movendo-se, sentindo, agindo. A subjetividade, portanto, conforme aqui explicitada por esta autora, constitui-se nessa expansão por meio de atos diferenciados “[...] que levam e trazem a percepção do percebido em ato de perceber, a percepção e o percebido” (BICUDO, 2010, p. 36).

Ales Bello (2006) nos alerta sobre a importância do estudo dos atos, antes de qualquer coisa, do ponto de vista antropológico-filosófico, já que este estudo toca o individual e o universal, dimensões que estão ligadas. Esta interligação é o que, de acordo com essa autora, permite-nos dizer *nós*.

Essa autora nos traz que Husserl, após os estudos que identificaram os atos, indagou-se: “Será tudo isso uma mera invenção pessoal?” (ALES BELLO, 2006, p. 61). O filósofo, para prosseguir, precisou responder a esta outra pergunta: “Qual é a origem de todos os nossos conhecimentos conscientes?” (IBIDEM). E, ainda, para respondê-las, fez-se necessário iniciar pelo estudo da percepção, conforme já mencionado.

Ales Bello (2006) explicita que ao dirigirmos a nossa atenção ao que nos cerca e fazemos uma análise perceptiva, distinguimos pessoas e coisas. A percepção, portanto, conduz-nos a essa distinção. Mas, prossegue indagando, como se chega a saber *que* é um e outro? E como sabemos *o que* é um e outro? Mesmo que as coisas sejam identificadas por *não terem vida*, como distinguimos homens e animais? Se as perguntas sobre as distinções entre o que vemos vão se sucedendo, adentramos, segundo ela, ao terreno fundamental dos atos de consciência, que são diversos dos atos perceptivos, e evidenciados por Husserl e Stein<sup>26</sup>. Este ato de consciência descrito acima é denominado *empatia* ou *intropatia*, termos que vêm do alemão *Einfühlung*. Trata-se do sentir imediatamente *que estamos em contato com outro ser humano, de modo tal que podemos falar nós*. (IDEM, p.63).

---

<sup>26</sup> Edith Theresa Hedwing Stein (1891 - 1942) foi uma filósofa e teóloga alemã. Foi a segunda mulher a defender uma tese de doutorado em Filosofia na Alemanha, discípula e, depois, assistente de Edmund Husserl, fundador da Fenomenologia. De origem judia, prosseguiu em seus estudos em Fenomenologia mesmo após sua conversão ao catolicismo, ainda que os direcionando à Escolástica. (EDITH STEIN, 2015)

A autora prossegue, explicitando que a intropatia nos abre um mundo intersubjetivo, que nos dá a possibilidade de contato com o outro, vivência essa que nos auxilia em nosso desenvolvimento pessoal, fundamentalmente, no âmbito espiritual e cultural. Além disso, ela lembra que, do ponto de vista experiencial, antes mesmo de qualquer análise perceptiva, estamos sempre junto com os outros como nós, num contexto humano, reconhecido justamente pela intropatia, que *é a dimensão intersubjetiva constitutiva da pessoa*.(IDEM, p. 69).

Bicudo em continuidade à reflexão sobre intropatia, assim a explicita:

A intropatia é basicamente conhecimento do outro que se desenvolve nas vivências em que o outro é dado (trazido, exposto) ao *eu* em sua corporeidade. É uma percepção constituinte da intersubjetividade. Não se trata, assim, de um conceito teórico ou de uma afirmação predicativamente construída. (BICUDO, 2016, p. 39-40)

Para ela, Husserl coloca a *experiência do outro, empiricamente vivida em epoché* fenomenológica, de maneira a escavarem-se sentimentos, reflexões, intuições, emoções na experiência vivenciada. Os movimentos de auto-focar-se e auto-perceber-se, efetuados na redução mencionada por aquele que a procede e *fundada na reflexão do que se mostra na vivência do outro*, trazem em retorno as operações constitutivas da intropatia. O ato da percepção intropática permite um reconhecimento do *igual a mim*, estabelecendo uma relação que propicia a própria exposição ao outro capaz de compartilhar a compreensão da minha experiência vivida.

Avançamos, ainda, na compreensão da intersubjetividade, com Ales Bello (2006), quando esta filósofa explicita a organização da associação humana, importante no entendimento, nesse contexto, do papel de cada pessoa, que já nasce num meio interpessoal. Determinadas formas de associação favorecem posicionamentos de cada pessoa, de acordo com o tipo de movimento que promovem a cada uma delas. Sendo o ser humano constituído de corpo, psique e espírito, cada modalidade de associação pode dar maior importância a cada uma dessas dimensões. Fenomenólogos têm estudado os limites da interpessoalidade, pesquisando as diversas formas de organização humana e se indagando sobre as possibilidades do ser humano realizá-las. (ALES BELLO, 2006, p.70)

Porém, a intersubjetividade, de acordo com Bicudo, solicita também a linguagem para constituir-se. Ela expõe o compreendido pelo sujeito ao(s) cossujeito(s) com quem está, de modo que pode fazer com que a intuição e as articulações de sentido e de significado por

ele realizadas venham a fazer sentido para esses cossujeitos. Essa autora explicita que “Ambos – intropatia (*Einfühlung*) e linguagem – são nucleares à comunicação entre sujeitos e, desse modo, à constituição da esfera da intersubjetividade.”(BICUDO, 2016, p. 39).

Nesta nossa investigação, compreendemos os cossujeitos como aqueles com quem estamos no ciberespaço que, como eu mesma, sente, percebe, toma ciência de..., reflete e expõe o que para ele faz sentido e o modo como compreende isso que faz sentido para ele, realizando o curso “Geometria: do que trata?”, oferecido na modalidade à distância, bem como nossos companheiros do grupo de pesquisa e os autores com quem dialogamos.

### *Sobre linguagem*

Quando explicitamos, anteriormente, nossa compreensão sobre cossujeitos, adentramos o tema da intropatia. Complementando o que já expusemos e introduzindo nossos estudos sobre a linguagem, buscamos uma tematização em Husserl (2012b). Diz ele:

Somos,[...], conscientes do horizonte aberto da nossa co-humanidade, com o seu núcleo restrito dos nossos mais próximos, dos nossos conhecidos em geral. Os homens do nosso horizonte exterior são, então, em cada caso, coconscientes como o *outro*; em cada caso conscientes *para mim* como os *meus* outros, como aqueles com quem posso entrar em conexão potencial e atual intropatia, mediata ou imediata, num compreender-se mútuo com outros e, com base nesta conexão, posso entrar em comunidade e ter, então, um saber habitual deste ser em comunidade. (HUSSERL, 2012b, p. 297)

Nossa pesquisa está totalmente registrada em linguagem escrita, e, de acordo com Husserl (2012b), é pela linguagem escrita que a constituição do conhecimento se expressa e se mantém de modo mais duradouro e estruturado, do ponto de vista da lógica da gramática da linguagem, possibilitando a reativação das evidências originais, que são “[...] as origens dos atos evidentes que sempre têm como correlato os materiais primeiros que estão em um mundo cultural pré-científico.” (Bicudo, 2016), um *a priori* contido na historicidade, conforme o próprio Husserl menciona, dado pela tradição.

Nessa pesquisa, estamos compreendendo que, em uma linguagem escrita, o aparato tecnológico propicia uma modificação do encontro de palavras e expressões em objetos virtuais, que têm ao seu dispor novas possibilidades de expressão, como imagens, sons e outros recursos. Assim, essa *nova* linguagem se mostra, ao mesmo tempo, mais complexa, por ser expressa por uma composição de linguagens, mais explicitada por essas diferentes

linguagens, mais dinâmica, dado o dinamismo da rapidez das conexões e respectivas bifurcações. Esse aspecto pode incidir nos processos cognitivos, propiciando, talvez, uma compreensão mais rápida, mais imediata. Com essa compreensão, perguntamo-nos: como os objetos virtuais são compreendidos, ou seja, quais são as ações que se efetuam para que alguém compreenda as intuições geradoras, expressas por meio da escrita ou de imagens e sons, na constituição do conhecimento?

Num curso à distância, os sujeitos podem tomar ciência ao que os outros dizem, mediante postagens. A linguagem é escrita, porém os sujeitos estão em sintonia, e percebem-se como semelhantes, em um movimento intropático, o que os leva a compreensões do que é expresso pela linguagem, intersubjetivamente. Há momentos na atualização do curso que são individuais como aqueles em que o aluno lê os textos de determinada aula e precisa estar atento ao que lê para que possa desencadear um processo de compreensão pela identificação entre o que conhece e o que está conhecendo por meio daquela linguagem escrita que lhe chega. Depois disso, ainda pela linguagem, são feitas perguntas ou provocações para sua reflexão sobre o lido, organizadas em fóruns na plataforma do curso, e para cada uma delas ele se volta, quando intencionalmente atento e, por meio das lembranças do que efetivamente leu e das conexões que realizou entre o lido e o conhecido, o aluno explicita, novamente pela linguagem escrita, a sua compreensão. Entendemos que todos os alunos e a professora do curso podem realizar este mesmo movimento e, então, vão constituindo a intersubjetividade. Todos que estão no curso constituem um modo de estar em comunidade<sup>27</sup>. Professora e alunos iniciam a leitura e a reflexão sobre os textos produzidos por seus sujeitos a respeito de cada uma das perguntas ou das provocações, mais uma vez, expondo-se pela linguagem escrita. A linguagem escrita, portanto, viabiliza a aproximação dos sujeitos dessa comunidade, possibilitando a reflexão sobre os temas tratados no curso, a identificação dos participantes como sujeitos e sua co-humanidade.

Linguagem é, ainda, relacionada à fala. Heidegger questiona: “O que significa falar?” (2015, p. 10), ao que responde: “Segundo a opinião corrente: a fala é uma atividade dos órgãos que servem para a emissão de sons e para a escuta. Fala é expressão e comunicação sonora de movimentos da alma humana. Esses movimentos são acompanhados por pensamentos.” (IBIDEM).

Husserl (2012b) colaborando com nossa compreensão, explicita que:

---

<sup>27</sup> *Comunidade* aqui entendida com Ales Bello (2015) como a maneira como as pessoas se organizam para viverem juntas. A autora explicita, ainda, que, “Para Stein, o aspecto mais importante do viver juntos é a *comunidade*.” (ALES BELLO, 2015, p.87)

*O complexo sonoro articulado* (correspondentemente, o signo escrito efetivamente grafado, e coisas semelhantes) só se torna palavra dita, discurso comunicado em geral, porque aquele que o produz com o propósito de, por essa via *se exprimir acerca de qualquer coisa*, em outras palavras, porque, em certos atos psíquicos, ele lhe confere um sentido que quer comunicar ao ouvinte. E fá-lo na medida em que apreende aquele que fala como uma pessoa que não produz apenas sons, mas antes *lhe fala*, que, por conseguinte, ao mesmo tempo consome, com os sons, certos atos conferidores de sentido que lhe quer tornar manifestos ou cujo sentido lhe quer comunicar. (HUSSERL, 2012b, p. 28)

Destacamos deste fragmento a expressão *complexo sonoro articulado*. Husserl ressalva que podemos entendê-la também como *o signo escrito efetivamente grafado*, compreendendo, então, que quando se *fala* ou quando se escreve para se exprimir acerca de alguma coisa, o sujeito comunica ao seu interlocutor, cossujeito, o sentido que deseja manifestar.

Identificamos como sendo essa forma de compreender a escrita em nosso curso e, também, a maneira como, muitas vezes, utilizamos a expressão *alguém (o aluno, a professora) falou* com o mesmo significado de *alguém (o aluno, a professora) escreveu*.

Quando acontece a fala, ou, na compreensão do excerto de Husserl, a escrita, nos fóruns do curso, que é a maneira de constituição dos dados da presente pesquisa, ou seja, quando os cossujeitos e a professora falam alternadamente, compreendemos que nosso discurso se apresenta na forma de um diálogo. O diálogo aqui é, então, entendido como um pensar que está presente no movimento dos cossujeitos e da pesquisa. Ele se materializa mediante leituras das respostas dos alunos, articulação com o proposto, com os textos indicados e com aqueles trazidos pelos alunos. E avança em forma de perguntas, visando esclarecer as compreensões dos envolvidos nos diálogos. O diálogo se mantém nessa unidade que se materializa ao se expor, dizendo de sua compreensão, que pode ocorrer mediante uma explicação, uma dúvida, uma pergunta etc.

### *O significado da presença estando-se à distância*

Em Mora (2001a):

[...] o conceito de presença, com ou sem o uso do termo ‘presença’, parece ser fundamental em todo o pensamento grego, ao menos na opinião de Heidegger, que destacou a ideia de estar presente (*Amwesen*), das realidades presentes (*Anwesenden*) e da presença (*Anwesenheit*). [...] A ideia de presença e dos entes presentes ou dos “presentes” é especialmente básica, segundo Heidegger, na filosofia grega, a tal ponto de se poder falar em Ser como Presença. (MORA, 2001a, p. 2359)

*Presença* é, ainda, um termo para o qual Abbagnano (2012) nos fornece dois caminhos: ir ao termo *Dasein* ou percorrer seus significados principais: os que remetem à escolástica com citação de São Tomás de Aquino; e, por outra via, a filósofos como Heidegger, Sartre e Derrida. Uma vez voltados a estudos de cunho fenomenológico, optamos pela consulta ao termo *Dasein*, palavra alemã, cuja tradução literal é *existência*. A explicação do termo incluiu a interpretação de outros filósofos, como Kant, Jacobi, novamente Heidegger, Jaspers e Husserl. Selecionando a explicação dada ao termo de acordo com Heidegger, encontramos neste dicionário:

[...] no uso filosófico contemporâneo, essa palavra ingressou com o significado atribuído pelo existencialismo, sobretudo por Heidegger, que a usou para designar a existência própria do homem. “Esse ente, que nós mesmos sempre somos e que, entre as outras possibilidades de ser, possui a de questionar, designamos com o termo *Dasein*” (Sein und Zeit, §2). Assim entendido, o *Dasein* possui um “primado ôntico”, no sentido de que deve ser interrogado primeiramente, e um “primado ontológico”, porquanto a ele pertence originariamente certa compreensão do ser: por isso, ele é também o fundamento de qualquer ontologia (Sein und Zeit, §4). Na filosofia contemporânea, esse termo é habitualmente usado no significado específico estabelecido por Heidegger, como ser do homem no mundo. (ABBAGNANO, 2012, p. 268)

A mesma obra traz, igualmente, a significação, semelhante a esta, usada por Husserl,

“ [...] que com ele designa existência da consciência, considerando privilegiada porque necessária: “Na essência de um eu puro, em geral, e de uma vivência em geral, funda-se a possibilidade ideal de reflexão que tem o caráter de evidente e inextinguível tese do *Dasein*.” (*Ideen*, I, §46) (ABBAGNANO, 2012, p. 268)

Compreendido o termo na dimensão do seu significado enquanto verbete do dicionário citado, nosso estudo caminha na busca de compreensão acerca do *ser-com* de Heidegger para daí avançarmos no entendimento sobre *presença*.

Bicudo (2014) explicita o *ser-com*, focando Heidegger:

[...] diz de um modo de ser ontológico do ser do ser humano, denominado por ele de *Dasein*, traduzido para o português e outras línguas latinas, como ser-aí e, também, em português, como *pre-sença*. [...] Da perspectiva desse pensar filosófico, há sempre a preocupação para com o modo de a pessoa estar ao dispor-se ao outro. (BICUDO, 2014, p. 39-40)

Essa autora acrescenta, como já foi trabalhado em nosso texto, que fenomenologicamente sujeito e objeto não se separam, uma vez que o sujeito, corpo-encarnado, intencionalmente, sempre voltado ao que o cerca e o solicita, é sempre *já no mundo*. Está, portanto, ligado ao que está a sua volta, ligado ao mundo-vida, pelos sentidos manifestos em seu corpo-próprio, seu corpo-vivente e, daí, sendo já sempre *com* e *nesse* mundo.

De acordo com Bicudo (2014), *Ser e Tempo*, de Heidegger, traz o *ser-no-mundo* como constituição fundamental do *ser-aí*, referindo-se a uma unidade do ser que está sempre *no*, ou seja, *em um mundo*, e, também o *ser-aí-no-mundo-com*, que habita o mundo junto aos outros seres-aí, co-presenças, mostrando, assim, possíveis modos de o homem ser enquanto ser-no-mundo.

Ainda, nessa obra, a autora revela que o filósofo explicita analiticamente, na historicidade temporal, as maneiras de *se poder ser com os outros*, humanos ou não, visto que o termo *Dasein*, para ele, já expressa a ideia de o ser estar sempre lançado numa zona de abertura, onde são e estão esses outros. Com isto, reforça que não há ser humano sem mundo, que é, portanto, dele inseparável. Os diferentes modos pelos quais há a presentificação dos outros ao ser-aí não estão já definidos por uma ontologia do ser, mas se expõem nos modos mundanos de ser-com. Para evidenciar esses modos, Heidegger efetua uma análise fenomenológica que mostra que os outros vêm ao encontro do ser tal qual um conjunto de utensílios que se lhes disponibilizam, no mundo ao seu redor, na ocupação e pela manualidade. O autor fornece como exemplo o ato de martelar um prego, evidenciando o ser do martelo, em sua ocupação de pregar o prego e pela manualidade como é segurado por quem o utiliza como ferramenta, revelando, assim, a estrutura do martelo.

Este exemplo dado por Heidegger é mantido em Bicudo (2014) e também em nossa exposição, mesmo se sabendo tratar-se de uma aplicação apropriada à realidade desse autor, mas que ilustra de uma forma, para nós bastante clara, a ocupação e a manualidade.

Prosseguindo, a autora explicita que os outros seres-aí-no se dão, da mesma forma, na ocupação e pela manualidade, porém não mais como utensílios a serem manuseados, mas como *co-presença*, com quem *é-no-mundo*, e, nesse caso, não mais como ocupação com o que se faz, mas como preocupação. Heidegger denomina preocupação também como cura, cuidado, que, reduzida em uma análise fenomenológica, revela-se como a estrutura do *ser-aí-com-outro-ser-aí*.

Toda a análise e reflexão, até aqui descritas, intencionando buscarmos compreensões sobre *presença estando à distância*, nosso objetivo neste título, deve se direcionar, então, às questões específicas da modalidade tecnológica anunciada. Pretendemos direcionar nosso enfoque ao outro que conosco encontra-se *com* e que está espacialmente distante, em outro local diferente do nosso.

Bicudo tematiza o *ser-com-o-computador*, assunto que, compreendemos estar afinado à meta deste estudo. Focamos, ao tomarmos em especial esta explicitação da autora, o computador como viabilizador da presença, considerada a tela informacional, propiciadora da comunicação entre seres e, também, do estar-com. Para ela, conforme nos traz, “o *com* é uma determinação do ser-aí cujas possibilidades de tornar-se se diversificam de acordo com aquilo, ou com quem está e de que modo está.” (2014, p. 47). A pergunta *o que é isso, o computador?*, por ela formulada nesse seu texto, poderia ser respondida como aquilo *com o que se está* ou *com quem se está*, revelando a ação de fazer algo *com*. Também pode revelar uma ação interativa desencadeada pelo sujeito e efetuada pelo computador. Interação, de acordo com Figueiredo:

é um tipo de ação que ocorre entre duas ou mais entidades quando a ação de uma delas provoca uma reação da outra ou das restantes. No caso, é uma ação que ocorre entre um humano e um computador, em específico, com um programa de computador. (FIGUEIREDO, 2014, p. 125)

Abrimos aqui a possibilidade de dizermos do pensamento da máquina, o que nos remete à Heidegger em seu “*Discourse on Thinking*”: “Há [...] dois tipos de pensamento, cada um justificado e necessário em seu próprio modo: o pensamento calculador e pensamento meditativo” (BICUDO, 1983, p. 20). Executar operações a partir de possibilidades previstas e na máquina *inseridas*, por meios físicos e lógicos, pode nos levar a compreender que o computador apresenta um pensamento calculador, conforme a explicitação de Heidegger:

[...] onde quer que planejemos, pesquisemos e organizemos, sempre contamos com condições que são dadas. Nós levamos essas condições em consideração, com a intenção calculada de nos servir delas a propósitos específicos. Assim, podemos contar com resultados definidos. Este cálculo é a marca de todo pensamento que planeja e investiga. Tal pensamento permanece calculador, mesmo não trabalhando com números nem usando máquina de somar ou computador. O pensamento calculador computa. Computa sempre novas possibilidades, sempre mais promissoras, e mais econômicas. O pensamento calculador corre de um prospecto para o seguinte. Ele nunca para, nunca se recolhe. Pensamento calculador não é

pensamento meditativo, que contempla o significado que reina em toda coisa que é. (BICUDO, 1983, p. 20)

Porém, mesmo entendendo o computador como um *executor de tarefas a ele ensinadas*, sabemos que ao ser acionado nas diferentes atividades do sujeito que junto a ele esteja, a lógica que sustenta sua tela informacional se presentifica nos atos cognitivos do sujeito e, também, o programa computacional com o qual o sujeito está trabalhando, vai adquirindo formas de respostas.

Figueiredo (2014) nos contempla com um exemplo a respeito dessas respostas: estando um sujeito num mundo simulado por um videogame, este tem a possibilidade de vivenciar objetos e ações nele previstos. Não tem, entretanto, a possibilidade de vivenciar ações se estas não tiverem sido previstas pelo criador do “game”. Se desejar descascar uma maçã ou escrever com uma caneta que encontra nesse mundo simulado, por exemplo, ele só poderá fazê-lo se estas ações já tiverem sido contempladas como resposta aos comandos desse sujeito na programação já estabelecida. As vivências desse sujeito, ao jogar o jogo, nele promovem sentidos de resposta e o fazem perceber o que pertence a este mundo simulado ou não.

Há ainda execuções previstas em seu mecanismo que viabilizam a comunicação entre pessoas, em espaços e tempos diferentes, possibilitando, a nosso ver, um *estar-com*, e, dessa forma, apresentam-se, especialmente, interessantes ao nosso estudo.

Nesse viés, Detoni, ao analisar a contribuição de Heidegger à compreensão do estar-presente à distância, retoma a obra *Ser e Tempo*, onde o filósofo discorre sobre *pre-sença*<sup>28</sup>, auxiliando-nos em nossa tarefa. Segundo Detoni, “*A pre-sença nos faz estar originalmente no mundo. Mas, não estamos no mundo como estão os objetos em geral; estamos ali para realizar o mundo e deixá-lo em aberto para novas realizações.*” (2014, p. 98). E, ainda, a espacialidade do ser-no-mundo é a sua possibilidade de compreender sua circunvisão no mundo, onde vivencia a liberdade de ser em seus modos, e se funda no distanciamento e na direção.

Considerando *espacialidade* como exposta por Heidegger, Detoni (2014) compreende distância como sendo “sempre artificialidade em relação a um referencial arbitrário. [...] a ocupação da possibilidade do ser que está no mundo com os objetos e com os

---

<sup>28</sup> *Pre-sença* é a forma que esse autor (Detoni, 2014) utiliza para dizer do *Dasein*, do ser-aí, conforme a tradução a ele disponível da obra de Heidegger.

companheiros” (IDEM, p. 99); e direção como “um modo de exercer sua possibilidade de se dirigir ao outro e ao que se disponibiliza a ele” (IBIDEM).

O entendimento acerca da espacialidade, diz-nos Detoni (2014), o conduz a compreender a localização do ser-no-mundo como “destino inaugurado por ele, que se regionaliza como ser que quer ter à mão os *manuais* que se disponibilizam no mundo circundante. O quanto é esse mundo circundante é o tamanho de sua *pre-sença*.” (IDEM, p. 99-100). E mais, citando Heidegger em seu texto, que “manuais são os instrumentos que estão no mundo intramundano. [...] um manual ‘*não indica apenas o ente que vem em primeiro lugar [...] que se acha na ‘proximidade’*. O manual [...] possui o caráter de proximidade.” (IBIDEM).

Este é o encadeamento de ideias que julgamos importante para aproximarmos aquelas de Heidegger à espacialidade que buscamos abordar, relacionando-a à distância que se estabelece na modalidade de ensino à distância e, daí, podermos entender a presença estando-se à distância.

Concordamos com Detoni (2014) quando este autor se refere à preocupação primeira dos profissionais que estão de alguma maneira envolvidas com a EaD, com relação à presencialidade física, de tempo e de espaço, que supõem modificar o vínculo pedagógico a ser estabelecido. No intuito de atenuá-la, são elaborados recursos, materiais e desenvolvidas metodologias direcionadas, especificamente, a esta modalidade de ensino. Tudo isso com o objetivo de que se sintam próximos, num mesmo ambiente, os envolvidos nesse processo – professores, tutores, alunos. O *estar-junto* é buscado na situação dada como presentificada no movimento de planejar o que se almeja realizar junto à plataforma de ensino que tenta simular situações em que a distância física não seja percebida.

Prossegue, ainda, em movimento conclusivo, lembrando que espacialidade e presença são constituintes do ser, afirmando o que ele é. A espacialidade na EaD não pode ser compreendida como, nas palavras de Heidegger, citadas em seu texto, *um contexto de coisas extensas simplesmente dadas*. Ela deve ser compreendida junto à ideia de região, onde o espaço pedagógico vai se constituindo no ciberespaço nos destinos dados pelas pessoas às possibilidades e recursos disponibilizados neste mundo, horizontes de ocupação pedagógica.

Detoni (2014) conclui a exposição de seu pensar a respeito da pre-sença, estando à distância, dizendo que:

Heidegger me leva a considerar que as melhores soluções para o *problema* da distância na Educação, que certamente estarão arraigadas na condição de

ser pre-sente das pessoas, são as que mais passarão despercebidas, uma vez que é próprio da *pre-sença* se diluir junto-com-os-outros, e no mundo dessa Educação ir se fazendo com menos estranheza. (DETONI, 2014, p.108)

Para compreendermos o significado de presença ao estarmos à distância, percorremos autores que recorrem a Heidegger para dizer do *ser-com* e, também, para explicitar relações entre a tecnologia informática e o homem.

O sujeito nunca é só; ele é sempre *com*, assim compreendemos do estudado. Ao mesmo tempo, entendemos as possibilidades que o computador nos abre, como porta de entrada à tela informacional, promovendo este *ser-com* por outros caminhos que não se encontram em um mesmo lugar e tempo.

A EaD nos chama atenção como modalidade de ensino em que professor e aluno não estão no mesmo lugar e tempo durante o seu processo. Compreendemos, pelo nosso estudo, que o *ser-com* aí se estabelece, mesmo estando os sujeitos à distância.

Nosso próximo capítulo descreve a investigação, explicitando a sua pergunta norteadora e o que ela interroga. Além disso, são descritos os procedimentos assumidos para darmos conta de nossa interrogação

## CAPÍTULO II

### DA INTERROGAÇÃO E DOS PROCEDIMENTOS DE PESQUISA

Nesta investigação, olhamos sob diferentes perspectivas a interrogação: *Como se constitui o conhecimento matemático quando se está junto à Matemática, ao computador e aos sujeitos?*, a ela indo e retornando sempre que for necessário, no processo de *fazimento* de sentido e de significados de caminhos que abrem compreensões da interrogação posta. Esta interrogação é, portanto, o pano de fundo onde as perguntas que deram origem à pesquisa, como incômodos identificados pela pesquisadora, compreendem seu solo e fazem sentido. Ela é norte que dá direção aos procedimentos da pesquisa.

Mas o que esta interrogação interroga? Interroga aspectos específicos do mundo, como a constituição do conhecimento, a presença, o *estar-junto-a*, aspectos esses que vão se mostrando à pesquisadora à medida que a investigação avança.

A interrogação explicitada manifesta inquietações que brotaram e se mantiveram ao longo do tempo, persistindo como perplexidade diante das vivências da pesquisadora, que não se conformou com respostas que lhe foram apresentadas em estudos e investigações outras. Ela se manteve e se mantém, enfim, em consonância com a formação e a concepção de mundo da investigadora.

Nessa investigação, buscando trabalhar com a vivência que se dá no mundo-vida em que o ciberespaço está presente, vamos à coisa mesma, tomada aqui como sendo o movimento de produção do conhecimento matemático no ambiente da EaD. Ir às-coisas-mesmas, como já mencionamos, é o moto propulsor da investigação fenomenológica, que tem em Edmund Husserl seu autor primeiro (Husserl, 2006). Isso significa que não partimos de explicações teóricas prévias sobre o investigado, mas que nos colocamos no movimento de olhar para o fenômeno – a constituição do conhecimento quando se está junto à Matemática, ao computador e aos sujeitos – buscando compreendê-lo.

Entretanto, também não quer dizer que as teorias não sejam consideradas, bem como, não significa que a familiaridade com o tema não seja importante. Como já mencionado nesse texto, alhures, as teorias são importantes e são consideradas na medida em que são estudadas e analisadas, mediante a interrogação posta, mas, jamais, tomadas como pressuposto teórico para ser confirmado ou rejeitado. A experiência prévia contribui para que fiquemos atentos ao

olhar para o que se destaca na realidade vivenciada e expressa, tendo como força imperante a pergunta formulada.

A atitude fenomenológica solicita que se fique atento, de modo a destacar do “entorno”, ou do fundo, a figura que vem ao encontro do olhar interrogador. Refere-se ao ato de colocar em *epoché*, ou seja, em destaque ou em evidência, como expõe Bicudo (2010).

Visando a compreensões acerca da produção de conhecimento matemático em ambientes virtuais, foi criado, oferecido e realizado um curso à distância, focando a área da Geometria. O vivenciado nesse curso, mediante descrições, constituiu o material a ser trabalhado fenomenologicamente: fóruns, tarefas e os modos de expressão escrita pelos alunos, além de registros da professora pesquisadora-sujeito, de imagens e de sons gravados durante os momentos de sua participação.

[...] a vivência se destaca como o ponto crucial a ser investigado, pois o corpo-encarnado sente e percebe o que o afeta ao estar no mundo-vida, interligando as nuances do sentido e do percebido, podendo dar-se conta deles. (COELHO, 2015, p. 59)

Esse autor explicita, ainda, que o conhecimento das vivências se constitui pela lembrança do que ficou registrado “*no fluxo temporal dos atos da consciência e pode-se retomá-las ao descrevê-las.*” (COELHO, 2015, p. 59)

Ao assumirmos a pesquisa qualitativa fenomenológica como modalidade, compreendemos a importância de se trabalhar com as descrições<sup>29</sup> dos sujeitos que vivenciam o fenômeno conforme a eles se mostra. Entretanto, as descrições e as análises indicadas anteriormente em nosso texto, constituem o entorno em que o fenômeno estudado se destaca. O crucial, ou seja, o foco, é a descrição da professora-pesquisadora sobre seus *insights*, expressões de que se vale visando a disparar nos cossujeitos compreensões sobre o dito, uma vez que elas podem evidenciar os meandros em que a constituição do conhecimento matemático em ambientes da EaD se dá. Essa descrição se sintoniza com sua atenção focada nos temas propostos para o trabalho, nos diálogos mantidos com os cossujeitos e na expressão do entendido pela professora sobre o dito por esses cossujeitos, que deu sustentação aos comentários e às perguntas formulados, visando a provocar o movimento do pensar dos cossujeitos.

---

<sup>29</sup> A *descrição*, como o significado da própria palavra, descreve, diz do ocorrido como percebido. Não traz julgamentos interpretativos. (BICUDO, 2011, p. 38)

As descrições disponibilizadas pela professora-sujeito do curso à distância, ambiente onde o fenômeno pesquisado se mostra, foram registradas concomitantemente aos momentos em que efetivamente esteve em atividade com o computador e os cossujeitos, naqueles momentos outros em que pela lembrança registrou suas vivências com esses elementos.

Essas descrições constituíram discursos acerca do vivenciado ou do lembrado. Detoni (2014) declara a respeito de *discurso*:

No movimento da comunicação, o ser se pronuncia, e todo discurso tem o caráter de pronunciamento. Mas, não quer dizer com isso que o ser se movimenta de seu interior para o exterior; o ser-no-mundo, enquanto compreensão, pronuncia o estar fora que ele é enquanto é com os outros. Heidegger (1999, p. 221) enfatiza a ideia que o ser da *pre-sença* se pronuncia mais nos ‘modos de falar’ do que simplesmente no exercício de produzir palavras compreensíveis. A dicção, o ritmo, o tom, a modulação, enfim, todos os modos para se performar o discurso vêm para a ocupação da abertura de possibilidades de estar-com-o-outro. (DETONI, 2014, p. 105)

Além disso, buscando compreender “discurso”, é importante dizer que, no autor citado por Detoni, ou seja, em Heidegger, discurso diz da linguagem expressa de modo inteligível para os outros que a tomam no movimento de sua compreensão do dito. É trazido como a explicitação da inteligibilidade.

Bicudo (1996) também num estudo sobre Heidegger, expõe que *discurso*, para esse filósofo é “... articulação da compreensibilidade do aí, ... fundante de toda interpretação, entendida como apropriação do que se compreende, e de toda linguagem proposicional. É caracteristicamente mundano e expõe-se na linguagem.”(p.15)

Descrições e discursos serão expressos em nossa pesquisa por meio da linguagem. Linguagem também é considerada quando analisamos a tela informacional, o que ela nos permite ver, ouvir, vivenciar, incluindo textos, imagens, sons. Por esse motivo, julgamos importante tematizar, igualmente, a linguagem em nossa ambientação teórica, como já exposto no capítulo anterior. Compreendemos que a questão da linguagem, das articulações compreensivas que ela expressa e os modos pelos quais ela se mostra em ambientes da EaD solicita que se adentre por meandros que conduzem às experiências vivenciadas no agora e as recordadas na lembrança das ocorrências havidas.

As descrições que constituem os dados desta investigação dizem respeito a dois momentos em que o curso se deu, por nós compreendermos que dizem de diferentes aspectos

expressos na experiência vivenciada pela professora-pesquisadora. O primeiro momento diz da preparação do curso; o segundo, da sua atualização.

Quando da preparação do curso, no primeiro momento, os sujeitos não estavam presentes como pessoas singulares e seus respectivos nomes e se manifestando em diálogos. A professora-pesquisadora realiza um movimento de: antecipar a possibilidade de o curso se dar, estudando os temas a serem então trabalhados em atividades; desenvolver possíveis atividades; imaginar possíveis diálogos com os sujeitos do curso; escolher textos significativos de autores relevantes para complementar os temas a serem discutidos; dar conta da infra-estrutura informática e administrativa para realizar o curso. As vivências da pesquisadora, nesse movimento foram descritas e analisadas.

O movimento da atualização do curso, no segundo momento, deu-se com a presença à distância dos sujeitos que se manifestavam por escrito na maior parte do curso, na forma de diálogos mantidos entre si, com a professora-pesquisadora, com a Geometria, junto à tela informacional. Esses diálogos foram registrados nos fóruns que aconteceram ao longo da realização do curso e foram analisados.

Passemos, agora, à explicitação dos procedimentos de análise dos dados produzidos na pesquisa. Bicudo (2010) nos explica que esta análise abrange dois modos: a análise ideográfica e a análise nomotética, ambas indicando movimentos de redução<sup>30</sup>.

Nessa investigação, os dados produzidos, que foram as vivências da pesquisadora, são dados ao conhecimento por seus relatos, no primeiro momento, assim como pelos diálogos que se deram no curso. Esses dados se constituíram como textos, que foram lidos intencionalmente, tendo a interrogação como norte. Bicudo (2011) menciona essa etapa como

---

<sup>30</sup> Em sessão de orientação, a *redução fenomenológica* foi assim explicitada pela orientadora desse trabalho, Prof<sup>ª</sup> Dr<sup>ª</sup> Maria Aparecida Viggiani Bicudo: A redução fenomenológica caracteriza-se como um movimento do pensar, expondo por meio das articulações de ideias, a complexidade de sentidos e de significados que se entrelaçam em ideias mais abrangentes. O movimento de exposição das compreensões do fenômeno abarca o processo de destacar o fenômeno do fundo em que se mostra, expressando as compreensões abertas ao investigador em torno de seus sentidos e significados. Com Husserl entendemos que o fenômeno de pesquisa é colocado em suspensão ou evidência, ou *epoché*. Isso quer dizer que os pré-conceitos do pesquisador sobre o tema investigado são postos em suspensão de modo que o pesquisador fique em estado de alerta para que suas experiências prévias não conduzam, deterministicamente, o movimento de pesquisa. O movimento de redução, ainda considerando o dito pelo autor citado, é tomado como a intencionalidade, determinada pelos atos de consciência. Como sujeitos intencionais, estamos abertos ao mundo-vida que se apresenta à nossa percepção, de modo que o movimento de redução pode contribuir para que compreendamos aspectos essenciais desse mundo. O movimento de redução se apresenta com importância para a investigação, pois, *pela redução, os atos da consciência expõem-se, ou seja, toma-se ciência deles de modo que, pela reflexão, são explicitadas as raízes cognitivas das próprias afirmações* (BICUDO, 2011). Deve-se esclarecer que *redução*, no âmbito da fenomenologia, não se refere a uma simplificação ou a um resumo do apresentado no texto, mas a um movimento de pensar articulador em que os sentidos vão se entrelaçando com mais sentidos e pelos significados atribuídos, postos em linguagem, vão se configurando em ideias que os abrangem em uma totalidade compreensiva.

sendo o momento em que se efetua o destaque das unidades de sentido (US) nos textos constituídos pelas descrições. Declara a autora:

Esses modos de registro solicitam maneiras apropriadas de análises interpretativas e de indicar transcendências ao tomado como individual, caminhando-se das análises ideográficas, ou seja, dos textos tomados individualmente, para as nomotéticas, que indicam a norma, ou seja, o que se mostra comum aos diferentes individuais. (BICUDO, 2011, p. 50)

Nessa pesquisa, procedemos de modos diferentes, ao analisarmos os dados concernentes ao momento de preparação do curso e ao momento de atualização do curso.

No primeiro, o da preparação, foram analisadas as descrições e destacadas as Unidades de Sentido (US), dialogando-se com a interrogação que orienta a pesquisa (*Como se constitui o conhecimento matemático quando se está junto à Matemática, ao computador e aos sujeitos?*) e perguntando-se “o que elas dizem para mim, pesquisadora?” Essas US são analisadas em busca do sentido que fazem para aquele que pergunta e, junto a esse movimento, na busca de expressar esse sentido pela linguagem, realiza-se uma dialética entre o sentido que o dito faz para o sujeito e as palavras histórico-culturalmente presentes na região de inquérito em que a investigação está se dando, bem como no contexto histórico-social. Nesse movimento, as US são transformadas em Unidades de Significado – USg, não sem o auxílio de um trabalho hermenêutico.

No segundo momento, o de atualização do curso, foram analisados os diálogos descritos havidos nos fóruns entre os sujeitos (professora-pesquisadora e alunos). Analisamos os diálogos de cada fórum e, elegendo um dos diálogos como exemplar<sup>31</sup>, destacamos as Unidades de Sentido (US) na explicitação da compreensão da pesquisadora de cada participação e as Unidades de Significado (USg), que dizem do que é dito, pois entendemos que a investigação, nesse momento, exige que se exponha o pensar da professora sobre o dito dos seus sujeitos, explicitando, portanto, a articulação do pensar.

Para transcender as USg, é preciso caminhar em direção às convergências mais amplas que evidenciam a estrutura do fenômeno e articular o que dizem para o próprio pesquisador sobre si e sobre a interrogação formulada. Para tanto, toma-se a totalidade das USg e em um movimento de articulação de sentidos e de significados, caminha-se em direção à convergência dos mesmos, em ideias mais abrangentes do que as explicitadas em cada US e

---

<sup>31</sup> A explicitação de nosso pensar sobre o porquê elegemos um dos diálogos como exemplo será exposta no capítulo seguinte.

USg, individualmente. Essas ideias também são expressas em palavras, que nomeamos *Convergências de Sentido e significado* (CSs).

Realizamos, então, um movimento de redução, articulando as CSs das análises de ambos os momentos do curso, preparação e atualização, constituindo as *Ideias Nucleares* (IN).

Buscando pelo que dizem essas IN e ao lhes endereçarmos a interrogação da pesquisa, compreendemos que poderíamos ainda realizar mais uma convergência de sentidos e significados mais abrangentes. Denominamos essas convergências *Ideias Nucleares Abrangentes* (INA).

As INA abriram-se à interpretação da análise efetuada, quando buscamos expor nossa compreensão do fenômeno interrogado à luz do diálogo, mantido com os autores lidos e com os dados constituídos no decorrer da realização do curso.

Buscando dar conta da interrogação, retomamos toda a pesquisa e nos perguntamos o que dela compreendemos, ou seja, como entendemos que o conhecimento se constitui junto aos sujeitos, à Geometria, ao computador, no ciberespaço. Procedemos, desse modo, à meta-compreensão.

## CAPÍTULO III

### DOS DADOS CONSTITUÍDOS E DE SUA ANÁLISE

Para descrevermos a constituição dos dados analisados, explicitamos, inicialmente, o modo pelo qual o sujeito da pesquisa emergiu de nossas reflexões sobre o fenômeno pesquisado, após a mostra de algumas opções a nós revelado. Além disso, o capítulo descreve o curso *Geometria: do que trata?*, e como foi projetado. Seguem-se o modo como os dados da pesquisa se constituíram e como foram analisados, com a finalidade de se tornarem solo para as interpretações e metacompreensão do fenômeno focado na pesquisa: *A constituição do conhecimento matemático em um curso de Matemática à distância.*

#### *O sujeito da pesquisa*

Para constituir os dados da pesquisa, optamos por fazê-lo por meio de um curso à distância, situação em que se reuniriam a Matemática, o computador e os sujeitos numa mesma vivência e, desse modo, pudesse ser analisada a constituição do conhecimento que nesta realidade fosse, ou não, percebida.

Modos possíveis para a realização da pesquisa para a constituição dos dados foram imaginados. Um deles seria o acompanhamento pela pesquisadora de uma pessoa que estivesse matriculada num curso à distância em que houvesse outros alunos, na temporalidade em que essa pessoa estivesse em situação de ensino-aprendizagem de Matemática junto ao computador.

Analisando esta opção, observamos, entretanto, que a descrição das vivências e das percepções de outra pessoa poderia tornar-se muito complexa, uma vez que seria necessário conseguirmos localizar uma pessoa que estivesse vivenciando a situação proposta e que esta pessoa se dispusesse a ter uma pesquisadora acompanhando-a, registrando todas as suas vivências e, mais, que estivesse disponível para nesses encontros relatar suas percepções.

Aprofundando essa busca, demos-nos conta que a própria pesquisadora poderia relatar as suas vivências no movimento de constituição do conhecimento geométrico junto aos alunos, sujeitos no curso, curso este que, por ser à distância, também traz a presença da informática.

Assim, a pesquisadora dedicou-se à criação do curso, ao planejamento e à sua realização, tendo, ainda, assumido a posição de professora do curso. Estas atribuições impulsionaram a descrição das vivências do sujeito da pesquisa, passando, desta maneira, a registrar suas percepções na temporalidade da constituição dos dados sem que tais percepções precisassem ser relatadas por uma outra pessoa. É importante destacar que as descrições relatam as vivências trazidas na lembrança no momento em que estavam sendo registradas, pois, como explicitado no capítulo anterior, as ações se dão no *agora* e são passíveis de serem retomadas na lembrança no fluxo das vivências.

Junto ao sujeito, estiveram presentes os cossujeitos: em toda a preparação, como preocupação e na temporalidade da atualização do curso, como participantes dos diálogos que se estabeleceram. Os cossujeitos tiveram como característica em comum o trabalho com a Geometria, como professores que ensinam Matemática em escolas das redes públicas em diferentes localidades do Brasil, já que o curso foi divulgado pelas redes sociais e pela mala direta do CECEMCA<sup>32</sup>.

### *Sobre o curso*

O curso foi concebido na modalidade à distância e tem seu conteúdo programático baseado em textos de Hans Freudenthal, matemático alemão, criador da Matemática Realística. A relevância desse autor na Educação Matemática justificou elegê-lo como portador do tema *Geometria* dentre as opções filosóficas e metodológicas que se apresentaram em pesquisa, já que a proposta se direcionou a um curso diferenciado com relação às discussões provocadas, usualmente, sobre o conteúdo escolhido. Esse autor permite, e até exige, uma reflexão dos olhares epistemológicos e metodológicos para com a Matemática, além de revelar uma intenção por uma fenomenologia dos próprios objetos matemáticos. Ele foi eleito por nós para constituir o solo onde o curso se desenvolveria, uma vez que se buscava trabalhar para além dos itens matemáticos em termos de como fazer e de possibilidades de aplicações, abordando as ideias matemáticas subjacentes a essas direções.

Seu *Design* Instrucional Virtual foi idealizado em um projeto modelado em atendimento às características próprias a essa especificidade. O curso é composto de dois

---

<sup>32</sup> CECEMCA - Centro de Educação Continuada em Educação Matemática, Científica e Ambiental; funciona no campus de Rio Claro da UNESP

módulos, que abrangem quatro aulas<sup>33</sup> cada um. Cada aula oferece textos, vídeos e *links* e dinamiza alguns fóruns por meio de perguntas ou provocações, convidando os participantes a contribuírem com suas reflexões sobre o material disponibilizado e sobre suas experiências profissionais, registrando-as e analisando-as. Como atividade fixa ao longo de todo o curso, em cada aula, são sugeridas algumas palavras ou termos que se destacam nos textos estudados e que merecem ser mais bem entendidos pelos alunos, com o objetivo de que seja construído um glossário<sup>34</sup>. É solicitado também que, na medida de suas necessidades, os participantes incluam nesse glossário outros temas que julguem importantes ou necessários. O material complementar não é entendido como leitura obrigatória, mas recomendado para ampliação do material disposto em cada aula.

A cada duas aulas disponibilizadas na plataforma, um encontro síncrono é marcado. Para preparação desse encontro, é incluído, no material de cada aula, um resumo audiovisual do conteúdo estudado, apresentando também provocações em forma de perguntas ou propostas de reflexão sobre o tema. Além disso, é oferecido um espaço (fórum) onde os alunos devem responder às provocações desse resumo e, ainda, possam expressar tanto as dúvidas quanto as contribuições para o encontro. Na oportunidade da transmissão ao vivo, a professora comenta as postagens dos alunos, responde às perguntas já formuladas em suas mensagens e atende às solicitações encaminhadas, sincronamente, por meio de comentários dos participantes que estejam *online* naquele período de tempo. Estão previstos quatro encontros síncronos, além da aula de abertura do curso, que também é *online*.

O período total de realização do curso é de doze semanas, sendo oito direcionadas à disponibilização das aulas e encontros síncronos e o restante para a divulgação, chamada para inscrições, encerramento e divulgação dos resultados.

O curso utiliza-se da plataforma *Moodle*, sua realização para a constituição dos dados da pesquisa foi viabilizada pelo CECEMCA e certificado pela Pró-reitoria de Extensão da UNESP.

Após a descrição das características do curso, será aqui apresentado o modo de realizar o projeto e as análises dos dados constituídos pela sua atualização.

### *Descrição do curso à distância conforme idealizado*

---

<sup>33</sup> *Aula*, no caso deste curso à distância, refere-se à sua modelagem, em termos das divisões e subdivisões como se apresenta na plataforma em que foi disponibilizado na Internet. O todo do curso se dividiu em Módulos e estes em Aulas.

<sup>34</sup> *Glossário* é uma das possibilidades que a plataforma oferece para a dinamização dos cursos na forma de trabalho em conjunto.

Apresentamos neste item as atividades do curso, movimento a movimento, organizadas de acordo com a estrutura como foi disponibilizado aos cursistas, tendo sido inseridas justificativas para as escolhas ou direcionamento adotados.

### 1) **Aula 0** – AULA DE ABERTURA

Antecede esta aula um vídeo postado na plataforma do curso. Neste vídeo, a professora se apresenta e passa informações importantes para os alunos como: a dinâmica do curso, falando sobre os encontros síncronos e as atividades no MOODLE, o processo de avaliação, a escolha da bibliografia, justificando, inclusive, a escolha do autor, Freudenthal, e contando um pouco sobre ele: quem foi, o que produziu. É explicada também a atividade de composição de um glossário, que será uma das atividades desenvolvidas, a partir de indicações de temas e de termos significativos para as discussões e para a compreensão dos textos, podendo expandir-se com outras sugestões dos alunos. É explicado que, durante o curso, serão enfocadas situações didático-pedagógicas em que o aluno é convidado a expressar sua compreensão da prática. Solicita-se àqueles que não trabalham os conteúdos da Geometria em destaque nessas questões, que exercitem conjecturas de como o faria em uma sala de aula com seus alunos. É feita uma chamada para o fórum de ambientação que abre o curso, onde os alunos são convidados a se apresentarem e a expressarem quais são suas expectativas para o curso.

Depois disso, é apresentado o Módulo 1, intitulado *(Re)Construindo Conceitos* e indicadas as aulas que o compõem: Aula 1 - O que é Geometria?; Aula 2 - O Espaço; Aula 3 - O Objeto Mental; Aula 4 - Corpos Rígidos e Caixas.

Esta aula é um encontro síncrono, realizado com a utilização do programa *Hangouts On-Air*, abrigado no portal GOOGLE. Nesse encontro, a professora faz uma apresentação pessoal e do curso, em que os alunos podem dela participar de duas maneiras: logando-se no ambiente, mediante convite enviado pela professora via *email* ou acessando a transmissão no canal do YOUTUBE por meio de link, previamente, informado na plataforma do curso. Nesse caso, a comunicação entre os alunos que estão assistindo e a professora e também entre si é feita por meio do *link Comentários* que é disponibilizado na tela do YOUTUBE.

## **2) MÓDULO 1 - (RE) CONSTRUINDO CONCEITOS / Aula 1 - O QUE É GEOMETRIA?**

*Resumo do texto disponibilizado:* Hans Freudenthal, no texto desta aula, contextualiza a Geometria como parte importante da Matemática, constituindo-se como ciência dedutiva, mas também como exemplo de didática, apesar de não ter mantido neste último a dedutividade que lhe seria necessária para alcançar sucesso. A seguir, o autor busca compreender o que é a Geometria, trazendo para reflexão sua aproximação ao estudo do espaço e de sistemas dedutivos.

*Provocações oferecidas no resumo audiovisual:*

- É importante relacionar a Matemática e a Geometria à realidade do aluno?
- Deste modo, "Geometria pode ser um excelente meio de ensinar Matemática"?

*Justificativa:* As provocações direcionam as reflexões dos alunos para a importância da relação 'Matemática-Geometria-Realidade' que Freudenthal apresenta no texto; solicitando, a seguir, um questionamento a respeito da possibilidade de entenderem a Geometria como propulsora no ensino da Matemática, o que pode ser compreendido como uma sugestão de inovação na prática dos participantes.

### **FÓRUM 1.1.1**

*Proposta:* Comente os trechos destacados do texto base desta aula. Como você compreende?

- "Houve uma época em que a Geometria não era apenas uma parte irresistível da ciência dedutiva; era o mais antigo e sincero exemplo de didática" (p. 2)
- "A estrutura dedutiva da Geometria tradicional não teve exatamente um sucesso didático" (p. 2)

*Justificativa da proposta:* Nesses trechos, Freudenthal menciona a "didática". Como o curso é dirigido a professores, julgamos importante discutir com os alunos essa relação que o autor faz entre a Geometria e a didática. Note-se que o autor refere-se aqui à geometria ("g" minúsculo) como atividade que faz parte da Matemática ("M" maiúsculo, ciência). No primeiro destaque, provocamos esses professores à reflexão de uma geometria dedutiva que apresenta aspecto didático. No segundo trecho, afirmando novamente a dedutividade

apresentada pela geometria, o autor se mostra crítico à questão de a geometria não ser ensinada com frequência na escola.

### **FÓRUM 1.1.2**

*Proposta:* O autor enumera uma série de questões (trinta), observando que são significativas para a compreensão do "espaço". Destaque algumas (de três a cinco) que demonstram como o "espaço físico" se relaciona com a geometria e "com a realidade que dia a dia apresenta-se no pensamento de cada um de nós".

*Justificativa da proposta:* Nesta atividade, pensou-se colocar em discussão aspectos matemáticos que não são costumeiramente abordados, nem pelos professores em suas aulas, nem por eles mesmos em suas reflexões. Aproveitamos a provocação do autor ao expor essas questões para instigar os alunos a pensarem em possibilidades da geometria, tanto como contexto teórico quanto como parte do mundo em que se vive.

### **FÓRUM 1.1.3**

*Proposta:* Tatiana Ehrenfest-Afanassyeva publicou uma obra onde podemos encontrar uma relação de exercícios voltados a aulas de Geometria para alunos de um nível equivalente ao nosso fundamental. Esta obra está disponível nas Leituras Complementares, numa versão em inglês. Comente o que você pensa sobre ensinar Geometria do modo como o texto descreve as ideias dessa autora.

*Justificativa da proposta:* Freudenthal apresenta Tatjana Ehrenfest-Afanassyeva como um exemplo de aplicação didática aos conceitos geométricos que esta cientista da Física propôs. A maneira de ensinar que fundamenta esse trabalho se diferencia da usual praticada nas salas de aula e, por isso, pode causar, pelo menos, curiosidade para sua atualização. Ao propor aos alunos uma reflexão sobre novas maneiras de ensinar, acreditamos estar colaborando com novas iniciativas metodológicas.

### **GLOSSÁRIO** (palavras / expressões sugeridas para esta aula)

Axioma; Sistema Pasch-Hilbert; Geometria *affine* (Afim); Método socrático; Dedutividade; Tatjana Ehrenfest-Afanassyeva; Clairant; Axiomática de Helmholtz.

### **TEXTOS COMPLEMENTARES**

- EHRENFEST-AFANASSYEVA, Tatjana. *Exercises in experimental geometry* (1931). Tradução de Klaus Hoehsmann, 2003. Disponível em: <http://www.pims.math.ca/~hoek/teageo/TEA.pdf>. Acesso em 29/01/2015.
- GODEAUX, Lucien. AS GEOMETRIAS. Capítulo V, sub-item “A GEOMETRIA AFIM”. Tradução de José da Silva Paulo. Lisboa: Publicações Europa-América, 1960.
- Platão. MÊNON. Tradução de Maura Iglésias. São Paulo: Loyola, 2001. Disponível em: [http://minhateca.com.br/georgemarques/Documentos/Filosofia/Di\\*c3\\*a1logo+Plat\\*c3\\*a3o+-+Menon,31798564.pdf](http://minhateca.com.br/georgemarques/Documentos/Filosofia/Di*c3*a1logo+Plat*c3*a3o+-+Menon,31798564.pdf), acesso em 22/02/2015.

### FILMES / VÍDEOS

- TV ESCOLA – Matemática - Formas Geométricas - <https://www.youtube.com/watch?v=3NXTZjVepP8>
- Geometria no Dia a Dia - Conceito e História da Geometria - <https://www.youtube.com/watch?v=gqknXFoovGI>
- Geometria no dia a dia - [https://www.youtube.com/watch?v=\\_7yXoZnSTBM](https://www.youtube.com/watch?v=_7yXoZnSTBM)

### 3) MÓDULO 1 - (RE) CONSTRUINDO CONCEITOS / Aula 2 - O ESPAÇO

*Resumo do texto disponibilizado:* Para tratar o tema, o texto começa referindo-se a uma obra de Piaget, na qual esse autor trata de espaço e de representação, e que será suporte para o desenvolvimento destes conceitos por Freudenthal.

A leitura nos proverá de aspectos importantes para o estudo do espaço, correlacionando esta ideia à Geometria.

*Provocações oferecidas no resumo audiovisual:*

- “Este espaço euclidiano nunca foi um fim em si, mas sim tem sido o substrato mental e, matematicamente, conceitual para o que é nele feito: para construções com um compasso e uma régua, ou apenas um par de compassos, ou com apenas uma régua, para as construções, por meio de equações algébricas ou construções puramente mecânicas, para deduzir propriedades de figuras, para provar ou refutar hipóteses sobre elas.” (pg 3)

Seriam estas ideias fundamentos para uma metodologia de ensino de Geometria?

*Justificativa:* Ao perguntar sobre a aplicabilidade das ideias de Freudenthal à prática dos alunos como metodologia de ensino, essa provocação se dirige ao objetivo do curso de

apresentar novas possibilidades à prática dos participantes. Ao refletir sobre o estudado, o cursista poderá abrir-se a novos encaminhamentos em seu dia-a-dia docente.

### **FÓRUM 1.2.1**

*Proposta:* Neste texto, você encontra algumas expressões que devem ser bem compreendidas para o entendimento do que o autor está nos trazendo. Pesquise e explicita as expressões listadas, não se esquecendo de fornecer a fonte consultada.

- Axiomática De Pasch-Hilbert
- Abordagem Algébrica De Descartes
- Teoria Da Perspectiva
- Espaço Projetivo
- Espaço Afim (*affine*)
- Espaço Não-Euclidiano

*Justificativa da proposta:* Ao destacar alguns conceitos do texto estudado, enfatizamos a importância de conhecê-los para compreensão do conteúdo abordado por Freudenthal, quando de sua exposição. O exercício de pesquisar sobre essas expressões, proposto em um ambiente virtual onde é prevista a troca de mensagens e, portanto, de reflexões entre os participantes, tem como objetivo alcançar um entendimento claro do teor do dito pelo autor e, daí, promover um solo onde os alunos podem se movimentar de maneira mais segura.

### **FÓRUM 1.2.2**

*Proposta:* No texto estudado, há a afirmação *Geometria é compreender o espaço*. Explicita como você entende esta relação.

*Justificativa da Proposta:* O fórum propõe aos alunos pensarem *espaço* no contexto da Geometria, apesar de o autor estudado descrever um pensamento geométrico que não necessita de uma definição de *espaço* para sua compreensão. No texto da aula, Freudenthal faz provocações críticas à teorização da Geometria como ciência e defende um entendimento de *espaço* dela independente. As discussões entre os alunos objetiva trazer essas questões à tona.

### **FÓRUM 1.2.3**

*Proposta:* Como se mostra para você o espaço no qual se vive? Essa sua compreensão de espaço pode ser trabalhada em sala de aula? Como?

*Justificativa da proposta:* O curso tem como objetivo discutir questões didático-metodológicas e, constantemente, solicita aos alunos que tragam suas experiências para serem pensadas e compartilhadas entre os colegas. Ao perguntar sobre o entendimento pessoal de cada participante e como ele traduz esse entendimento em sua prática, o fórum visa à troca de experiências tanto quanto uma reflexão sobre as práticas conforme relatadas.

#### **FÓRUM 1.2.4**

*Proposta:* Depois do estudo do texto sobre o espaço nesta aula, explique o que você entende neste trecho trazido na aula anterior: *Geometria, realmente, é Matemática, e tal como ela, pede por fundamentos mais sólidos do que o espaço em que se vive, o qual, pelo menos como um objeto da pesquisa física, é suspeito para um genuíno matemático.*

*Justificativa da proposta:* Ao relacionar as ideias trazidas em aulas diferentes, o fórum busca promover a continuidade das ideias e a clarificação dos conceitos a cada nova leitura. Ao propor novas perspectivas sobre um mesmo tema, o autor explicita de modo mais amplo suas compreensões. Discutir esse movimento, é a maneira de buscar um entendimento mais completo das ideias trazidas no curso.

#### **GLOSSÁRIO** (palavras / expressões sugeridas para esta aula)

*Outer Space; Descartes; Eratóstenes*

#### **TEXTOS COMPLEMENTARES**

– O Método – Arquimedes para Eratóstenes (pdf), texto anexo à tese de doutorado de Inocêncio Fernandes Balieiro Filho intitulada “Arquimedes, Pappus, Descartes e Polya. Quatro Episódios da História da Heurística”, UNESP-RC, 2004.

– Há, ainda, 2 obras que recomendamos à leitura e/ou à consulta: *A Representação do Espaço na Criança*, de Jean Piaget e Barbel Inhelder e *Os Elementos*, de Euclides. Estas obras não estão disponíveis na internet, mas podem ser encontradas em bibliotecas, como a da própria UNESP-RC.

#### **FILMES / VÍDEOS**

- **D20 - Espaço e Forma: as formas geométricas no mundo** -

<https://www.youtube.com/watch?v=1gKR7aitCjM>

- **História da Geometria Analítica** - <https://www.youtube.com/watch?v=9a4myxXqWh8>

- **Descartes - Breve Vida e Obra** - <https://www.youtube.com/watch?v=YiyIQRCYock>

- **ASTRONOMIA: Eratóstenes e a Circunferência da Terra** - Matemática Rio -

[https://www.youtube.com/watch?v=Upgd\\_NzwN9g](https://www.youtube.com/watch?v=Upgd_NzwN9g)

## **FÓRUM SOBRE O RESUMO DAS AULAS 1 E 2**

Neste fórum, os alunos devem responder às provocações, oferecidas nos resumos audiovisuais das aulas 1 e 2. Solicita também que sejam registradas perguntas e comentários que subsidiem o encontro síncrono que acontecerá temporalmente a seguir.

### **4) ENCONTRO SÍNCRONO I: MÓDULO 1 – (RE) CONSTRUINDO CONCEITOS - AULAS 1 e 2**

Este é mais um encontro síncrono que conta com a utilização do programa *Hangouts On-Air*, abrigado no portal GOOGLE e transmitido ao vivo pelo YOUTUBE. Nesse encontro, é comentado um resumo das aulas 1 e 2, a partir das mensagens enviadas no fórum criado para esta finalidade.

### **5) MÓDULO 1 - (RE) CONSTRUINDO CONCEITOS / Aula 3 - O OBJETO MENTAL**

*Resumo do texto disponibilizado:* O texto discute o que se compreende por objeto mental em Piaget, contextualizando esta compreensão a partir do programa *Erlanger* e das convicções do autor.

*Provocações oferecidas no resumo audiovisual:*

- Vocês já trabalharam objetos mentais em suas aulas de Geometria na constituição dos objetos geométricos? Conte sua experiência!

*Justificativa:* A ideia de *objeto mental* é trazida por Freudenthal no texto base desta aula, mas não é uma expressão ou um conceito, tradicionalmente, trabalhado nas salas de aula de Geometria. Por este motivo, perguntar se os alunos já utilizaram este conceito em suas práticas, fá-los refletir se, mesmo sem utilizar o termo como exposto, já haviam feito dos

objetos mentais o foco de suas aulas ou o tinham expressado de outras maneiras. Incentivar os cursistas a refletir sobre como têm sido suas aulas de Geometria os faz repensar como foi ou como poderia ter sido.

### **FÓRUM 1.3.1**

*Proposta:* Considerando as possibilidades apresentadas pelo autor a respeito do significado de *représentation* para Piaget-Inhelder (concepção, abordagem conceitual, ideia, intuição), o que você compreendeu sobre *objeto mental*, do modo pelo qual assim o denomina o autor?

*Justificativa da proposta:* Para expressar a compreensão de um conceito ou de uma expressão nova ao seu repertório, espera-se que os participantes reflitam sobre o estudado e revejam seus conceitos e o modo como os expressam para seus alunos.

### **FÓRUM 1.3.2**

*Proposta:* [...] *Geometria é o campo onde se pode frutuosamente olhar para os sintomas dos processos de aprendizagem.* Comente este trecho retirado do texto, exemplificando, por meio de possíveis atividades com alunos, o que você compreendeu a esse respeito.

*Justificativa da proposta:* Nesse fórum, espera-se que os cursistas discutam a questão da avaliação a partir do estudo de Geometria. A pretensão do autor de levar o leitor à compreensão de como a Geometria pode ser instrumento para observação e para registro de processos de aprendizagem pode sugerir ao aluno do curso modos de conduzir seus cursos de Geometria sob esta perspectiva.

### **FÓRUM 1.3.3**

*Proposta:* Como você entende *educação geométrica*, levando em conta a perspectiva do autor?

*Justificativa da proposta:* A discussão entre diferentes maneiras de compreender a proposta de Freudenthal auxilia na formação de um consenso a respeito de *educação geométrica*, considerando o diálogo das diversas formas de compreensão de um mesmo texto. O termo *educação geométrica* não é comumente utilizado e, por este motivo, merece ser discutido tematicamente.

**GLOSSÁRIO** (palavras / expressões sugeridas para esta aula)

Programa Erlanger; Paradigma

### **LEITURAS COMPLEMENTARES**

- Weeding And Sowing: Preface to a Science of Mathematical Education – disponível para download em:

[https://docs.google.com/document/d/1bzemtl4H-w-](https://docs.google.com/document/d/1bzemtl4H-w-37btcMBXLoeNKPCDj9vI422CgVjO9nJQ/edit)

[37btcMBXLoeNKPCDj9vI422CgVjO9nJQ/edit](https://docs.google.com/document/d/1bzemtl4H-w-37btcMBXLoeNKPCDj9vI422CgVjO9nJQ/edit)

- O Programa Erlanger de Fleix Klein – disponível em: <http://publica-sbi.if.usp.br/PDFs/pd499>

### **FILMES / VÍDEOS**

- **O que é paradigma - um exemplo real com um grupo de macacos -**

<https://www.youtube.com/watch?v=WVV7SjgKn1o>

-**A Questão dos Paradigmas - trailer -** <https://www.youtube.com/watch?v=UpUh5jcvobs>

## **6) MÓDULO 1 - (RE) CONSTRUINDO CONCEITOS /Aula 4 - CORPOS RÍGIDOS E CAIXAS**

*Resumo do texto disponibilizado:* Aqui será tratado de que forma se constitui o contexto geométrico e, a partir dessa introdução, a importância dos corpos rígidos no estudo da Geometria, considerando-se o espaço e os corpos que ali se observam.

Para exemplificar o estudo aludido, o autor escolhe o mundo das caixas, onde desenvolve diversas relações e transformações geométricas.

*Provocações oferecidas no resumo audiovisual*

- Após a leitura do texto desta aula, o que vocês entendem de CORPOS RÍGIDOS?

- De que maneira podemos exemplificar esta compreensão com o conteúdo estudado sobre CAIXAS e outros mundos?

*Justificativa:* Do mesmo modo como *objetos mentais* na aula anterior, *corpos rígidos e caixas* não são termos ou conceitos que, usualmente, o professor de Geometria utiliza em suas aulas. Por outro lado, muitas vezes, em salas de aula de Geometria, a compreensão dessas expressões é vivenciada, mesmo que não se utilize os termos de Freudenthal. Ao solicitar aos alunos que expressem seu entendimento e expressem se essas ideias já estiveram em suas

práticas, a provocação procura reavivar suas lembranças e propiciar novas reflexões a esse respeito.

#### **FÓRUM 1.4.1**

*Proposta:* Descreva situações em que você percebe o surgimento de contextos geométricos na *Geometria de corpos rígidos, congruentes e reprodutíveis*, conforme a explicação dada pelo autor.

*Justificativa da proposta:* *Corpos rígidos, congruentes e reprodutíveis* é uma expressão utilizada pelo autor que não é usual nos estudos de Geometria, mesmo aqueles que ocorrem nos cursos de formação de professores de Matemática. Diante dessa dificuldade, que pode ser proveniente apenas da novidade terminológica, solicitar um exemplo do cotidiano do professor é sempre uma ação válida no direcionamento dos alunos à compreensão do texto e do contexto, oferecidos à reflexão por Freudenthal.

#### **FÓRUM 1.4.2**

*Proposta:* Relacione objetos mentais constituídos e objetos geométricos reconhecidos na educação geométrica, conforme indica o autor, a partir da congruência e da semelhança.

*Justificativa da proposta:* No ensino de Geometria, conforme conduzido pelo autor, são enfatizadas a reflexão sobre a constituição de objetos mentais e a naturalidade como as instruções escolares podem reger o reconhecimento dos objetos geométricos. Por conta dessas perspectivas externadas no texto, solicita-se nesse fórum que os professores reflitam sobre essas possibilidades e relacionem-nas, levando em consideração aspectos da congruência e da semelhança, que são temas já bastante conhecidos e explorados.

#### **FÓRUM 1.4.3**

*Proposta:* O autor fala de relações entre figuras espaciais que apresentam a mesma forma, uma mesma classificação geométrica. Comente sobre possibilidades pedagógicas dos conceitos de dilatação e rotação no estudo da congruência e da semelhança.

*Justificativa da proposta:* Um objetivo importante do curso é estimular seus alunos (professores de Matemática) a explorarem novas possibilidades em suas aulas.

Constantemente os alunos do curso são solicitados a descrever suas experiências, quer elas sejam reais (já ocorridas), quer sejam planejadas. Esse exercício pretende promover a aproximação entre a bagagem teórica apresentada por meio dos textos de Freudenthal e a prática.

### **GLOSSÁRIO** (palavras / expressões sugeridas para esta aula)

Automorfismo

Isomorfismo

Geometria de Möebius

### **LEITURAS COMPLEMENTARES**

- DURAN, FRANCIÉLI **Transformações de Möbius e Inversões**. Dissertação de mestrado – Curso de Mestrado Profissional – IGCE – UNESP-RC – disponível em <http://www.rc.unesp.br/tmelo/diss-francieli.pdf>

### **FILMES / VÍDEOS**

- **Arte e Matemática – A forma dentro da forma.**

<http://tvescola.mec.gov.br/tve/video;jsessionid=732B760E464F1AE722DA2077D937AA06?iItem=7255>

- **O que é a Fita de Moebius?**

<https://www.youtube.com/watch?v=sNnQjMRAGTc>

- **Transformações de Moebius reveladas |Ciências Gerais - Matemática Rio – Universo Racionalista**

<https://www.youtube.com/watch?v=GEUi3wFJzNE>

- **Revirão: A Topologia da Banda de Moebius – Parte 1**

<https://www.youtube.com/watch?v=ewa-WUK1z8s>

Obs.: a palestra deste último video tem continuação em mais 7 disponíveis no Youtube.

### **FÓRUM SOBRE O RESUMO DAS AULAS 3 E 4**

Este fórum é inserido no curso com a finalidade de registro pelos alunos de seus comentários, respostas e perguntas que serão assunto do Encontro Síncrono que se anuncia a seguir. Essas postagens são provocadas pelos resumos audiovisuais das aulas 3 e 4, disponibilizados na plataforma, onde o curso é oferecido.

## **7) ENCONTRO SÍNCRONO II: MÓDULO 1 – (RE) CONSTRUINDO CONCEITOS - AULAS 3 e 4**

Mais uma vez, utilizamos o programa *Hangouts On-Air* para transmitir ao vivo pelo YOUTUBE um encontro onde a professora do curso responde às respostas dos alunos, registradas em fórum específico, suscitadas pelos resumos das aulas 3 e 4, disponibilizados na plataforma de estudos.

Além dos comentários sobre as aulas 3 e 4, nesse encontro é dado um fechamento ao Módulo 1, enunciada sua atividade de encerramento e anunciado o próximo módulo. A Atividade Final do Curso e seu prazo de postagem na plataforma são também informados, de maneira a fornecer mais tempo à sua execução pelos alunos.

### **ATIVIDADE DE ENCERRAMENTO DO MÓDULO 1**

*Proposta:* A tarefa a ser desenvolvida consiste em construir um texto relacionando os temas e conteúdos das aulas deste Módulo.

*Justificativa da Proposta:* Ao longo do Módulo, são trazidas diversas conceituações próprias ao estudo da Geometria, algumas revisitadas, outras inovadoras. O que se pretende ao formular esta atividade é propiciar aos alunos um momento de reflexão sobre os conceitos estudados para que possam constituir um conhecimento abrangente sobre esses temas, consolidando-os e compreendendo-os em seu conjunto.

### **ATIVIDADE FINAL DO CURSO**

*Proposta:* Desenvolver um planejamento para um curso de Geometria, direcionado à série de sua escolha (dentro do Ensino Básico, Fundamental ou Médio), utilizando para isso o conteúdo estudado neste curso. Complemente seu trabalho com as justificativas teóricas correspondentes.

*Justificativa da proposta:* Para cumprir o objetivo do curso, referente à aplicação em sala de aula do conteúdo estudado, esta última atividade pretende colocar em exercício maneiras de fazer práticas as reflexões que puderam brotar a partir das leituras dos textos de Freudenthal.

## **8) MÓDULO 2 - (RE) VISITANDO A PRÁTICA / Aula 1: REPRODUÇÃO EM GEOMETRIA**

*Resumo do texto disponibilizado:* Diferentes tipos de representação são trazidos no texto e suas inter-relações. A realidade, a imagem e a linguagem constituem-se para o autor aspectos importantes ao remeter-nos à reprodução.

Discute, ainda, a representação icônica e a simbólica, a perspectiva, e dá exemplos de reprodução, procurando levar o leitor ao contexto geométrico

*Provocações oferecidas no resumo audiovisual:* Quais os comentários que você faz a partir do diálogo destacado do texto? Que relação podemos observar entre este diálogo e as possibilidades indicadas no texto de Freudenthal?

Bastiaan (6;4) pergunta: “Onde está o centro da Holanda?” (Possivelmente, ele tinha ouvido falar de Utrecht como tal). Digo-lhe que não é fácil de determinar, e então: “Qual é o seu centro?” Ele mostra na sua parte superior. Defendo que deveria ser em sua barriga. Então, eu pergunto a ele sobre o centro de uma lajota do pavimento (Figuras 88 e 89). Primeiro, ele nega a sua existência. Em seguida, ele mostra o que é aproximadamente o centro. Peço-lhe para fazê-lo com mais precisão. Ele produz da ranhura entre a próxima fila de lajotas e corta-a com uma linha média estimada entre os outros lados. Eu explico que é mais fácil com linhas oblíquas. Ele desenha as diagonais. Eu menciono a palavra diagonal. Em um banco, eu peço-lhe para indicar a diagonal de sua parte inferior. Ele desenha uma linha que forma um ângulo de  $45^\circ$  com os lados do retângulo. Eu mostro indignação. Ele corrige-se imediatamente.

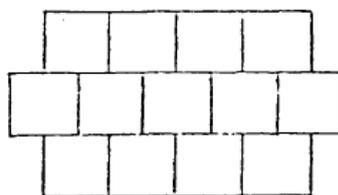


Fig. 88.

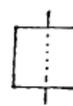


Fig. 89.

*Justificativa:* O destaque do texto é um trecho de um diálogo entre Freudenthal e seu neto Baastian. Nele o autor faz perguntas que possibilitem ao menino adentrar os conceitos geométricos de maneira natural e espontânea. A provocação feita aos alunos objetiva realçar esta maneira de conduzir uma aula de geometria por meio das observações possíveis da criança. De outra forma, tem como alvo, ainda, exemplificar este tipo de abordagem.

## FÓRUM 2.1.1

*Proposta:* A REALIDADE, A IMAGEM E A LINGUAGEM: como você entende a relação vivida entre essas perspectivas na educação geométrica? Qual a importância da REPRESENTAÇÃO na educação geométrica?

*Justificativa da proposta:* Os termos em destaque nas perguntas deflagradoras das discussões na turma se remetem a ideias que perpassam a educação geométrica e, por isso, são importantes na reflexão para o planejamento de estratégias didáticas. Ao procurar relacioná-los, os alunos precisam fazer uma reflexão sobre cada uma desses conceitos e o quanto interagem no contexto da educação geométrica.

### **FÓRUM 2.1.2**

*Proposta:* Comente sobre sua compreensão de ICÔNICO e SIMBÓLICO. Reflita sobre isso, relacionando sua reflexão ao que você compreendeu em relação ao contexto da educação geométrica.

*Justificativa da proposta:* Ao descrever o símbolo e o ícone no contexto da educação geométrica, Freudenthal explicita como cada um desses conceitos se destaca nas produções dos alunos em situação de representação de seus objetos mentais. A diferenciação entre um e outro se torna importante na compreensão destas produções e pode auxiliar na produção de objetos geométricos. O objetivo neste fórum é colocar estas questões em debate.

### **FÓRUM 2.1.3**

*Proposta:* De acordo com o texto, qual a sua compreensão de *perspectiva* enquanto reprodução? Qual a importância da *perspectiva* no trabalho com objetos mentais na educação geométrica?

*Justificativa da proposta:* O autor enfatiza em seu texto o que compreende por perspectiva e a sua importância na educação geométrica. Ao responder as perguntas da atividade, espera-se que os alunos reflitam sobre o conceito de perspectiva e o quanto esta *técnica* influencia as reproduções tanto no âmbito das construções geométricas quanto no âmbito das representações dos objetos mentais.

### **FÓRUM 2.1.4**

*Proposta:* De que forma o contexto geométrico influencia a representação de um objeto mental ?

*Justificativa da proposta:* É bastante comum aos professores de geometria a preocupação com a perfeição com relação às questões métricas e às propriedades geométricas das figuras representadas. Freudenthal, ao reforçar as ideias acerca dos objetos mentais, tira um pouco de foco esta perfeição, dando lugar à fidelidade ao não-concreto, à ideia que se conforma sobre as formas. Daí colocarmos em questão a representação *livre* das formas como pensadas em contraposição ao ensino das formas geométricas ideais.

## **GLOSSÁRIO** (palavras / expressões sugeridas para esta aula)

Topologia

Testes Não-Verbais

Blocos Lógicos

Icônico

Simbólico

Trabalho em Rede

Topografia

*Blue Prints*

## **COMPOSITORY**

Contexto

Gestalt

## **TEXTOS COMPLEMENTARES**

Não houve seleção de texto complementar, porque o texto principal já é bastante extenso.

## **FILMES / VÍDEOS**

- Os “Blue Prints” são mostrados no filme “**TRUQUE DE MESTRE**” que pode ser encontrado em locadoras. Recomendou-se assistir a ele.

## **9) MÓDULO 2 - (RE) VISITANDO A PRÁTICA / Aula 2: ESTUDAR GEOMETRIA**

*Resumo do texto disponibilizado:* O autor questiona neste texto a instrução em Geometria, sua importância para o aluno e as maneiras como pode e deve ser estudada.

*Provocações oferecidas no resumo audiovisual:* Comente as frases retiradas do texto:

- Geometria apenas pode ser significativa se ela explorar a relação entre Geometria e o espaço experienciado.
- Geometria é uma das melhores oportunidades que existem para aprender como matematizar a realidade. É uma oportunidade de fazer descobertas [...] feitas pelos próprios olhos e mãos de alguém são mais convincentes e surpreendentes.
- Até que elas possam ser, de algum modo, dispensadas, as formas no espaço são uma guia indispensável para investigação e descoberta.

*Justificativa:* As frases escolhidas para reflexão dos alunos, ao mesmo tempo em que parecem óbvias no contexto da Geometria escolar, podem ser interpretadas de maneira diferente, se pensadas a partir das ideias de Freudenthal expressas nos textos estudados. Esses outros modos de ver a Geometria devem aflorar da reflexão do que se conhece tradicionalmente, quando o professor se propõe a ensinar a Geometria.

### **FÓRUM 2.2.1**

*Proposta:* *A Álgebra transformou a Geometria em fórmulas e, junto com a Aritmética, tornaram-se mais importantes que a Geometria. Você concorda com essa afirmação em termos de Educação Matemática? Argumente.*

*Justificativa da proposta:* Muitas vezes, o autor parece ironizar aspectos observados no cotidiano de quem estuda a Matemática. As assertivas de Freudenthal provocam o leitor a refletir sobre as divisões da Matemática e sobre a importância que é dada a cada uma delas entre aqueles que pensam a ciência. Colocar professores a olhar as partes da Matemática, segundo uma perspectiva de ordenação em importância, tem como objetivo provocá-los a, ao contrário, visualizar uma Matemática única, em que as partes identificadas se tornam uma só ciência, uma só maneira de ver o mundo.

### **FÓRUM 2.2.2**

*Proposta:* *Geometria é uma das melhores oportunidades que existe para aprender como matematizar a realidade. Como você justificaria esta afirmação?*

*Justificativa da proposta:* Ao provocar a reflexão sobre a importância da Geometria na interpretação do mundo que nos cerca, a proposta de discussão visa relacionar o espaço de vivência do homem a um tratamento organizado. Relacionar a Geometria a uma

matematização da realidade tem por alvo mostrar o quanto essa parte da Matemática está em nosso cotidiano.

**GLOSSÁRIO** (palavras / expressões sugeridas para esta aula)

Pragmático

### **TEXTOS COMPLEMENTARES**

Não houve seleção de texto complementar, porque o período é bem curto, e o texto é bastante denso. O próprio texto, portanto, já é suficiente para reflexões significativas dentro do tema proposto.

### **FILMES / VÍDEOS**

- **Descartes** – <https://www.youtube.com/watch?v=T9cq7G8hoAE>

- **Descartes e a Geometria Analítica** – [https://www.youtube.com/watch?v=5\\_j3fRa8G9o](https://www.youtube.com/watch?v=5_j3fRa8G9o)

### **FÓRUM SOBRE O RESUMO DAS AULAS 1 E 2**

A partir dos resumos audiovisuais sobre os textos das aulas 1 e 2, que são disponibilizados na plataforma do curso, os alunos são convidados a responder às provocações oferecidas, a comentar sobre o conteúdo desses resumos e a fazer perguntas para que sejam feitos comentários e dadas respostas no encontro síncrono que acontece no final da aula 2.

### **10) ENCONTRO SÍNCRONO III: MÓDULO 2 -- (RE) VISITANDO A PRÁTICA AULAS 1 e 2**

Mais uma vez, é feita uma transmissão ao vivo pela professora do curso, a qual pode ser acompanhada *on time* pelos alunos, utilizando-se o canal do YOUTUBE. Neste encontro, são comentadas as mensagens que os alunos registram no fórum específico, respondendo às suas interrogações ou fazendo acertos em suas afirmações para melhor entendimento dos assuntos tratados nas aulas 1 e 2.

### **11) MÓDULO 2 - (RE) VISITANDO A PRÁTICA / Aula 3: MATERIAL CONCRETO E OUTRAS EXPERIÊNCIAS**

*Resumo do texto disponibilizado:* A conceituação do que é o material concreto, utilizado como suporte às aulas de Geometria e a importância de *como* este material pode ser aplicado, são questões trazidas neste texto. Além disso, os trabalhos de Dina van Hiele a P. J. van Albada são descritos e comentados. Experiências com *encaixes* também são relatadas.

*Provocações oferecidas no resumo audiovisual:* O que você entende por Geometria experimental? Comente a frase retirada do texto: *A chave para a Geometria é a palavra "por quê."* Faça comentários sobre: programa Van Hiele x programa Van Albada; Geometria Plana x Geometria Espacial.

*Justificativa* A questão tem como objetivo fazer os alunos pensarem na diferença entre a Matemática e as ciências experimentais. Além disso, na provocação seguinte, alguns aspectos da atualização dos projetos de van Hiele e van Albada tendem a ser observados pelos participantes do curso como viáveis ou não dentro da realidade das escolas em que atuam. Sobre Geometria Plana e Espacial, o dito pelo autor deixa uma dúvida sobre como a instrução geométrica deve ser encadeada: de onde partir, por onde caminhar para que essa instrução seja eficiente e natural.

### **FÓRUM 2.3.1**

*Proposta:* Como você compreende a afirmação de Dina van Hiele de que *o objetivo do material concreto é o ato de pensar das crianças*? Isso que essa autora afirma faz sentido para você, em termos do que o ensino de Geometria promove ou que gostaria de promover?

*Justificativa da proposta:* Uma parte do estudo desta aula se desenvolve baseado nas experiências de Dina van Hiele. A descrição destas experiências enfatiza a utilização de material concreto nas aulas de Geometria. Para desenvolvimento de um pensamento geométrico que se baseia na manipulação, e, portanto, na vivência dos alunos. Os professores de Matemática, em geral, não utilizam estes recursos em suas aulas. A questão posta neste fórum pretende fazer os alunos pensarem a respeito dessa possibilidade, convidando-os a refletir sobre o relatado por van Hiele.

### **FÓRUM 2.3.2**

*Proposta:* Considerando a descrição dos experimentos de Dina van Hiele, construa uma atividade que você julgue realizável em alguma de suas turmas. Indique os conceitos geométricos que você vai trabalhar, justificando essa indicação.

*Justificativa da proposta:* Reforçando a ideia de um curso voltado à prática dos alunos em suas salas de aula, esta proposta tem como objetivo colocá-los em exercício sobre as experiências relatadas, vislumbrando suas possibilidades.

### **FÓRUM 2.3.3**

*Proposta:* O autor propõe uma comparação entre os experimentos de van Hiele e van Albada. Explícite esta comparação acrescentando sua compreensão sobre essas experiências.

*Justificativa da proposta:* O texto estudado fornece informações sobre a realização dos planejamentos de van Hiele e van Albada. O Fórum convida os alunos ao debate sobre estas experiências, de modo que eles explicitem suas compreensões a respeito do relatado e como uma e outra se aproximam ou se diversificam, estruturalmente, pedagogicamente, metodologicamente.

### **GLOSSÁRIO** (palavras / expressões sugeridas para esta aula)

Dina van Hiele

P.J. van Albada

Cubo Meccano

Dodecaedro Rômbico

Geometria Descritiva

### **TEXTOS COMPLEMENTARES**

Textos interessantes para expandir estes estudos são as teses de doutorado de Dina van Hiele e de Pieter Jacob van Albada, assim como outros textos desses autores. Fica a sugestão de sua localização.

### **FILMES / VÍDEOS**

- **La importancia de las actividades y el uso de material concreto** -

<https://www.youtube.com/watch?v=zJaCy-qX5gw>

## **12) MÓDULO 2 - (RE) VISITANDO A PRÁTICA / Aula 4: DEDUTIVIDADE E AXIOMÁTICA**

*Resumo do texto disponibilizado:* A importância da dedutividade e da axiomática na educação geométrica é trazida para discussão neste texto.

Confrontando instrução dedutiva e axiomática que é utilizada, a partir de Euclides e de Hilbert, o autor oferece um estudo que subsidia o suporte em uma ou outra tendência para a condução de um plano de ensino de Geometria.

*Provocações oferecidas no resumo audiovisual* Vocês conhecem esta obra *Os elementos* de Euclides? Podemos conversar um pouco sobre ela? Na Geometria dedutiva tradicional, o uso da axiomática é uma *colcha de retalhos*?

*Justificativa:* O texto cita tanto o filósofo e matemático Euclides, quanto a sua obra *Os Elementos*, de fundamental importância para os estudos da Geometria. Mesmo assim nem sempre, em sua formação, os professores os conhecem. Por este motivo o curso solicita que os alunos registrem seu conhecimento a respeito, dando-lhes a oportunidade de pesquisar sobre isso. Sobre a terceira pergunta, trata-se de uma afirmação que Freudenthal faz em seu texto. O objetivo, nessa pergunta, é fazer com que os alunos amadureçam a ideia de dedutividade e axiomática que são trazidas no texto de estudo, mas que não são temas triviais em seus estudos.

### **FÓRUM 2.4.1**

*Proposta:* Ao mostrar figuras geométricas aos alunos, Dina van Hiele os fez entender do que se tratava sem fornecer-lhes definições. Como você entende a constituição de conhecimento geométrico nesta atividade?

*Justificativa da proposta:* Freudenthal, citando van Hiele, reforça a importância do conhecimento das formas independente dos nomes que se dê ou das classificações que se faça. Então, sugerem que para o estudo da Geometria não é necessário nomenclatura, mas o conhecimento profundo das formas. Para professores, em geral, o ensino da Geometria liga-se ao conhecimento dos nomes e das regras, num processo axiomático já estabelecido pela prática. Ao questionar os cursistas sobre a constituição do conhecimento geométrico

independente da nomeação das figuras, espera-se incentivar a reflexão sobre novas possibilidades pedagógicas.

#### **FÓRUM 2.4.2**

*Proposta:* O autor faz uma descrição e uma crítica aos *Os Elementos*, de Euclides. O que você pensa a respeito?

*Justificativa da proposta:* Estudar *Os Elementos* de Euclides deve constituir uma necessidade para o conhecimento da Geometria em sua origem. Julgando necessária esta atitude, os alunos são aqui estimulados a pesquisarem sobre essa obra para construir sua descrição e sua crítica a respeito e poderem avaliar como ela pode ser útil em seu planejamento para abordagem de tópicos da Geometria em suas aulas.

#### **FÓRUM 2.4.3**

*Proposta:* Como você responderia ao questionamento do autor: *Poderia a axiomática ser ensinada nas escolas?* (p. 23) Como você entende essa (im)possibilidade?

*Justificativa da proposta:* Há duas possibilidades entre os alunos: entendem o que é axiomática e aqui podem inferir sobre a sua utilização como embasamento teórico geométrico; ou não compreenderam ainda o que é axiomática e aqui podem externar sua dificuldade ou pesquisar sobre o tema. De qualquer maneira, este fórum está aberto a todos que, espera-se, em conjunto discutam sobre a axiomática em suas práticas, quer aquelas que são atualizadas em suas aulas, quer aquelas planejadas a partir das reflexões suscitadas pelos estudos nesse curso.

#### **FÓRUM 2.4.4**

*Proposta:* Comente a afirmação do autor: *Axiomatização não é o ápice da honestidade.* (p. 28). Como você compreende isso?

*Justificativa da proposta:* Ainda sobre o tema *axiomática*, Freudenthal insiste em sua avaliação entre o teórico e o prático e envolve os leitores em seus questionamentos. O fórum é oportunidade de discussão entre os professores de Matemática que, à luz dos textos do autor podem melhor compreender a axiomatização da Geometria.

## **GLOSSÁRIO** (palavras / expressões sugeridas para esta aula)

Definição

Didata Socrático

Quadraturas de Lunulae

Hipócrates

Tales

Teoria da Magnitude de Eudoxo

Espaço de Helmholtz-Lie

Plano Eliptico

Geometria Hiperbólica

Modelo de Bolyai e Lobachevsky

Ontológico

Axiomática

Teoria de Grupos

Axiomática de Pasch-Hilbert

## **TEXTOS COMPLEMENTARES**

- FREUDENTHAL, HANS Organização Local – Mediatrizes. In **Mathematics as an Educational Task**. Chapter XVI - The Case of Geometry: Local Organization – The Perpendicular Bissectors. Dordrecht, Holland: D.Reidel Publishing Company:, 1973, p.458-462 [tradução Taís Alves Moreira Barbariz]

- FREUDENTHAL, HANS Organizando um campo – Conceito de ângulo. In **Mathematics as an Educational Task**. Chapter XVI - The Case of Geometry: Organizing a Field – The Angle Concepts. Dordrecht, Holland: D.Reidel Publishing Company:, 1973, p.476-489 [tradução Taís Alves Moreira Barbariz]

## **FILMES / VÍDEOS**

- **Euclides, o pai da Geometria** - <https://www.youtube.com/watch?v=usHh89ld0cU>

- **All about David Hilbert** (em inglês) - <https://www.youtube.com/watch?v=9dQMHoqZUbU>

## **13) ENCONTRO SÍNCRONO IV: MÓDULO 2 – (RE) VISITANDO A PRÁTICA - AULAS 3 e 4**

Este é o último encontro do curso. Novamente, é utilizada a ferramenta do GOOGLE que possibilita ao aluno assistir à apresentação da professora e enviar mensagens escritas por meio da opção *Comentários*. Mais uma vez, a professora comenta as postagens que os alunos fizeram em fórum específico, referente às aulas 3 e 4 do Módulo 2, responde às perguntas e aos comentários enviados pelo YOUTUBE.

Sendo este o encontro final, além desses comentários, a professora lembra aos alunos sobre o envio das tarefas finais do Módulo 2 e também o trabalho final do Curso

## **ATIVIDADE DE ENCERRAMENTO DO MÓDULO 2**

*Proposta:* A tarefa a ser desenvolvida consiste em construir um texto, relacionando os temas e conteúdos das aulas deste Módulo.

*Justificativa da Proposta:* Mais uma vez, é solicitado aos alunos que façam um resumo dos assuntos estudados para que possam ser relacionados como um único contexto e assim aproveitá-los e refletir sobre eles mais uma vez.

## **ATIVIDADE FINAL DO CURSO**

*Proposta:* Desenvolver um planejamento para um curso de Geometria, direcionado à série de sua escolha (dentro do Ensino Básico, Fundamental ou Médio), utilizando para isso o conteúdo estudado neste curso. Complemente seu trabalho com as justificativas teóricas correspondentes.

*Justificativa da proposta:* A Atividade Final tem como objetivo mostrar, por meio de um planejamento, como os alunos poderão aproveitar os temas enfocados e as práticas estudadas no curso. As sugestões fornecidas por Freudenthal e por seus exemplos visam inspirar os alunos a uma prática renovada e diferente do costumaz entre eles.

*Como os dados foram constituídos*

A pesquisa em sua totalidade, como já mencionado anteriormente, ocupa-se do movimento da atualização do curso *Geometria: do que trata?* Dele faz parte toda a

preparação do curso, exposta como a lembrança da *Erlebnis* (percepção do percebido no ato da percepção) vivenciada e, então, descrita pela pesquisadora.

Conforme explicitado nos capítulos anteriores, a constituição dos dados para esta pesquisa foi realizada no curso *Geometria: do que trata?*, concebido, planejado e atualizado especialmente com este objetivo, resultando em dois segmentos distintos do discurso tomado na totalidade da temporalidade do curso, que refletiram dois momentos, respectivamente, em que estar-com a Matemática, a Informática e os sujeitos se mostrou de modos diferentes.

Nos dados a serem analisados no primeiro momento, as vivências descritas são aquelas percebidas pela professora e não só, uma vez que a percepção, como já mencionado, se dá no átimo do agora, o qual uma vez passado, a percepção e a *Erlebnis* só são passíveis de serem retomadas na lembrança do vivenciado. É essa lembrança que é sistematicamente focada pela investigadora, descrevendo-a o mais direta e fielmente possível. Isso quer dizer, sem interpretações e sem juízos de valor intercalados na descrição. Esta se torna o dado tomado para a análise e interpretação realizadas em momento posterior ao do relato e a pesquisadora se debruça sobre as descrições do vivenciado pela professora.

Do segundo momento, ocorrido no encontro do curso com seus sujeitos, alunos que compuseram a turma de alunos, mostrou-se para nós como significativo o diálogo havido entre a professora e seus alunos, bem como entre eles.

Na análise do diálogo estabelecido com os diferentes sujeitos, destacou-se, para nós, aquele mantido com uma das alunas. Ao olharmos atentamente para esse diálogo, demos conta de que ele trazia falas de outros alunos e da professora, revelando o andar do curso. Percebemos que ela protagonizou diálogos em todos os fóruns do curso, nos quais identificamos características que intuímos dar conta da nossa interrogação de pesquisa. A aluna, como figura central, troca mensagens não só com a professora, mas também com seus colegas de curso. Além disso, ela traz, em diversas situações, a presença de outros autores para auxiliá-la na compreensão dos temas tratados, revelando seu interesse em adentrá-los. Ela é, muitas vezes, também referenciada por outros colegas em suas participações. Percebemos o estar-com no movimento de atualização do curso, ao destacar o seu diálogo, ou seja, ao tomá-la como o centro de nossas análises.

*Como os dados constituídos no primeiro momento foram analisados*

O discurso registrado na temporalidade do planejamento do curso, que descreve as percepções da professora, foi analisado de acordo com os procedimentos metodológicos de cunho fenomenológico, seguindo-se as análises ideográfica e nomotética, que explicitam as convergências de sentido e significado. No movimento de redução fenomenológica, constituíram-se as Unidades de Sentido (US) e Unidades de Significado(USg), num total de 60 USg.

#### *Como os dados constituídos no segundo momento foram analisados*

No diálogo identificado como significativo na busca de compreensões sobre o fenômeno pesquisado, foram feitas diversas leituras, reflexões e interpretações.

Ele foi analisado, respeitando a organização do curso em fóruns, criando-se, assim, pequenas conversas, onde pudemos identificar os sentidos percebidos entre as falas dos sujeitos – aluna identificada como fio condutor do diálogo no seu todo, a professora e os sujeitos que compunham o entorno, por meio de compreensões expressas pela aluna (sujeito do diálogo significativo) e daquelas a ela dirigidas como argumentações, explicações e respostas.

Dessa forma, evidenciou-se, para nós, o movimento do pensar que perpassou os diálogos, no todo ou nas pequenas conversas. Nesse movimento, objetivando sempre compreender a constituição do conhecimento matemático tendo a pergunta de pesquisa como solo, os sentido e os significado do que compreendemos constituíram as USg.

As USg, constituídas no primeiro momento da pesquisa, foram arroladas junto às outras USg, constituídas no segundo para prosseguimento dos procedimentos de análise, de modo que obtivemos USg de 1 a 158.

#### *Análise Ideográfica*

Para o primeiro momento, já explicitado anteriormente, os discursos da pesquisadora são apresentados em um quadro (APÊNDICE 1) em sua íntegra, descrevendo as suas percepções na temporalidade do planejamento do curso. Nesses discursos, à luz da pergunta direcionadora da pesquisa, foram destacadas e sublinhadas as palavras ou expressões que, em nossa análise reflexiva, diziam do fenômeno pesquisado, constituindo as Unidades de Sentido (US).

Evidenciamos, para análise dessas US a necessidade de incluirmos o *Enxerto Hermenêutico*, onde são apresentados sentidos e significados de termos ou expressões que entendemos serem assim mais bem compreendidas no contexto do discurso. Ainda para esse movimento de análise, mais duas colunas se seguem: a primeira, onde é exposto o compreendido pela pesquisadora sobre o relato da vivência, sempre tendo como norte a pergunta orientadora; e a segunda, onde é registrado o dito nesta US. Na última coluna, figuram as Unidades de Significado (USg) que mostram um primeiro movimento de redução. O APÊNDICE 1 apresenta as US numeradas de 1 a 60 e as respectivas USg também numeradas de 1 a 60.

Por exemplo:

**US 13** - *Aos poucos, fui tomando intimidade com as cores, as formas, os modos de tudo aquilo ir assumindo seu lugar no espaço virtual... nossa! Isso foi muito bom mesmo!*

**Enxerto Hermenêutico:** *Espaço virtual – espaço possibilitado pelo computador.*

**Compreendendo o dito** *A concretização do curso, por meio de sua efetiva integração na plataforma provoca entusiasmo na professora.*

**O que é dito:** *Sentimento de satisfação da pesquisadora.*

**USg:** *013 - Sentimento de satisfação da pesquisadora.*

No diálogo, tomado como exemplar para análise do segundo momento, perguntamos pelo dito na US, e explicitamos a compreensão da pesquisadora sobre o dito, conforme descrevemos nos procedimentos no Capítulo II. No APÊNDICE 2, este diálogo é apresentado<sup>35</sup>, expondo as questões encaminhadas, as falas dos sujeitos e da professora, mencionando o dia e hora em que ocorreram. Para cada unidade da fala destacada é apresentado o que a professora entende do exposto pelo sujeito e, a seguir, o entendido como *O que é dito*, seguindo-se a isto, as Unidades de Significado e respectiva numeração em sequência à última (60) do primeiro momento da pesquisa, o concernente ao planejamento do curso, indo essa sequência até 158.

Por exemplo:

**Professora entende do exposto pelo sujeito:** *Vê que Aluna 18 interage com a colega aluna 11, interessando-se pela técnica anunciada pela colega de curso e querendo saber mais sobre essa técnica. Percebe que ela busca por aperfeiçoamento profissional e isso mostra à pesquisadora a importância do estar-com no curso que está em movimento.*

**O que é dito:** *A aluna está com o sujeito, texto e internet; busca por mais conhecimento de técnica.*

---

<sup>35</sup> A totalidade da atualização do curso é apresentada no ANEXO 6, onde figuram todas as falas que nessa temporalidade ocorreram, conforme a organização do curso em Módulos, Aulas e Fóruns, sendo inclusive indicadas as datas e os horários em que se deram.

**USg 68:** *A aluna está com o cossujeito, texto e internet.*

**UGg 69:** *Busca por mais conhecimento de técnica.*

O APÊNDICE 3 traz a relação das USg, de 1 a 158, com o objetivo de torná-las mais visíveis ao leitor.

### *Análise Nomotética*

No dicionário etimológico, Cunha (1997) nos esclarece que - *nomos*- é um elemento de composição de origem grega (*nómos*) que significa *lei*, e que se encontra em vocábulos eruditos, assim como naqueles terminados em *nomia*, de mesma origem etimológica. Nomotético se baseia em fatos. Na análise qualitativa, a abordagem nomotética “Indica [...] um movimento de passagem do individual para o geral.” (MARTINS; BICUDO, 2005, p. 106).

No movimento de redução que realizamos na análise de cunho fenomenológico, as USg são articuladas sempre à luz da pergunta direcionadora da pesquisa e de ideias circundantes que a contextualizam, evidenciando sentidos percebidos e significados explicitados, constituindo, dessa maneira, as nomeadas Convergências de Sentido e Significado (CSs). Desse modo, transcendem-se as US e USg individuais na medida em que se as articula em ideias mais gerais ou abrangentes.

Assim, as CSs se constituem no movimento de busca de sentido do que foi registrado pela pesquisadora, expresso nas USg apontadas. Essas CSs convergem sentidos que respondem “do que falam as ideias que permeiam as USg”. Como dito, uma vez realizadas as convergências, mediante um pensar indagador, caminha-se em direção a expressá-las pela linguagem. Passa-se a nomeá-las de modo a expressar a compreensão do dito em linguagem que reúna as USg em uma totalidade. Daí, as CSs são núcleos de sentido que articulados vão constituindo ideias<sup>36</sup>.

Por exemplo:

**USg 044** - *Sentimento de não-estar-com-os-outros*

**CSs 19** - *Modos de estar-com-o-outro à distância*

**USg 083** - *A professora realiza auto-avaliação do curso.*

---

<sup>36</sup> “As idealidades fenomenológicas são livres, pois independem do ato original que as constituiu pela primeira vez. Transcendem a subjetividade, mantêm-se na temporalidade sustentada pela linguagem e abrem possibilidades de complementaridade, aplicabilidade e mobilidade na cadeia de suas articulações.” (BICUDO, 2010, p. 38)

### *CSs 10 - Percepção de si como professora-pesquisadora*

O APÊNDICE 4, mostra como foram constituídas as CSs, no movimento de redução de cada USg. Foram articuladas 43 CSs, nomeadas, conforme apresentado no QUADRO 1 a seguir:

#### **QUADRO 1 – CONVERGÊNCIAS DE SENTIDO E SIGNIFICADO**

	<b>CSs -CONVERGÊNCIAS DE SENTIDO E SIGNIFICADO</b>
CSs 01	Percepção de si em dúvida quanto a realizar o proposto.
CSs 02	Abertura de horizontes de compreensão da Geometria.
CSs 03	Percepção dos meios institucionais para a atualização do curso.
CSs 04	Percepção da complexidade do planejamento do curso.
CSs 05	Percepção de experiências vivenciadas como aluna, como professora e como pesquisadora.
CSs 06	Abertura de compreensão do fazer pedagógico.
CSs 07	Autopercepção da pesquisadora ao realizar a própria pesquisa.
CSs 08	Modos psíquicos de ser professora/pesquisadora.
CSs 09	Percepção das possibilidades de acontecer do curso.
CSs 10	Percepção de si como professora-pesquisadora.
CSs 11	Percepção de falhas no aparato tecnológico.
CSs 12	Percepção do início do movimento do acontecer do curso.
CSs 13	Foco no aparato tecnológico de sustentação do curso.
CSs 14	Percepção da discrepância entre a atividade desenvolvida como professora e a esperada como pesquisadora.
CSs 15	Percepção de tensões e compatibilidades entre o curso planejado e o atualizado.
CSs 16	Percepção de mudança no modo de ser professora.
CSs 17	Percepção de preocupação com relação à pesquisa.
CSs 18	Percepção de si produzindo conhecimento.
CSs 19	Modos de estar-com-o-outro à distância.
CSs 20	Percepção da atualização da prática docente do professor de Matemática de acordo com a materialidade disponível.
CSs 21	Percepção do movimento do curso.

CSs 22	Percepção de que, no próprio ato de projetar o curso, o outro e o computador se fazem presentes.
CSs 23	Modo de efetuar registros da pesquisa.
CSs 24	Percepção da avaliação do modo de ser do outro e de si.
CSs 25	Preocupação com a frequência e a participação dos alunos.
CSs 26	Percepção do movimento da pesquisa.
CSs 27	Percepção de si como <i>eu</i> e como <i>outro</i> no movimento da pesquisa.
CSs 28	Lembranças das vivências na temporalidade do curso.
CSs 29	Articulações do pensar do cossujeito.
CSs 30	Ampliação do horizonte de compreensão do cossujeito.
CSs 31	Constituição de conhecimento pelo cossujeito.
CSs 32	Negativa à abertura proposta pelo curso.
CSs 33	O estar-com-o-outro propiciando abertura às possibilidades na prática pedagógica.
CSs 34	Percepção do curso como viabilizador da constituição de conhecimento pedagógico-metodológico e matemático.
CSs 35	Entorno como campo para ampliação da compreensão do cossujeito.
CSs 36	Linguagem modificando o foco de compreensão do pensado.
CSs 37	Presença do cossujeito no curso.
CSs 38	Compreensão do conteúdo sem transcendência.
CSs 39	Articulação do cossujeito entre a Geometria e a realidade.
CSs 40	Linguagem dificultando a compreensão do dito e do pensado.
CSs 41	Linguagem viabilizando a compreensão do dito e do pensado.
CSs 42	Percepção do cossujeito como professor.
CSs 43	Diferentes modos de transcender.

Devemos insistir que essas nomeações deram-se após a análise das descrições e não antes. Portanto, não são categorias prévias para a análise dos relatos, mas foram articuladas pelos sentidos percebidos e nomeadas pela linguagem que se nos mostrou expressar o que havíamos compreendido.

Na busca de mais outras convergências, o movimento do pensar que articula sentidos, conforme descrito acima, avança e possibilita a constituição de Ideias Nucleares (IN), apresentadas no APÊNDICE 5. Foram 10 as IN articuladas e que foram nomeadas conforme apresentamos no QUADRO 2, que se segue.

## QUADRO 2 – IDEIAS NUCLEARES

	<b>IDEIAS NUCLEARES</b>
IN 01	Percepção de si projetando o curso.
IN 02	Percepção de si produzindo conhecimento.
IN 03	Percepção de si como professora/pesquisadora.
IN 04	Percepção do movimento de atualização do curso.
IN 05	Percepção dos modos psíquicos de ser professora/pesquisadora.
IN 06	Percepção dos modos de estar com o outro à distância.
IN 07	Percepção do outro articulando ideias.
IN 08	Percepção do outro constituindo conhecimento.
IN 09	Percepção da importância da linguagem na atualização do curso.
IN 10	Percepção das dificuldades de articulação pelos sujeitos.

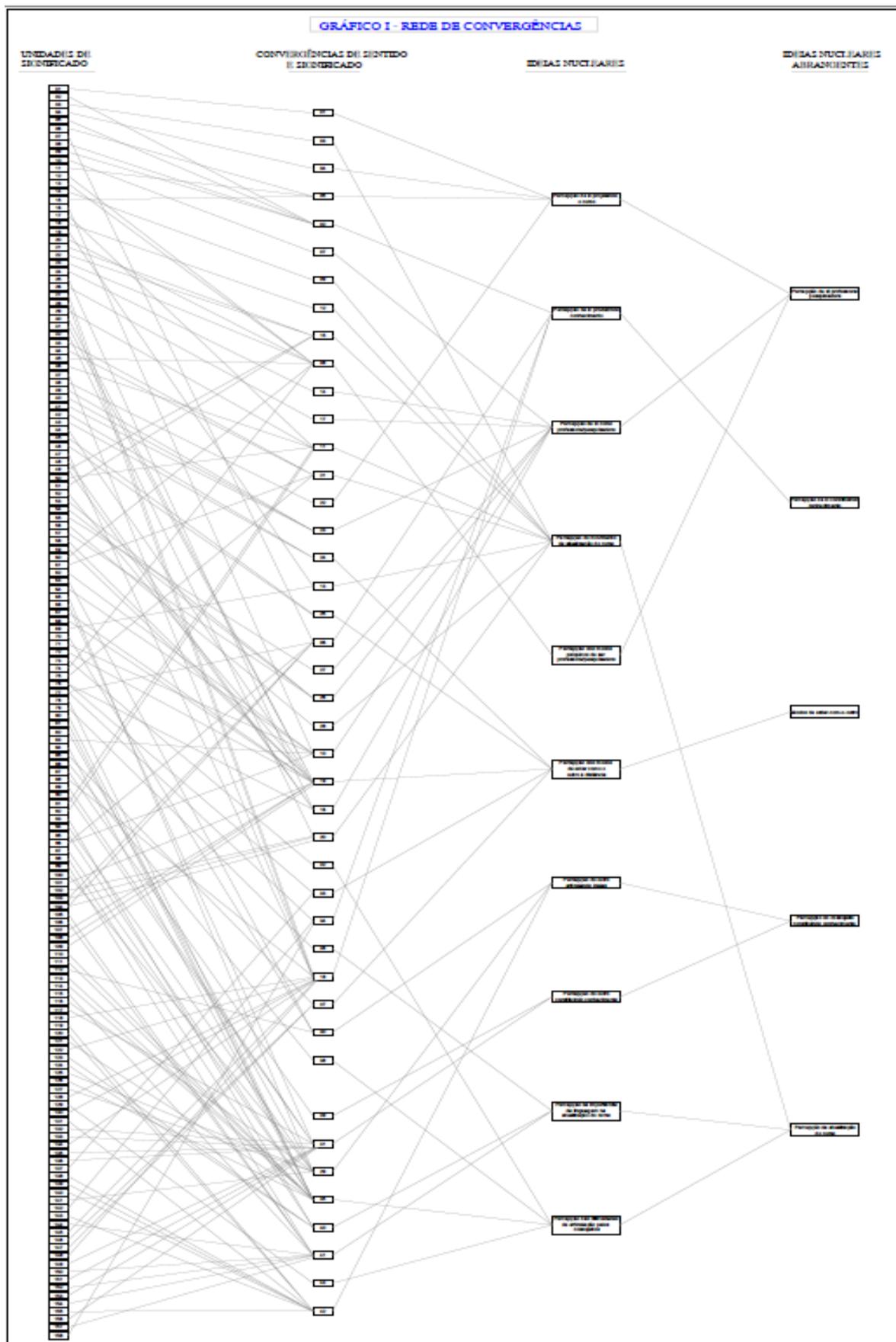
Por fim, em mais um movimento de articulação das IN, procurando por ideias mais convergentes, reunimos os sentidos e significados dos percebidos e compreendidos em 5 Ideias Nucleares Abrangentes (INA) que foram nomeadas como apresentadas no QUADRO 3.

## QUADRO 3 – IDEIAS NUCLEARES ABRANGENTES

	<b>IDEIAS NUCLEARES</b>	<b>IDEIAS NUCLEARES ABRANGENTES</b>
INA 1	IN 01 – IN 03 – IN 05	Percepção de si professora/pesquisadora.
INA 2	IN 02	Percepção de si constituindo conhecimento.
INA 3	IN 06	Modos de estar-com-o-outro.
INA 4	IN 07 – IN 08	Percepção do sujeito constituindo conhecimento.
INA 5	IN 04 – IN 09 – IN 10	Percepção da atualização do curso.

As Ideias Nucleares Abrangentes expõem a análise realizada dos discursos destacados. Elas farão parte do movimento de interpretação dos dados constituídos pelo curso para compreensão do fenômeno pesquisado.

A seguir expomos um gráfico, GRÁFICO 1, apresentando essa rede de confluência articulada, visando expor, visualmente, o movimento que realizamos.



## CAPÍTULO IV

### INTERPRETAÇÃO DA PESQUISADORA SOBRE O ANALISADO

Este capítulo se destina à apresentação da interpretação das ideias que emergiram das análises e reflexão sobre os registros de diferentes momentos do curso *Geometria: do que trata?*, planejado e atualizado para a constituição dos dados da presente pesquisa.

A teorização<sup>37</sup>, que aqui é descrita, busca a compreensão do fenômeno investigado, qual seja *a constituição do conhecimento ao se estar junto ao computador, à Matemática e aos sujeitos*, em um movimento de transcendência, que articula os discursos significativos, destacados nos relatos e diálogos realizados durante o planejamento e a atualização do curso, com as reflexões da pesquisadora, à luz da interrogação de investigação, e, ainda, da sua vivência da atualização do curso como um movimento único que inclui os encontros síncronos<sup>38</sup>, a orientação acadêmica e as discussões com seus companheiros, em seu grupo de pesquisa.

A interpretação possibilitada à pesquisadora está, neste capítulo, organizada de acordo com as Ideias Nucleares Abrangentes articuladas nos movimentos de redução, descritos no capítulo III. Foram articuladas 05 Ideias Nucleares Abrangentes, Percepção de si professora/pesquisadora; Percepção de si constituindo conhecimento; Modos de estar-com-o-outro; Percepção do sujeito constituindo conhecimento; Percepção da atualização do curso.

*A - Percepção de si professora/pesquisadora.*

---

<sup>37</sup> Em sessão de orientação, a orientadora, Prof<sup>a</sup> Maria Aparecida Viggiani Bicudo, explicita que: a teorização envolve uma ação de fazer teoria. O viés filosófica original de compreender 'teoria' é o de contemplação, especulação, de resultado da vida contemplativa ou vida teórica. Em nosso trabalho, assumindo o modo de proceder fenomenológico que caminha por reduções, reunindo sentidos e significados em articulações que revelam aspectos mais abrangentes, a teorização diz da ação de realizar teoria; de reunir em um pensar expresso de modo claro, as compreensões que se mostram nucleares ao investigado. Essa reunião – que expressa o *logos* – evidencia uma compreensão de caráter mais amplo (compreendido como universal) em relação às análises realizadas. Evidencia um salto qualitativo, ao se passar de compreensões mais particulares a outras mais abrangentes. Quando expressa, essa compreensão, em uma linguagem proposicional, pode indicar categorias. No caso específico dessa pesquisa, visa reunir e trazer consigo um esforço de participar do dito pelos autores estudados e pelos sujeitos, demorando-se na contemplação do que se vê para além disso que até então se viu.

<sup>38</sup> As transições dos encontros síncronos ocorridos na temporalidade da atualização do curso são apresentados no A PÊNDECE 8.

O curso *Geometria: do que trata?* foi gestado com o objetivo principal de produzir as atividades da pesquisa *A constituição do conhecimento matemático em um curso de Matemática à distância*. Nasceu para uma finalidade: a pesquisa. Para seu planejamento e sua criação, a didática e os aspectos pedagógicos foram o seu solo, por se tratar de uma ação que visava à constituição de conhecimento matemático, geométrico.

Pesquisa e ensino estão, portanto, na amálgama desse curso. São aspectos que perpassam todas as suas etapas, todas as suas perspectivas de análise e de interpretação. Ensino e pesquisa se imbricam no modo de o curso ser.

O planejamento e a organização de um curso à distância apresentam complexidades. No caso do curso em foco, estas atividades se deram em etapas que envolviam, por exemplo, a preparação do conteúdo, as providências burocráticas para a viabilidade de um curso certificado pela universidade, a criação de um *design* apropriado à mídia a que se destinava e as necessidades didático-pedagógicas inerentes. Em cada etapa, a pesquisadora percebeu e registrou aspectos significativos para sua investigação. A professora que foi também sujeito da própria pesquisa, conforme explicitado no Capítulo III, no período, em que se dedicou ao projeto e à preparação do curso em todos os seus aspectos, mostrou-se envolvida com os estudos a que se propõe realizar, objetivando conhecer o conteúdo escolhido de maneira ampla e possibilitando articulações na preparação de atividades que viabilizassem aos alunos compreensões desse conteúdo. Os destaques abaixo mostram modos pelos quais esse seu caminhar foi ocorrendo, evidenciando aspectos da constituição do conhecimento em movimento.

*US 004 - Palavra a palavra a tradução foi tomando forma de um texto. Mas, depois de sua primeira leitura, fui percebendo que faltavam ainda outras leituras, conversas com companheiros de estudo e com outros professores que estudam Geometria há mais tempo e de maneira mais ampliada.*

*US 008 - Muitas novas ideias para a abordagem inicial dessa parte da Matemática afloram ao ter contato com a forma como o autor a trata.*

Esta vivência foi trazida para a pesquisa no relato das lembranças do fluxo do acontecido nesse movimento. As lembranças, que, de acordo com o exposto no capítulo I, possibilitam a retomada das experiências vivenciadas no átimo do agora, fizeram parte do registro das percepções da pesquisadora, uma vez que esse registro foi realizado em temporalidade diferente da vivência que estava sendo enfocada. Na constituição do conhecimento, as lembranças têm aspecto importante, uma vez que elas são enlaçadas pelo

fluxo da consciência, conforme explicitado no mesmo capítulo. Essas lembranças a transportaram a experiências vivenciadas e a auxiliaram em compreensões de significados de ‘estar professora’ naquele curso, de estar com a Geometria, estar com os sujeitos e com a tela informacional. Os recortes abaixo, explicitam essa nossa compreensão.

*US 006 - Os conceitos de Geometria e de Espaço me remeteram às aulas que eu preparava, quando trabalhava com turmas do ensino fundamental nas escolas municipais em Juiz de Fora.*

*US 013 - Aos poucos, fui tomando intimidade com: as cores, as formas, os modos de tudo aquilo ir assumindo seu lugar no **espaço virtual**... nossa! Isso foi muito bom mesmo!*

O exercício de lembrar levou-a a perceber seu envolvimento com a intenção de conhecer e, daí, com o desejo de criar algo que tivesse como solo esse conhecimento. Assim, a pesquisadora-professora se percebeu, compreendendo e criando caminhos para que os possíveis alunos do curso constituíssem conhecimento de geometria, na medida em que realizavam compreensões das atividades propostas. O movimento que se estabeleceu trouxe à professora lembranças da Geometria, em situações de aprendizagem e de ensino e, ainda, impulsionou-a, na reflexão do que já havia vivenciado, avançar com o que de novo Freudenthal lhe trazia e *re-refletir* sobre essa totalidade de realidades vivenciadas, como evidenciam as US que seguem:

*US 007 - A amplitude do que é descrito nos textos como que abriam possibilidades de atividades junto aos alunos.*

*US 012 - ver ali tomando forma o material que durante todos esses meses venho preparando é, sem dúvida, uma emoção.*

*US 040 - A releitura de tudo o que está registrado me move a novos registros. Nesse processo, vou me lembrando de outros sentimentos e de outras ocorrências ao longo desse período em que me volto à percepção do que vivencio ao estar na situação de professora em um curso à distância, lidando com conteúdo e modos de estar com os alunos e com a plataforma.*

Quando o curso se inicia, a professora revive vivências, recordando-as e percebe que a atividade à distância com o curso lhe era mais familiar do que ela própria havia se dado conta. As lembranças fluíram com clareza. Revivê-las trouxe tranquilidade face a certa insegurança que sentia com relação ao seu desempenho como professora à distância, como se pode ver nos recortes a seguir:

*US 015 - Interessante observar como nossa memória funciona; como ao iniciarmos uma atividade com que já estivemos envolvidos, há reconhecimento das rotinas e dos modos de fazer.*

*US 019 - Como ainda não estamos fazendo discussões sobre os textos, minha atenção se volta para o funcionamento da **plataforma** e do curso.*

Algo que se torna significativo na interpretação dos dados que foram produzidos pela descrição da atualização do curso, é a duplicidade de papéis, que se alternam e se misturam, de professora e de pesquisadora. Às vezes, professora; às vezes, pesquisadora, mas sempre professora, sempre pesquisadora. A pessoa, em sua totalidade única, faz-se presente, com força. A US 55 é um exemplo desse entendimento.

*US 055 - Pensando assim, eu acho que estou exercitando todo o tempo a separação entre o “eu pesquisadora” e o “eu professora, criadora, coordenadora do curso”. De qualquer forma está sendo muito interessante e inédito fazer, vivenciar e pesquisar, pensar sobre o que está acontecendo. As percepções são instigantes.*

Em alguns momentos, o ser-professora se destaca. Ela se vê como professora do curso. Sente-se modificar em sua prática, enquanto está professora do curso, uma prática que adquiriu quando atuou como tutora à distância e que conheceu em sua formação como *design* instrucional virtual; essa mesma prática que a fez sentir segurança para proceder modificações na plataforma do curso e que a trouxe decepção na execução de uma ideia trazida pela área técnica que lhe dava suporte.

*US 16 – Só que agora tenho mais autonomia e domínio do espaço. É como tomar posse. É como estar em meu território.*

*US 048 - Estas modificações, eu mesma faço,*

Sua prática, como professora de Matemática, também foi modificada pelo que aprendeu com o conteúdo do curso e pelas experiências relatadas pelos alunos. Os destaques abaixo evidenciam essa modificação, dando visibilidade ao movimento de constituir conhecimento ao ser-junto:

*US 005 – Os textos de Freudenthal me mostraram caminhos para pesquisas tanto no âmbito da Matemática como para reflexões sobre a própria Geometria como ciência, o espaço pensado sob diferentes perspectivas, e todos os temas que foram surgindo no desenvolvimento de ideias do autor.*

*US 006 – Os conceitos de Geometria e de Espaço me remeteram às aulas que eu preparava, quando trabalhava com turmas do ensino fundamental nas escolas municipais em Juiz de Fora.*

*US 007 – A amplitude do que é descrito nos textos como que abriam possibilidades de atividades junto aos alunos.*

*US 008 – Muitas novas ideias para a abordagem inicial dessa parte da Matemática afloram ao ter contato com a forma como o autor a trata.*

*US 015 - Interessante observar como nossa memória funciona; como, ao iniciarmos uma atividade com que já estivemos envolvidos, há reconhecimento das rotinas e dos modos de fazer.*

Estar professora do curso é algo que se torna bastante significativo, quando analisamos tanto os dados relativos à primeira parte da elaboração do projeto do curso, enfatizando a primeira parte, que se referia aos registros da etapa de criação e início da atualização do curso, quanto à segunda, que é um diálogo entre uma determinada aluna, a professora e os sujeitos.

A atividade de orientar um curso à distância levou a professora a reviver situações que já havia vivenciado e isso a colocou em relativo conforto. Além disso, as lembranças puderam guiá-la na maneira de responder aos alunos nos fóruns, procurando orientá-los sem fornecer um ponto final às discussões; mas, inversamente, fomentando novas discussões e reflexões, como se pode compreender atendo-se para os destaques:

*Fórum 1.1.1 - Professora comenta: Gostaria que você nos mostrasse o que você concluiu a partir do exemplo que você nos traz, dentro do texto de Platão, com relação à dedutividade apontada. Por que você define a Geometria como "uma parte irresistível da ciência dedutiva"?*

*Fórum 2.3.2 – Aluna 18. Algumas observações. Você anuncia que vai trabalhar também com reta e região quadrada. Nesta aula, você só falou do cubo? Fiquei curiosa com a exploração da reta. [...]*

Outros pontos se mostraram relevantes para se pensar a atividade da professora no curso: ênfase em ser desnecessário articular os textos de Freudenthal com os de outros autores, na medida em que o objetivo do curso era conhecer o autor; insistência em solicitar que os alunos relatassem suas práticas ou suas expectativas de prática em relação aos temas estudados; constante alerta com relação à expressão escrita, que, muitas vezes, não transmitia o que o aluno desejava; preocupação com prazos; atenção ao teor das respostas dos alunos.

*Fórum 1.2.1 - Professora comenta: Aluna 18, seu material ficou um pouco solto. Gostaria que você retomasse estes temas e, se possível, nos explicasse melhor o que entendeu. Há uma leitura complementar sobre Espaço Afim ....você a leu?*

*Fórum 1.3.3 - Professora comenta: Aluna 18. Não compreendi esta parte: "... inicia pelos objetos mentais geométricos, ou seja, através da visão, tato, percepção, o aluno é levado a reconhecer as diversas formas geométricas, o deslocamento no espaço em que vive, em um contexto que está contido no espaço geométrico. " Você pode explicitar? Os objetos mentais se tornam mais abstratos? Também ficou obscuro para mim. Como?*

*Fórum 2.1.4 - Professora comenta: Aluna 18. Por favor, nos esclareça este seu último parágrafo: "Para tanto cabe ao professor determinar o que importa no contexto geométrico, usando de diversos recursos que adquiram significado para o aluno, como: reproduções naturais, artesanais, fabricadas, industriais; exemplos paradigmáticos; explicitação". O que importa num contexto geométrico? O que importa num contexto geométrico a partir dos objetos mentais?*

A aprendizagem do ser-pesquisadora se revelou quando ela, pesquisadora, precisou descrever o que a professora estava realizando. Esse movimento de descrever o que ela mesma, mas na posição de professora, realizava, lembrava, percebia foi efetuado dando um passo atrás na temporalidade do agora da ação e, mediante os relatos ver-se, então, naquele momento, que já passou. Nesse movimento, há um lembrar e um experienciar que se entrelaçam nas vivências relatadas e nas vivências vividas. Há um dar-se conta de si, sendo professora, agindo com os alunos presentes à distância. O destaque abaixo evidencia essa compreensão possível.

*US 056 - Muitas coisas estou tendo que aprender ou relembrar para gerenciar a plataforma.*

Em outros momentos, o ser-pesquisadora se destacou. Ela se percebe pesquisadora, que cuida do planejamento e da atualização do curso e que se dispôs a analisar, nas descrições das lembranças e nos relatos dos diálogos que eram produzidos, as ideias que permearam sua pergunta de pesquisa, mostrando o caminho que estava percorrendo para atualizar sua compreensão.

*US 002 - As leituras dos textos de Hans Freudenthal começaram a fazer sentido como solo para desenho de um curso mais interessante, que traz inovações em termos de referência bibliográfica, de modo de compreender, de estudar e refletir a Geometria e, ainda, na maneira de ensinar essa matemática.*

*US 003 - Muitas providências burocráticas se fizeram necessárias,*

Algumas vezes, entretanto, a pesquisadora não percebe indícios que, na temporalidade da atualização do curso, levassem-na à constituição de conhecimento matemático e este fato a faz questionar se não estariam os afazeres como professora do curso velando sua percepção como pesquisadora.

*US 024 - Tudo isso me preocupa com relação à minha pesquisa. Apesar de estarem surgindo outros autores, não tenho refletido especificamente sobre aspectos da Geometria novos para mim. Tenho sempre a impressão que estou muito voltada às tarefas de professora ou coordenadora do **espaço** e da atividade, e que essa minha atenção ainda não percebeu nada que fosse aprendizado de Geometria. Está me parecendo mais um processo burocrático do que um processo de constituição de conhecimento geométrico.*

Essa percepção a fez indagar-se se não seria necessária a repetição do curso, com outros alunos, para aumentar a produção de dados e, talvez, ter mais clareza do que estava pesquisando. Essa insatisfação a conduziu a oferecer o curso a uma segunda turma. Entretanto, quando se voltou sobre os dados constituídos com os alunos da primeira turma, deu-se conta de que eles davam sustentação para uma análise do fenômeno pesquisado.

Durante a etapa em que fez registros de suas lembranças, houve momentos em que a tecnologia não a auxiliou, como ferramenta para sua redação, como evidencia a US 39:

*US 039 - Uso um caderno porque nem sempre o computador está ligado e à disposição.*

Isso se tornou um fato relevante e se justificou pela indisponibilidade de recursos digitais que se mostrassem o suficientemente ágeis, uma vez que as lembranças fluíam mais rapidamente do que suas habilidades junto ao teclado. Utilizou por esse motivo, a escrita com lápis em papel, que lhe pareceu mais conveniente e eficaz. [...]

A indisponibilidade eventual de meios para registro das percepções pode ter provocado hiatos de tempo nos seus apontamentos. Esse cenário levou a pesquisadora a se sentir insegura com relação ao que estava realizando. Apoiou-se, nesse momento, em suas vivências em seu grupo de pesquisa e nas pesquisas que realizou, anteriormente, em sua vida acadêmica. Em certo momento, questionou-se: mas o que é pesquisar? Há uma ‘atitude de pesquisadora’? Essas foram perguntas que lhe indicaram caminhos para a compreensão do que estava indagando, quando se voltou sobre si, focando o seu próprio fazer como pesquisadora: registrar, envolver-se com o registrado, analisar relatos, diálogos.

Assim, a atividade de pesquisadora foi se mostrando tanto nos aspectos concernentes aos registros e às respectivas análises e interpretações, como na sua atitude com os alunos, quando se destacaram a atenção ao modo de estar com eles, a busca por compreender a

maneira pela qual os alunos se expressavam, revelando seu entendimento das questões postas, seu dar-se conta da linguagem falada, procurando perceber algo mais do que simplesmente estava grafado; a busca por outras possibilidades de trabalhar com o tema que estava sendo tratado que poderiam contribuir com compreensões mais abrangentes tanto dos alunos, como dela mesma.

Os estados psíquicos da professora e da pesquisadora se revelaram nos relatos que faz e nas análises que produziu do diálogo exemplar. Felicidade, medo, satisfação, ansiedade. De acordo com o que vivenciava esses estados psíquicos, foram registrados como se pode ver nos excertos:

*US 012 – ver ali tomando forma o material que, durante todos esses meses, venho preparando é, sem dúvida, uma emoção.*

*US 013 – Aos poucos, fui tomando intimidade com: as cores, as formas, os modos de tudo aquilo ir assumindo seu lugar no espaço virtual... nossa! Isso foi muito bom mesmo!*

*US 020 – Muita ansiedade me toma!*

*US 021 – Estou muito aflita com o andamento do curso. Hoje estamos colocando a segunda aula na plataforma e a sensação é que as pessoas inscritas não estão levando o curso tão a sério quanto eu gostaria.*

*US 023 – Mas isso me incomoda.*

*US 026 – Uma grande preocupação minha parece estar ligada à minha questão de investigação, que inclui o conhecimento matemático.*

*US 035 – A falta de participação dos alunos foi me desanimando de uma maneira tão forte que temia abrir a plataforma e não ver nada de novo, ninguém nos fóruns.*

*US 044 - Observo que as pessoas não entram no fórum. Fico impressionada com isso!*

Na etapa da preparação do curso, quando muitas eram as providências, à medida que o planejamento avançava a pesquisadora vivenciou momentos de felicidade com o feito e o entusiasmo com as perspectivas que se abriam de ser um curso que se anunciava atender aos objetivos da pesquisa que empreendia. Ao antever-se na posição de professora, propondo atividades a serem realizadas no curso, estudando capítulos de Freudenthal, elaborando o seu *design* do curso, implantando-o na plataforma disponibilizada e divulgando-o para que inscrições fossem feitas, percebeu-se satisfeita, animada e segura com relação às providências de ordem técnica.

De uma fase de notícias boas e de sucesso, a ausência dos alunos nos fóruns foi deixando a pesquisadora aflita, pois visualizava a possibilidade de não conseguir material para sua pesquisa, ao mesmo tempo em que a professora ficava ansiosa por mais participações, mais discussões, mais compreensões fluindo. Sentia-se assim, apesar de saber que os cursos de EaD apresentam essa característica.

Embora o curso estivesse transcorrendo de modo diferente do esperado pela professora-pesquisadora, pois conforme o relatado na US 029, por exemplo, transcrita abaixo, os inscritos não compareciam aos encontros, revelando não estarem mobilizados para aquele programa, o relato de uma aluna trouxe ânimo.

*US 029 - Com a única aluna que conseguiu conectar-se, deu-se um diálogo profícuo.*

Ela relatou que se valeu de textos do curso para trabalhar com seus próprios alunos em sua aula, o que evidenciou que o ali estudado e discutido estava dando frutos, desdobrando-se em outras ações, produzindo conhecimento de geometria.

*US 033 - De qualquer forma, fiquei muito contente com as experiências que ela relatou, inclusive pelo trabalho que ela fez com as perguntas de Freudenthal junto aos alunos. Pedi o registro da experiência. Acho que isso vai acrescentar ao trabalho que estou fazendo com o curso.*

Outro indício dessa interpretação é sua presença constante nos fóruns e nos encontros síncronos. A professora se revigorou e a pesquisadora deu-se conta de que estava ocorrendo produção de conhecimento e de que estava com-o-outro à distância.

Esses momentos em que o planejado aconteceu ou em que se realizou plenamente como esperado trouxeram à pesquisadora um sentimento de estar no caminho que a levaria a uma compreensão do fenômeno que investigava. Vivenciar todo o processo de pensar, planejar, criar, atualizar, indo e voltando ao que vivenciou, refletindo e vivenciando mais uma vez, interpreta agora, neste momento de voltar-se sobre seus relatos e análise, como constituindo o conhecimento de ser pesquisadora. Os estados psíquicos vivenciados pela professora são revividos na lembrança relatada, podendo refletir sobre eles e melhor compreender situações que se assemelhem às vivenciadas nesse processo.

A atualização do curso mostrou que nem sempre o que foi preparado para possibilitar aos alunos a compreensão dos temas tratados e a reflexão dos mesmos funcionava como o esperado. Esta preparação levou em consideração os assuntos que perpassam os textos escolhidos para abrir possibilidades de análise e reflexão.

Assumir, concomitantemente, as posições de professora e de pesquisadora foi importante para que houvesse coerência entre o preparado, entre o atualizado e entre a proposta do curso: viabilizar um processo de constituição de conhecimento em que a Matemática, os sujeitos e o computador/internet estivessem juntos e junto ao sujeito da pesquisa.

#### *B - Percepção de si constituindo conhecimento*

A constituição de conhecimento pela professora-pesquisadora pôde ser percebida, nessa pesquisa, no movimento de análise em diferentes momentos: no período em que a professora estudou os conteúdos para a criação do curso e, também, na atualização das atividades do curso, em que a professora estava com a Geometria, com os sujeitos e com a tela informacional.

Para expor uma compreensão de como nesses momentos se entende que houve produção de conhecimento, vamos focar, inicialmente, a etapa em que a professora estudava o material que trouxe para sua inclusão no curso. O estudo dos textos de Freudenthal ratificou sua escolha como solo para a criação de um curso diferenciado, tanto do ponto de vista da Geometria, focando tanto o modo pelo qual esse autor a explicita, quanto do didático-pedagógico, evidenciando abertura de possibilidades para o professor que ensina esta disciplina.

*US 007 – A amplitude do que é descrito nos textos como que abriam possibilidades de atividades junto aos alunos.*

*US 008 - Muitas novas ideias para a abordagem inicial dessa parte da Matemática afloram ao ter contato com a forma como o autor a trata.*

Além disso, nesse período de tempo, a professora percebeu que ali lhe era aberto um horizonte para compreender aquela Geometria que conhecia, que havia estudado e que tomava como solo para suas aulas, enquanto professora de Matemática. Os excertos, a seguir, enfatizam essa compreensão.

*US 002 – As leituras dos textos de Hans Freudenthal começaram a fazer sentido como solo para desenho de um curso mais interessante, que traz inovações em termos de referência bibliográfica, de modo de compreender, de estudar e de refletir a Geometria e, ainda, na maneira de ensinar essa matemática.*

*US 029 - Com a única aluna que conseguiu conectar-se, deu-se um diálogo profícuo.*

Seus estudos desses textos a levaram a conhecer ideias e diferentes perspectivas de como trabalhar com o ensino e com a aprendizagem da Geometria, ao tomar como comparação aquelas que conhecia, tanto ao se voltar sobre suas próprias experiências como professora, como ao focar o modo de outros colegas trabalharem com esse tema. As vivências da professora que afloravam em sua lembrança ao estudar Freudenthal, refletidas ao longo desses estudos ampliam-se, conforme compreende, em compreensões sobre a Geometria e em outras possibilidades didático-pedagógicas.

Por outro lado, a pesquisadora, ao focar essas percepções da professora, dá-se conta de que as vivências havidas, durante a preparação do curso, entrelaçam-se com aquelas havidas no movimento de análise e de reflexão, clareando então compreensões sobre *fazer pesquisa*.

*US 024 – Tudo isso me preocupa com relação à minha pesquisa. Apesar de estarem surgindo outros autores, não tenho refletido, especificamente, sobre aspectos da Geometria novos para mim. Tenho sempre a impressão de que estou muito voltada às tarefas de professora ou de coordenadora do espaço e da atividade, e que essa minha atenção ainda não percebeu nada que fosse aprendizado de Geometria. Está me parecendo mais um processo burocrático do que um processo de constituição de conhecimento geométrico.*

*US 026 – Uma grande preocupação minha parece estar ligada à minha questão de investigação, que inclui o conhecimento matemático.*

*US 027 – Talvez os sentimentos e as sensações que senti naqueles dias de estudo e de pesquisa – sozinha e com o Adlai – possam ser, ou não, os momentos de aprendizado matemático que, de uma forma ou de outra, incluíram o trabalho no computador, quer pesquisando, quer organizando os conteúdos do curso.*

*US 053 – Vi que registrei, muitas vezes, sobre o que estava pensando (ou se estava pensando) sobre Geometria. Fico na dúvida se é isso mesmo: se devo ficar assinalando isso. Mas como é tudo muito novo, tanto para mim, pessoalmente, como para uma forma de pesquisa que nem a Maria tinha lidado ainda, vou registrando o que achar significativo (ou tudo). Meu raciocínio está sendo o seguinte: se numa situação de entrevista, por exemplo, temos que ficar voltadas à nossa questão de pesquisa, quando estou fazendo registros essa atenção deve ser da mesma forma no objetivo da pesquisa, ou seja, perceber a constituição de conhecimento ao se estar junto à virtualidade e aos outros.*

*US 054 - quando estamos pesquisando, não podemos ficar avaliando se o conteúdo registrado vai alcançar uma determinada resposta*

Durante o movimento de preparar o curso, a professora vivenciou dificuldades para utilizar ferramentas de informática com as quais não tinha experiência. Para superar essas dificuldades, ela precisou se instruir e treinar para aprender a manipulá-las. Esse movimento, que enlaça o vivenciado, ou não, com o estudo e o aprofundamento da professora nas técnicas disponíveis no ambiente computacional, amplia o leque de técnicas conhecidas até então, revelando-se, também, como conhecimento produzido junto à informática.

*US 046 – Fiquei ocupada – e muito – com a preparação dos “filmes” para colocar no Youtube e indicar para os alunos na plataforma.*

*US 047 – Depois os slides são convertidos em imagens e tudo vai para o programa Movie Maker para ser processado em formato de filme.*

*US 051 - Mesmo parecendo pouco, as duas alunas que conseguiram entrar nos comentários e ter suas perguntas respondidas, ao vivo, fez-me pensar que estava dando certo.*

Quando vivencia a atualização do curso e se envolve com as atividades dos fóruns, a professora retorna ao conteúdo do curso, conforme Freudenthal o traz e ela havia compreendido. Esse envolvimento com os fóruns, leva-a, também, a se envolver com as postagens dos alunos, levando-a a refletir sobre o que ela própria estudou e o que os alunos estavam mostrando compreender. Precisou ficar atenta para que, como professora, pudesse formular provocações pertinentes que possibilitassem os alunos a retomarem o que haviam entendido e avançarem em suas discussões, em seus exemplos e seus contra-exemplos. Essa ação, conforme vê em suas retomadas do vivenciado, conduziu-a a mais compreensões sobre o assunto que estava trabalhando.

*US 008 – Muitas novas ideias para a abordagem inicial dessa parte da Matemática afloram ao ter contato com a forma como o autor a trata.*

*US 009 - isso percebi que uma nova Geometria começava a constituir-se.*

Evidencia-se, então, o estar-junto - professora, alunos, Geometria, tela informacional, na própria produção do conhecimento.

*US 038 - estar-com-os-alunos numa situação virtual, num curso à distância.*

Dá-se conta, por exemplo, que criar situações de aprendizagem de Geometria, não invalida os processos dedutivos e axiomáticos que já se presentificam no ensino dessa Geometria, presentes em suas vivências pretéritas. Muitas vezes, os alunos traziam para

discussão outros autores, afastando-se dos textos indicados para estudo, para explicar questões que não haviam sido postas pela professora.

*Fórum 1.2.4 – Aluna 18 - Para os egípcios, os objetos geométricos eram entidades físicas, por exemplo, " um retângulo era o limite de um pedaço de terra, ou a face de um bloco de pedra. O espaço era lama, solo e ar." (Mlodinow, 2010 - p. 29 - A janela de Euclides). Para os egípcios a geometria tinha um sentido prático, político, a de medir as terras para os faraós cobrarem os impostos. [...]*

*Fórum 1.3.2 – Aluna 8 – [...]Acredito que educadores não devem se acomodar. É preciso estar em constante atualização, acontecendo, fazendo mudança, pois, “ao ser consciente, nos tornamos seres de práxis, de ação e reflexão, pois constatando, refletimos para mudar, não para nos adaptarmos. A mudança implica rupturas, lentas ou bruscas do que parece acabado e pronto”.(SCHERER, 2005).*

*Fórum 2.1.1 - Professora comenta: Aluna 18. Gostaria apenas de pedir que você colocasse a sua compreensão da leitura do conteúdo de Freudenthal. Como VOCÊ entende a relação posta?*

De imediato, a professora sentia-se inclinada a rejeitar essas interferências, pois não as entendia como apropriadas ao debate solicitado. Entretanto, na análise analítica e reflexiva, a pesquisadora compreendeu serem maneiras de estar com o assunto tratado, a aprendizagem da Geometria.

*Fórum 1.2.4 - Professora comenta: Aluna 18, A proposta do Fórum é relacionar o texto desta aula à colocação feita pelo autor na aula anterior. O que você acha que Freudenthal quis dizer com "fundamentos mais sólidos"? "Espaço em que se vive" é um fundamento? O que você compreendeu sobre o espaço ser "suspeito para um genuíno matemático" se tomado como objeto de pesquisa física? Comente!*

Podemos pensar que cada aluno é cossujeito da ação da professora e da ação de seu companheiro, assim como a professora é um desses cossujeitos com relação a cada aluno. A professora percebe, então, que estando com cada aluno, solicitando-lhes prosseguir em suas reflexões, vai apresentando novas provocações que incidem sobre todos que ali estão, articulando ideias e constituindo conhecimento. As ideias geométricas trabalhadas nas atividades propostas vão se tornando claras, tanto para a professora quanto para os alunos.

*C - Modos de estar-com-o-outro*

Num curso à distância, a presença dos participantes, alunos e professora, revela-se em suas falas, ainda que essas falas possam ser silenciosas ou confusas. Elas podem ser provocadas por situações diferentes: um aluno que envia uma mensagem pela plataforma para tirar alguma dúvida com relação ao movimento do curso em si; um aluno que entra em contato com a professora, utilizando-se dos canais disponíveis, para tirar uma dúvida em especial de algum tema tratado; um aluno que participa de um fórum, comentando a provocação ou a postagem de um colega ou da professora; a professora respondendo à postagem de um ou mais alunos. Em todas essas situações, e possivelmente, em outras está a presença do falante e, ainda, podemos dizer que as falas, os diálogos, as comunicações por mensagens, entre as formas de comunicação em um curso à distância, são modos de esses sujeitos estarem-com-o-outro.

Mostrou-se relevante que essas pessoas não se conhecessem pessoalmente, ou seja, nunca haviam estado juntas na fisicalidade do mundo. Mas o diálogo se estabelece, sustentado por situações como as exemplificadas. Elas se mantêm, intencionalmente, ligadas e a presença se faz. Estão, dessa maneira, uns-com-os-outros.

O modo de estar-com-o-outro chama a atenção da pesquisadora que, mesmo familiarizada com a situação de estar à distância, percebe, nesta experiência vivenciada, diferenças significativas com relação ao estar professora em sala de aula. Ela se sente com-os-alunos, mas de uma maneira diversa daquela que vivenciava com seus alunos nas escolas em que lecionou, em aulas ditas presenciais. Dá-se conta de que eles se comportam, nessa modalidade, à distância, de forma mais livre para pesquisar, para aprender e, igualmente, para expressar o compreendido, proporcionando reflexões mais profundas ou mais superficiais, de acordo com o fôlego que empreendem a pesquisa ou das fontes de que se valem para realizá-la.

*US 058 - Me pareceu um modo de estar com o outro cerimonioso na escola. Percebi um modo de estar com o outro mais distante. Senti que a aproximação é mais demorada, pelo menos. Uma “intimidade” que podemos ter com alunos presenciais, uma tranquilidade no estabelecimento da relação com eles .... senti diferente, mais difícil.*

Uma possibilidade para a pesquisadora de perceber modos diferentes de *estar*, é algo que perpassa a temporalidade dos diálogos, entre as falas de um e de outro, como um pensar mais alongado sobre o que e o como dizer. Escrever o que se pensa tem um ritmo mais lento, segundo sua percepção.

*US 044 – Observo que as pessoas não entram no fórum. Fico impressionada com isso!*

*US 052 - Uma aluna participa muito, outras duas um pouco menos e outras muito de vez em quando.*

Deu-se conta de que num encontro síncrono, a presença se manifestou de maneira diferente. A professora sentiu-se acolhida por uma aluna, no âmbito de um diálogo que parecia mais próximo pela imediaticidade das falas entre elas.

*US 033 - De qualquer forma fiquei muito contente com as experiências que ela relatou, inclusive pelo trabalho que ela fez com as perguntas de Freudenthal junto aos alunos. Pedi o registro da experiência. Acho que isso vai acrescentar ao trabalho que estou fazendo com o curso.*

Nos relatos descritos, a pesquisadora destaca esforço para que as falas levem a presenças: a professora envia mensagens no fórum para cada aluno em especial, na busca de compreensões sobre o que ele postou na atividade; os alunos respondem às provocações do fórum e às que a professora deflagra em suas respostas. Ser compreendido no que fala, é importante para todos. Nesses momentos, a professora sentia prazer ao perceber-se estando-com-o-outro à distância, aprendendo juntos.

*Fórum 1.2.2 - Professora comenta: Aluna 18, observe que nossa provocação é saber como você compreende a Geometria definida como investigação do espaço. Geometria é compreender o espaço? É investigar o espaço? Esta é uma maneira de "definir" Geometria? Comente!*

*Fórum 1.2.3 - Professora comenta: Aluna 18, O que você descreveu é a sua percepção do que está no espaço em que você vive, não é? Entendo, então, que essa sua percepção avalia o que está em alguma outra coisa que você chamou de **espaço**. Mas o que é esse espaço? Você consegue definir sem nos contar o que está nele? Daí a sua indicação de trabalho com espaço com alunos é a partir do que se percebe no espaço. Teria como trabalhar espaço sem se referir ao que se percebe nele? Comente.*

*Fórum 1.3.1 - Professora comenta: Aluna 18. O que você compreendeu sobre "objeto mental"? Freudenthal relata o que ele apreendeu das concepções de "representação" fornecidas por Piaget e outros autores e preferiu chamar esse conceito de "objeto mental". E você?*

*Fórum 1.3.2 - Professora comenta: Aluna 18. Sua contribuição foi excelente! Você pode nos relatar como as experiências, em sala de aula, mostraram a evolução do raciocínio matemático em seus alunos? Você tem relatos dessas experiências?*

*Fórum 1.3.2 - Professora comenta: Alunas 8 e 18. O exemplo do trabalho com o computador ilustra uma possibilidade de se trabalhar o espaço a partir de uma representação real. A*

*construção de objetos geométricos com régua e compasso trabalha nessa mesma direção? Seria esse o processo de aprendizagem da Geometria sobre o qual Freudenthal está se referindo? Aguardamos seus comentários!*

*Fórum 1.3.2 - Professora comenta: Alunas 12 e 18. Acredito que com as crianças do Fundamental I, desconsiderando que não possuem aprendizagem geométrica, o trabalho com a representação e com objetos mentais seja mais genuína e possibilite a percepção dos processos de aprendizagem com mais facilidade. Sobre a questão da idade de maturação da abstração, que é uma tônica no trabalho de Piaget. Porém Freudenthal faz uma crítica leve ... vocês percebem isso? O objeto mental como ele concebe tem mais de abstração do que concretude: vocês concordam? Comentem!*

*Fórum 1.3.3 - Professora comenta: Aluna 18. Não compreendi esta parte: "... inicia pelos objetos mentais geométricos, ou seja, através da visão, tato, percepção, o aluno é levado a reconhecer as diversas formas geométricas, o deslocamento no espaço em que vive, em um contexto que está contido no espaço geométrico. " Você pode explicitar? Os objetos mentais se tornam mais abstratos? Também ficou obscuro para mim. Como?*

*Fórum 1.3.3 - Professora comenta: Aluna 5. A Educação geométrica é um ramo da Matemática, considerando a Matemática uma árvore? Ao se referir dessa maneira você está separando os "ramos" da ciência como entidades dissociadas, como ramos em uma árvore? Pense nisso! Comente!*

*Fórum 1.4.1 - Professora comenta: Aluna 18. Você diz: "De acordo com o autor o reconhecimento de objetos geométricos dentro do contexto da geometria euclidiana, como objetos mentais são feitos de forma mais simples do que objetos não-geométricos como árvores, animais, cores, nuvens." Nos seus exemplos há objetos da natureza. Eles são não-geométricos? A que geometria eles pertencem? Comente!*

O fato de algumas pessoas inscreverem-se no curso e não acompanharem as atividades leva a pesquisadora a refletir sobre razões para que isso tenha acontecido, já compreende que a frequência e acompanhamento do curso seria a decorrência natural da inscrição. Fez, por isso, conjecturas sobre o curso que planejou, sobre seu *design*, sobre seu conteúdo. Procura, dessa maneira, no que lhe está mais próximo, motivos para o distanciamento desses alunos. Nesse movimento, a pesquisadora se mostra junto ao curso e junto aos sujeitos que não se mostram em falas, mas em silêncios. Ela se mostra, ainda, junto à Matemática que está nos conteúdos que revisita. Então, a pesquisadora compreende que está-com-o-outro nessas modalidades em que sua preocupação se mostra. Dá-se conta também de estar com aquele que, por razões que desconhece, mostra-se em silêncio.

A atualização do curso, um movimento que enlaça lembranças, conhecimentos consolidados, *insights*, diálogos, reflexão sobre falas e silêncios, conduziu a professora ao

planejamento de ações que pudessem trazer os alunos para o curso. Para a professora, havia momentos em que sentia não-estar-com-os-outros. Era como se não caminhassem juntos. Como se não estivessem presentes. Ou seja, sentia a ausência. Esse é um aspecto que se destaca na realidade vivenciada de cursos à distância. As pessoas estão à distância mas sua presença se impõe, permanecendo juntas na temporalidade e na espacialidade, características da realidade vivenciada junto à tela informacional.

Preocupada com a ausência sentida e visando modificar esse encaminhamento que a atualização do curso parecia estar tomando, a professora elaborou e adicionou alguns recursos ao curso já implantado na plataforma.

*US 045 – Comecei uma campanha para tentar trazer as pessoas de volta. Enviei e envio e-mails, seguidamente, para todos os alunos e não tenho praticamente resposta, excetuando-se um pequeno grupo de 6 a 8 alunos. Acompanhando mesmo são 3. Outros têm entrado, mas muito pouco.*

*US 046 - Fiquei ocupada – e muito – com a preparação dos “filmes” para colocar no Youtube e indicar para os alunos na plataforma. O processo inclui preparar o arquivo de apresentação (Power Point) e a gravação do texto resumo.*

Essa ação, que pretendia fazer com que uma quantidade maior de alunos permanecesse junto aos outros no curso, possibilitou que se evidenciasse o grupo de alunos que estava presente, porém não se manifestava. Essa evidência ficou clara para a pesquisadora, quando de uma turma de 20 alunos<sup>39</sup>, selecionados de uma lista de 160 inscritos, as participações nos fóruns, maneira como ela conseguia perceber que os alunos estavam presentes, a quantidade de participantes vai caindo na temporalidade da atualização do curso, como nos quadros a seguir:

**QUADRO 4 – PARTICIPAÇÃO NOS FÓRUNS DO MÓDULO 1**

Fórum	1.1.1	1.1.2	1.1.3	1.2.1	1.2.2	1.2.3	1.2.4
Quantidade de Participantes	11	9	8	4	7	6	4
Fórum	1.3.1	1.3.2	1.3.3	1.4.1	1.4.2	1.4.3	
Quantidade de Participantes	6	5	5	3	3	3	

<sup>39</sup> A caracterização dos 20 alunos que compuseram a turma encontra-se no ANEXO 7.

## QUADRO 5 – PARTICIPAÇÃO NOS FÓRUNS DO MÓDULO 2

Fórum	2.1.1	2.1.2	2.1.3	2.1.4	2.2.1	2.2.2	
Quantidade de Participantes	2	2	2	2	3	3	
Fórum	2.3.1	2.3.2	2.3.3	2.4.1	2.4.2	2.4.3	2.4.4
Quantidade de Participantes	3	3	3	3	3	2	3

O estar-com-o-outro se mostrou com bastante clareza nos diálogos em que mais de um aluno participou. Foram constantes as atitudes de concordância ou de discordância do exposto pelos colegas; complementaridade nas respostas; referências ao que o outro havia trazido; interesse por assuntos que não conheciam. Os diálogos entre professora e aluno também mostraram proximidade entre eles, num movimento orquestrado de argumentos e de reflexões.

*Fórum 1.1.2 - Professora comenta: Aluna 18. Ótimos exemplos e todos bem justificados. Como você havia escolhido os que foram citados pela aluna 8, você poderia ajudá-la a compor a argumentação como fez com esses? Seria uma boa discussão não acha?*

*Fórum 1.1.3 - Professora comenta: Aluna 18, comente sobre alguma postagem de seus colegas que você tenha identificado se há semelhança ou grande diferença com relação à sua própria prática. Será interessante saber a sua opinião*

*Fórum 1.2.1 - Professora comenta: Aluna 18, Ótima a sua contribuição! Teria sido excelente uma interatividade de seus colegas com a sua postagem! Muito bom!*

*Fórum 1.2.1 - Professora comenta: Aluna 18, seu material ficou um pouco solto. Gostaria que você retomasse estes temas e, se possível, nos explicasse melhor o que entendeu. Há uma leitura complementar sobre Espaço Afim ...você a leu?*

*Fórum 1.3.1 - Professora comenta: Aluna 18. O que você compreendeu sobre "objeto mental"? Freudenthal relata o que ele apreendeu das concepções de "representação" fornecidas por Piaget e outros autores e preferiu chamar esse conceito de "objeto mental". E você?*

*Fórum 1.3.2 - Professora comenta: Alunas 8 e 18. O exemplo do trabalho com o computador ilustra uma possibilidade de se trabalhar o espaço a partir de uma representação real. A construção de objetos geométricos com régua e compasso trabalha nessa mesma direção? Seria esse o processo de aprendizagem da Geometria sobre o qual Freudenthal está se referindo? Aguardamos seus comentários!*

*Fórum 2.1.1 - Professora comenta: Aluna 18. Gostaria apenas de pedir que você colocasse a sua compreensão da leitura do conteúdo de Freudenthal. Como VOCÊ entende a relação posta?*

*Fórum 2.3.1 - Professora comenta: Aluna 18. Muito boa a sua contribuição! Inclusive trazendo exemplos de como você faz uso desse material em sala de aula e de como entendeu as colocações do autor sobre como utilizá-lo de maneira mais proveitosa! Ótimo!*

*Fórum 2.4.1 - Professora comenta: Alunas 5 e 18. Foi interessante a complementação da fala da aluna 5 pela aluna 18. Quando nos referimos ao trabalho com material concreto, todos os sentidos são importantes na constituição do conhecimento que acontece na atividade e na reflexão sobre a atividade. Muito boas as contribuições!*

*Fórum 2.4.2 - Professora comenta: Alunas 5, 18 e 2. Vocês três fizeram uma boa síntese dos escritos de Freudenthal. Apesar de considerar a obra de Euclides um marco na história de Matemática e da Geometria, ele explicita que Os Elementos não devem ser considerados uma obra definitiva e, ainda, que a sua utilização cega pode derivar em um processo de ensino da Geometria, baseado em definições e em verdades absolutas, retirando a possibilidade da reflexão e de um processo de constituição do conhecimento geométrico pelo próprio aprendiz.*

A pesquisadora dá-se conta, retomando os relatos das vivências, de que havia sintonia nas participações de alunos e nas respostas da professora, de maneira que constituíram compreensões juntos, por meio de falas que traziam suas reflexões ao ambiente, reorganizando conhecimentos nesse estar-junto. Esses diálogos fizeram, também, parte da atividade avaliativa que a professora precisava desenvolver como tarefa administrativa do curso, onde foram importantes os aspectos de participação e de troca entre eles.

#### *D - Percepção do cossujeito constituindo conhecimento*

Em sua análise, a pesquisadora percebe vários momentos do curso em que os alunos relatam a maneira como estão compreendendo o conteúdo estudado e articulando-o com outros autores, que trazem para o ambiente, com o explicitado pelos colegas na comunicação que se dá à distância, com sua prática ou com maneiras pelas quais já tiveram contato de como ensinar geometria. Ao se doarem às atividades do curso, os cossujeitos imbricam suas lembranças como alunos e professores de Geometria às reflexões que fazem sobre os temas tratados pelo autor e às reflexões e às experiências explicitadas pelos seus cossujeitos, num movimento que os conduz à constituição de conhecimento.

Em seus relatos, os alunos expõem suas compreensões de como as ideias, trazidas por Freudenthal, estão se entrelaçando àquelas que se presentificam em seu mundo-vida,

como, por exemplo, de como a Geometria é importante para seus alunos na compreensão do mundo que os cerca, inclusive em termos da matematização; de como a Lógica auxilia na compreensão e na axiomatização da Geometria. Essas afirmações podem ficar mais vívidas, trazendo-se destaques do relato da atualização do curso, que as explicitam.

*Fórum 2.2.2 - A professora comenta: Aluna 18. Qual é a sua compreensão do que é Matemática? A partir dela é que podemos compreender o que o autor fala, quando usa o verbo "matematizar". Qual a relação que você pode apontar entre a Lógica e a Matemática?*

*Fórum 2.4.4 - Professora comenta: Muito bem colocado pelas três, o entendimento que Freudenthal não defende, mas também não despreza totalmente, a axiomática no ensino de Geometria. Há níveis em que ela está presente e há outros em que introduzi-la pode significar forçar o aluno a uma compreensão para a qual ele ainda não está pronto. A consideração sobre as Geometrias não-euclidianas não deve descartar a axiomática, mesmo que de outra ordem. Devemos estar atentos a isso!*

Em contrapartida, por exemplo, os alunos não compreenderam como relacionar a Geometria Analítica à realidade de seu aluno, o que fez com que a pesquisadora refletisse sobre esse caso em especial e não compreendesse tal conclusão. Os alunos se expõem dizendo.

*Fórum 2.2.1 - Professora comenta: Aluna 18. Por favor, esclareça melhor a sua colocação: "distanciam totalmente da finalidade principal para as quais foram criadas ou seja compreender o espaço. É uma viagem pela dedutividade matemática e geométrica, que encanta pela lógica, mas que se distancia da realidade. Parece que este conteúdo só interessa para quem seguir a área de exatas, pois será rapidamente esquecido por não mostrar a conexão com o espaço vivido." A finalidade da Geometria Analítica é compreender o espaço? O que encanta pela lógica? A dedutividade? Ela se distancia da realidade? Por que a Geometria Analítica só interessa a quem vai estudar Exatas?*

Compreender essa geometria apenas como algebrização mostra-se para ela, professora, que seus interlocutores não transcenderam o discurso usual nesse assunto.

*Fórum 2.2.1 – Aluna 18 - Sim. Concordo. O estudo da Geometria Analítica é um bom exemplo. A preocupação em representar no plano cartesiano, por exemplo, a distância entre dois pontos, a equação reduzida da reta, etc., e a partir daí deduzir as fórmulas (equações) que traduzam essas representações geométricas, distanciam totalmente da finalidade principal para as quais foram criadas, ou seja, compreender o espaço. É uma viagem pela dedutividade matemática e geométrica, que encanta pela lógica, mas que se distancia da realidade. Parece que este conteúdo só interessa para quem seguir a área de exatas, pois será rapidamente esquecido por não mostrar a conexão com o espaço vivido.*

As presenças dos alunos no curso revelaram-se por meio da explicitação de seu interesse em buscar autores que possam auxiliá-los na reflexão sobre os textos de Freudenthal. Buscá-los simplesmente, entretanto, não colabora para a compreensão do escrito por esse autor, já que nem sempre o que um explicita está de acordo com o que se revela no outro. A pesquisadora entende que a busca dos textos que são oferecidos como complementação também foi uma maneira de os alunos tentarem compreensões para os temas e para os textos estudados. Entretanto, ao estarem-juntos os sujeitos se solicitavam, mediante suas falas, avançar em suas compreensões, estabelecendo articulações que possibilitassem entender um com auxílio de outros. As ajudas oferecidas nesse estar-com em muitos momentos se complementavam, de modo a compor uma ideia mais desenvolvida.

*Fórum 1.1.1 - Professora comenta: Você nos trouxe um exemplo a partir do texto complementar fornecido. Foi ótimo o link que você faz entre os autores, mas gostaríamos que você explicitasse sua própria compreensão sobre as colocações de Freudenthal. Como seria, por exemplo, essa forma como Sócrates apresenta no texto? Qual é o significado dessa aproximação para você? Como ela se dá?*

*Fórum 1.1.2 – Aluna 18 - Li as questões postadas pela aluna 8 e havia escolhido algumas delas para postar por serem as mais presentes de nossa realidade no dia a dia. Então, agora destaco outras para complementar: [...]*

*Fórum 1.1.3 – Aluna 18 – A aluna 11 parece-me que desenvolve o trabalho da forma como gostaria de realizar; pois, através da prática, os alunos interagem e vão discutindo os erros e buscando respostas. Já anotei a Técnica que ela citou na postagem de outro fórum para compreender melhor o processo. Algumas colegas citaram que a preocupação com conteúdo acaba por tirar o prazer de desenvolver tais atividades que demandam sempre mais tempo, mas tenho observado que tempo maior perco em ter que dar atividades de recuperação, quando eles demonstram não ter assimilado o conteúdo dado. Será uma nova experiência*

*Fórum 1.2.2 – Aluna 18. Lendo as demais postagens e pegando o gancho com a sua provocação para a aluna 2: Geometria é investigar o espaço para compreendê-lo.*

*Fórum 1.3.1 – Aluna 8 – [...] Concordo com a aluna 18, quando diz que na geometria os objetos representados mentalmente não necessitam de base conceitual a respeito. No exemplo de triângulos como objeto mental, nesse paradigma, observamos que caso o aluno não tenha*

*conseguido formar o conceito de triângulo, por exemplo, pensa em triângulos em geral, não apenas em triângulos isósceles, triângulos equiláteros e outros. Pode não saber falar sobre seus atributos, mas pode reconhecer um triângulo. E ele pode apenas dar um único exemplo, pois desconhece as variações de triângulos existentes.*

*Fórum 1.3.2 – Aluna 18 – Aluna 8, sem dúvida, sua complementação com relação ao atual recurso didático do ambiente computacional (infelizmente, não disponível, ainda em muitas das escolas brasileiras, ou quando têm funcionam precariamente, como é o caso de minha escola) colabora para a melhor compreensão do espaço tridimensional. [...]*

*Fórum 1.3.2 – Aluna 18 – Aluna 12, o problema não é só no Fundamental I, também continua no Fundamental II, pois via de regra não se atenta para a importância da apropriação dos conceitos no âmbito da geometria. [...]*

*Fórum 1.3.3 – Aluna 18 – Aluno 3, está correta sua colocação quando diz que independente do nível, a educação geométrica necessita de objetos mentais, inclusive de saber representá-los, mas só conhecer formas e ter noção do espaço não significa que a pessoa se apropriou dos conceitos geométricos, ou seja, não completou sua educação geométrica.*

*Fórum 1.3.3 – Aluna 18 - Aluna 5, sua colocação e das demais colegas completaram muito bem o entendimento sobre a Educação Geométrica reforçando os aspectos estudados nas aulas anteriores.*

*Fórum 2.3.2 – Aluna 18 - Estou aproveitando a estrutura de apresentação da atividade desenvolvida pela aluna 5 (que usou blocos lógicos) para desenvolver a minha.*

*Fórum 2.4.1 – Aluna 18 - Concordo com a aluna 5, complementando apenas que a descoberta dos objetos geométricos são realizadas através de experiências visuais e motoras, pois além de ver os objetos escolhidos pela professora, a criança irá pensar, manipulando os objetos com as mãos, observando com os olhos e movimentos. A criança é conduzida a pensar nos objetos, tirando conclusões, formulando conceitos ou definições que irá associar a uma próxima etapa de experiências, estimulando o desenvolvimento do seu raciocínio lógico e dedutivo. É um pensar matemático para o adulto que observa a criança e sabe matemática. [...]*

*Fórum 2.4.2 – Aluna 18 - Aluna 5, você fez suas considerações sobre as áreas da matemática, destacando a Geometria como sendo a primeira a se emancipar. Mas não consegui compreender com relação à descrição e à crítica feita no texto sobre a obra "Os elementos" qual é o seu pensamento. [...]*

*Fórum 2.4.4 – Aluna 18 - Como a aluna 5 escreveu e Freudenthal também esclarece "Axiomatização não a é o ápice da honestidade e rigor", pois há níveis de aprendizado acima, bem como abaixo. Ser honesto no Ensino da Geometria é aplicar o rigor de cada fase, de cada nível. [...]*

Ao procurar relacionar o estudo feito no curso com sua prática de professor de Matemática, os alunos muitas vezes tiveram dificuldades. Compreender uma geometria que se inicia no mundo à sua volta, por exemplo, e que escorre para a sala de aula, onde será axiomatizada, dificulta sua aplicação na prática, a menos que o aluno, como professor da turma, adentre as particularidades de como ensinar levando em conta a perspectiva de um ensino de geometria que brote do mundo ao redor do aluno.

*Fórum 1.2.2 – Aluna 18 - Diferente da proposta de começar a se ensinar geometria à criança a partir de conceitos primitivos de ponto, reta e plano, que a criança teria que abstrair da sua realidade, pois no espaço que vive não encontra ponto, nem reta, a proposta é partir do espaço que ela percebe e aí, depois de compreendida a realidade, poder expandir para outros domínios como o da dedutividade através de axiomas ou demonstrações algébricas.*

*Fórum 1.2.2 – Aluna 2 - Relendo o texto pela terceira vez, entendo que, durante nossas 24 horas por dia vivemos em muitos espaços diferentes, os quais, às vezes, observamos ou não e como estamos tão acostumados não percebemos o quanto é importante para nós. "Fazer" geometria é aprender a explorar os nossos espaços, compreendendo-o e interagindo com ele sob vários pontos de vista.*

*Fórum 1.2.3 - Professora comenta: Aluna 18, O que você descreveu é a sua percepção do que está no espaço em que você vive, não é? Entendo, então, que essa sua percepção avalia o que está em alguma outra coisa que você chamou de espaço. Mas o que é esse espaço? Você consegue definir sem nos contar o que está nele? Daí a sua indicação de trabalho com espaço com alunos é a partir do que se percebe no espaço. Teria como trabalhar espaço sem se referir ao que se percebe nele? Comente.*

Se o aluno do curso não conseguiu entender como fazer isso, se para ele foi difícil apreender o processo sugerido pelo autor, então, mais difícil ainda será utilizá-lo. Se sua compreensão for em direção inversa ao do explicitado pelo autor, o processo didático-

pedagógico não se torna viável. Além disso, alguns alunos revelaram entendimento sobre a necessidade da axiomatização como etapa importante no estudo da Geometria, mesmo não tendo argumentado por meio de um raciocínio lógico em sua explicitação.

*Fórum 2.4.4 - Professora comenta: Muito bem colocado pelas três, o entendimento que Freudenthal não defende, mas também não despreza totalmente, a axiomática no ensino de Geometria. Há níveis em que ela está presente e há outros em que introduzi-la pode significar forçar o aluno a uma compreensão para a qual ele ainda não está pronto. A consideração sobre as Geometrias não-euclidianas não deve descartar a axiomática, mesmo que de outra ordem. Devemos estar atentos a isso!*

Com relação às atividades relatadas de Dina van Hiele, apresentadas em textos complementares ao curso, compreendemos nos relatos dos alunos que eles as acolheram como possíveis e muito significativas no estudo, ensino e aprendizagem da Geometria. Comentaram a respeito das possibilidades que proporcionam aos seus estudantes de sentir as formas, percebê-las e compreendê-las em atividades desenvolvidas com material concreto.

*Fórum 2.3.1 – Aluna 18 [...] Esta concepção sobre o material concreto clareou minha visão sobre seu uso. Confesso que o usava mais no sentido de experimentação do que para propiciar a descoberta pelos meus alunos. E por esta razão, provavelmente, não via o resultado que esperava. [...]*

Também foi ressaltada a importância do aprofundamento nas aulas de Geometria, que pode ser alavancada pela adoção de uma prática de perguntar-se sempre o ‘porquê’ nas situações apresentadas aos alunos, como ficou compreendido no texto de Freudenthal.

*Fórum sobre o resumo das aulas 3 e 4 do Módulo 2 – Aluna 18 - A chave da geometria é a palavra "por quê". Se o objetivo da Geometria é compreender o espaço, então além da observação, das distinções de diversas formas que podemos perceber através de um olhar mais apurado, da beleza das formas simétricas, de objetos construídos, seja artisticamente ou fabricados para fins utilitários, ou da natureza, deve-se avançar para o rigor científico de aprofundar as relações que existem entre essas formas, sem o que o homem jamais teria calculado distâncias inacessíveis como a da Terra à Lua. Como teria chegado até o espaço sideral? [...]*

Destacamos, ainda, como difíceis para o entendimento dos alunos, quando analisamos a explicitação que eles trouxeram em suas participações nos fóruns do curso, o espaço, o conceito de objeto mental, o olhar para os sintomas dos processos de aprendizagem, os conceitos de simbólica e icônica, referindo-se à representação, congruência e semelhança,

perspectiva. Esses assuntos foram os mais discutidos e para os quais os alunos precisaram trazer mais referências de outros autores ou necessitaram aprofundar o diálogo com os colegas e a professora.

*Fórum 1.2.3 - Professora comenta: Aluna 18, O que você descreveu é a sua percepção do que está no espaço em que você vive, não é? Entendo, então, que essa sua percepção avalia o que está em alguma outra coisa que você chamou de espaço. Mas o que é esse espaço? Você consegue definir sem nos contar o que está nele? Daí a sua indicação de trabalho com espaço com alunos é a partir do que se percebe no espaço. Teria como trabalhar espaço sem se referir ao que se percebe nele? Comente.*

*Fórum 1.4.2 - Professora comenta: Aluna 18. O que você compreendeu sobre "objetos mentais"? Conte-nos, com as suas palavras.*

*Fórum 1.3.3 - Professora comenta: Aluna 18. Não compreendi esta parte: "... inicia pelos objetos mentais geométricos, ou seja, através da visão, tato, percepção, o aluno é levado a reconhecer as diversas formas geométricas, o deslocamento no espaço em que vive, em um contexto que está contido no espaço geométrico. " Você pode explicitar? Os objetos mentais se tornam mais abstratos? Também ficou obscuro para mim. Como?*

*Fórum 1.3.2 - Professora comenta: Alunas 12 e 18. Acredito que com as crianças do Fundamental I, desconsiderando que não possuem aprendizagem geométrica, o trabalho com a representação e com objetos mentais seja mais genuína e possibilite a percepção dos processos de aprendizagem com mais facilidade. Sobre a questão da idade de maturação da abstração, que é uma tônica no trabalho de Piaget. Porém Freudenthal faz uma crítica leve ... vocês percebem isso? O objeto mental como ele concebe tem mais de abstração do que concretude: vocês concordam? Comentem!*

*Fórum 2.1.2 - Professora comenta: Aluna 18. Como você classificaria um "rabisco" feito por uma criança que quer representar a imagem da sua mãe? E, também...como você classificaria o desenho "padrão" de uma casa, ao se pedir que uma criança desenhe a sua própria casa? Esses foram exemplos de Freudenthal. Como você os relaciona com o que nos trouxe em sua postagem?*

*Fórum 1.4.2 - Professora comenta: Aluna 18. Nossa provocação foi: "Relacione objetos mentais constituídos e objetos geométricos reconhecidos na educação geométrica, conforme indica o autor, a partir da congruência e da semelhança." Você relacionou objetos da vida cotidiana com objetos geométricos. Onde você identifica, nas relações que nos exemplificou, os objetos mentais? Comente!*

*Fórum 2.1.3 – Aluna 18 - A perspectiva dentre os princípios de reprodução é um processo ícono, pois traz para o plano bidimensional (folha de caderno, lousa, tela) a visão de um objeto em suas três dimensões, ou mesmo de um objeto bidimensional em suas duas dimensões como é visto na realidade (um chão, uma parede, um teto).*

As mensagens que não eram entendidas pela professora ou que para ela não correspondiam ao que o contexto objetivavam significar, foram analisadas e uma possibilidade que se anunciou à pesquisadora foi refletir sobre o distanciamento sentido em um curso à distância. Outra possibilidade de compreensão dessas dificuldades percebidas pela professora pode ser o resultado de pouca destreza por parte de alguns deles com a escrita. A maneira como os alunos explicitavam suas compreensões nem sempre foi eficaz para comunicar à professora o que pareciam desejar significar. Esta, por sua vez, procurava nos sentidos do que diziam os fios que pudessem conduzi-la a um entendimento de como o texto os fez compreender o conteúdo da aula.

*Fórum 2.2.1 - Professora comenta: Aluna 18. Por favor, esclareça melhor a sua colocação: "distanciam totalmente da finalidade principal para as quais foram criadas, ou seja, compreender o espaço. É uma viagem pela dedutividade matemática e geométrica, que encanta pela lógica, mas que se distancia da realidade. Parece que este conteúdo só interessa para quem seguir a área de exatas, pois será rapidamente esquecido por não mostrar a conexão com o espaço vivido." A finalidade da Geometria Analítica é compreender o espaço?*

*Fórum 2.3.3 - Professora comenta: Aluna 18. Não compreendi essa parte: "Seria uma prática experimental e não uma prática através da qual a criança poderá fazer suas próprias descobertas". O que seria "prática experimental" diferente de "prática para a descoberta"?*

Para articular as ideias estudadas nos textos de Freudenthal e a prática dos alunos em sala de aula, os sujeitos relatam suas experiências e suas dificuldades em compreender como essas ideias poderiam ser aplicadas em seu dia a dia. Articularam, também, o que estudaram no curso com textos de outros autores e, muitas vezes, buscaram por material que os fizesse sentir mais próximos do assunto, trazendo, por exemplo, a Geometria Fractal, que é um assunto que não fazia parte do conteúdo que foi planejado para o curso.

*Fórum 1.4.1 - Professora comenta: Aluna 18. Você diz: "De acordo com o autor, o reconhecimento de objetos geométricos dentro do contexto da geometria euclidiana, como objetos mentais são feitos de forma mais simples do que objetos não-geométricos como árvores, animais, cores, nuvens." Nos seus exemplos, há objetos da natureza. Eles são não-geométricos? A que geometria eles pertencem? Comente!*

*Fórum 1.4.1 - Aluna 18 - Embora não tenha profundidade nesse estudo de Geometria, elementos da natureza vêm sendo estudados através da Geometria dos Fractais, por apresentarem auto-similaridade, ou seja, os padrões se repetem indefinidamente.*

Entendemos que ao trazerem temas não previstos os alunos se dispuseram a focar o solicitado pela professora por meio de expor temas e assuntos que estavam no entorno do cerne do trabalhado no curso, uma possibilidade de abordá-lo.

Relacionar Geometria e Matemática também se mostrou complexo na explicitação dos alunos. Para eles, conforme compreensão da pesquisadora, a Geometria fica afastada da Matemática, não as compreendendo imbricadas entre si, mas como dois campos diferentes de pesquisa e de estudo.

*Fórum 1.3.3 - Professora comenta: Aluna 5. A Educação geométrica é um ramo da Matemática, considerando a Matemática uma árvore? Ao se referir dessa maneira, você está separando os "ramos" da ciência como entidades dissociadas, como ramos em uma árvore? Pense nisso! Comente!*

Com essa concepção, a articulação de ambas em uma mesma disciplina escolar chamada Matemática, torna-se difícil. Em alguns casos, em algumas escolas, conforme relatado pelos próprios alunos, a Geometria é apartada da Matemática e é estudada como uma disciplina, separadamente; ou, ainda, o conteúdo da Geometria é estudado na disciplina de Desenho Geométrico, evidenciando, assim, um estudo à parte da Matemática. A Geometria foi referenciada como ‘instrumento’ e as formas geométricas como ‘elementos’ nos contextos dos discursos de alguns sujeitos, ao explicitarem a relação entre a Geometria com relação à Matemática.

*Fórum 1.3.2 – Aluna 18 – [...] Mas, percebo que o espaço que antes a Geometria ocupava nas aulas de Artes, foi retirado e impactou, em muito, o aprendizado tanto de Geometria como o de Matemática, pois o professor de Matemática precisa dar conta de ensinar o desenho geométrico, os conceitos e, via de regra, o desenho acaba sendo pouco explorado (o tempo nas aulas de matemática não foi acrescentado para o desenvolvimento desta habilidade). Há alunos que chegam ao 9º ano (estou falando de escolas públicas), sem nunca ter usado um compasso, sem nunca ter realizado um traçado de retas paralelas com régua, esquadro e/ou compasso. Sem nunca ter construído um ângulo com compasso. E esta habilidade de construção de desenhos geométricos é tão importante, para facilitar a compreensão dos conceitos geométricos e vai sendo perdida.*

*Fórum 1.3.3 – Aluna 5 - A educação geométrica é um ramo da matemática importante tanto como objeto de estudo quanto como instrumento para outras áreas. Tem por elemento o estudo do espaço e das formas (planas e espaciais) com as suas propriedades. [...]*

A fala dos alunos revelou à pesquisadora que eles estabeleceram muitas articulações com seu conhecimento prévio de Geometria, com suas vivências como professores, como estudantes de Geometria e com as falas dos colegas; e, de todo esse movimento, trouxeram

para as conversas as suas compreensões. Estas, por sua vez, mostraram o conhecimento que constituíram no movimento de que participaram.

*Fórum 1.1.3 – Aluna 18 – [...] Aprendi Geometria da forma tradicional, pelo método euclidiano de definições, postulados, teoremas, que achava tedioso e, muitas vezes, não entendia para que servia e, assim, tenho buscado, na minha prática, introduzir os conceitos de Geometria a partir da observação do espaço da sala de aula, das construções, dos objetos, das medições em sala de aula, de objetos, construção de poliedros a partir de moldes, etc. Mas confesso que, a partir da leitura destes textos, percebi falha na minha prática, pois apesar de os alunos preferirem esse tipo de aula, ficava preocupada; pois, em exercícios e provas, a maioria não memorizava a nomenclatura e não fixava as relações estudadas, e acabava por questionar-me se realmente teria valido a pena ir por esse caminho. Se não tinha sido perda de tempo. [...]*

*Fórum 1.2.2 – Aluna 18. Lendo as demais postagens e pegando o gancho com a sua provocação para a aluna 2: Geometria é investigar o espaço para compreendê-lo. [...]*

*Fórum 1.3.2 – Aluna 12 - Como minha área não é a matemática, confesso que responder a questão apenas com a leitura do texto não foi muito confortável. Ajudaram-me bastante as respostas das colegas. Através dessas explicações ficou mais fácil entender o texto. [...]*

*Fórum 2.3.2 – Aluna 18 - Estou aproveitando a estrutura de apresentação da atividade desenvolvida pela colega aluna 5 (que usou blocos lógicos) para desenvolver a minha. [...]*

As modificações que se sobressaem nos discursos dos fóruns, referiram-se a alguns temas estudados, como perspectiva, imitação, *compository*, referiram-se ainda a modificações didático-pedagógicas que indicavam compreenderem a importância do foco no curso para a sua prática em atividades de ensino e aprendizagem.

*Fórum 1.2.3 – Aluna 18 – [...] Já se queremos projetar imagens numa tela que mostre um espaço tridimensional, a geometria projetiva é a indicada. O espaço projetivo, então, complementaria ou modificaria alguns postulados da Geometria Euclidiana, como, por exemplo, as retas paralelas se encontram num ponto (perspectiva). [...]*

*Fórum 2.1.3 – Aluna 18 - A perspectiva dentre os princípios de reprodução é um processo ícono, pois traz para o plano bidimensional (folha de caderno, lousa, tela) a visão de um objeto em suas três dimensões, ou mesmo de um objeto bidimensional em suas duas dimensões como é visto na realidade (um chão, uma parede, um teto). [...]*

*Fórum 2.1.3 – Aluna 18 – [...] Segundo o autor, perspectiva não é um contexto geométrico, mas uma espécie de reprodução, e isso não se sustenta só para a perspectiva, pois em nível mais elevado (para os adultos), a reprodução é uma questão de imitação. [...]*

*Fórum 2.1.3 – Aluna 18 – [...] Salienta, então, que o método do "compository" de reprodução, dando exemplos de um cilindro representado por meio de um retângulo e dois círculos, ou de um cone por um triângulo e um círculo, de nenhum jeito produzem evidência de objetos mentais incompletos. Considera que, "pelo contrário, esta forma de reprodução pode provar uma melhor visualização dos objetos mentais do que reprodução por meio de perspectiva adquirida por imitação." [...]*

#### *E - Percepção da atualização do curso*

A atualização do curso, nessa Ideia Nuclear Abrangente, se articula com as questões que brotam do planejá-lo e conformá-lo de maneira que fosse possível produzir dados para a pesquisa. Para interpretar o movimento de atualização do curso, vamos considerar as percepções da pesquisadora e as percepções da professora.

A professora percebe a atualização do curso em suas atividades de controle e a observação de seu funcionamento, de acompanhamento dos alunos, de preocupações com prazos, de aspectos administrativos, com a realização das tarefas, com as devolutivas nos fóruns.

A etapa de preparação do curso envolveu uma série de providências administrativas para que ele fosse realizado. Essas providências, pelas regras exigidas, precisaram de um período de tempo que, em parte, provocou certa preocupação. Tendo o curso uma finalidade de pesquisa, além de seus objetivos em si mesmo, os prazos eram importantes.

#### *US 003 - Muitas providências burocráticas se fizeram necessárias,*

Quando foi lançada a chamada para inscrições, a pesquisadora se põe em alerta e se preocupa com a procura de candidatos, de professores que ensinassem Matemática. Logo, entretanto, sua preocupação tem um retorno positivo e o interesse de uma quantidade grande de alunos anima a pesquisadora e a professora. O curso foi procurado por muitas pessoas, mas não se pode ter a quantidade exata, já que foi divulgado nas redes sociais e 160 se inscreveram, enviando, inclusive, a documentação solicitada pelo CECMCA. Houve, então, necessidade de se estabelecer parâmetros para uma classificação e listagem de convocação para o início do curso. Essa classificação levou em conta os pré-requisitos divulgados junto à divulgação, como o vínculo com o ensino público e ensinar Matemática no Ensino Básico (Fundamental ou Médio). As vagas foram limitadas em 20 alunos.

Ao iniciar o curso, a professora encontrou dificuldades com o aparato tecnológico disponível, que não foi eficiente para um encontro à distância. Isso a preocupa, uma vez que

havia outros encontros desse tipo, planejados na sequência de atividades propostas. Mas, apesar do problema que vivenciou nesse primeiro momento, a professora se percebe *professora do curso*, com alunos acompanhando os fóruns e a dinâmica da atualização se impõe. E, mais adiante, a participação de uma única aluna em uma comunicação síncrona deixa a professora com mais convicção que seria possível realizar tais encontros.

*US 029 - Com a única aluna que conseguiu conectar-se, deu-se um diálogo profícuo.*

Havia sempre a necessidade de estar voltada aos afazeres que a atualização do curso demandava e, entre elas, estava a questão de procurar melhores ferramentas para esses encontros.

*US 036 - Acho que vou ter que manter 2 computadores ligados ou ligar um outro monitor no meu. Vou ver como arranjo isso até a noite.*

Na temporalização do curso, foram se definindo os alunos que tinham interesse em acompanhá-lo até o seu final. Dos 20 alunos que iniciaram o curso, 3 o acompanharam até o final, participando dos fóruns e enviando as tarefas solicitadas. Esse fato foi considerado como sendo comum, considerando as leituras prévias de experiências realizadas sobre a área de EaD.

A pesquisadora percebe que discussões que acontecem nos fóruns se remetem a problemáticas que ela já havia vivenciado, como a questão da diferença observada nos direcionamentos didático-pedagógicos que as escolas assumem e a questão da materialidade disponível, como computadores e até material específico para construções geométricas, como a régua, o compasso etc., que implicam em diferentes práticas pedagógicas. Temas do dia a dia do professor de Matemática se evidenciam nos diálogos entre os alunos, como expressos nos excertos

*Fórum 1.3.2 – Aluna 18 – Aluna 8, sem dúvida sua complementação com relação ao atual recurso didático do ambiente computacional (infelizmente, não disponível ainda em muitas das escolas brasileiras ou, quando têm, funcionam precariamente, como é o caso de minha escola) colabora para a melhor compreensão do espaço tridimensional. [...]*

*Fórum 1.3.2 – Aluna 8 - Usaria para exemplificar o texto com um recurso didático atual, que é o ambiente computacional, pois através dele é possível a superação das configurações geométricas. Ele auxilia na elaboração das ideias, mudando a função do desenho, utilizando representações dinâmicas, ou seja, com imagens tridimensionais em movimento na tela do computador, os pensadores, sejam um geômetra ou uma criança, poderão utilizar uma nova linguagem, mais interativa que melhor representa as imagens que a mente cria. Nesse*

*ambiente computacional, conseguimos aproximar a compreensão do espaço em que a criança vive e aliá-lo à realidade, fazendo experiências e verificando resultados.*

Quanto ao material do curso, a professora percebe, algumas vezes, que os alunos apresentam dificuldade em compreendê-los, talvez porque ele não faça parte, costumeiramente, das ementas de Geometria dos cursos de formação de professores que ensinam Matemática. Isso faz a pesquisadora inferir que essa seja uma possibilidade de modificação do pensar e de transformações metodológicas para os alunos do curso.

*Fórum 1.1.3 – Aluna 18 - A aluna 11 parece-me que desenvolve o trabalho da forma como gostaria de realizar, pois, através da prática, os alunos interagem e vão discutindo os erros e buscando respostas. Já anotei a Técnica que ela citou na postagem de outro fórum para compreender melhor o processo. [...]*

*Fórum 1.1.3 – Aluna 11 - Olá pessoal, boa noite. Trago, mais uma vez, o trabalho que venho realizando com os meus alunos há um tempo e que perpassa por vários pontos e relações que vocês fizeram com o texto proposto, ou seja, um trabalho pautado na forma como os alunos percebem o mundo, como eles tocam, como eles constroem ou percebem as construções, porque participam, ativamente, de todo o aprendizado.*

*Fórum 1.3.2 – Aluna 18 – [...] A minha experiência em sala de aula, tem mostrado que os alunos em sua grande maioria, chegam ao Ensino Fundamental II com noções de objetos geométricos, com noções parciais de deslocamento no espaço, mas sem conseguir transitar pelas outras áreas de matemáticas, relacionando esses prévios conhecimentos. A reversibilidade do pensamento não está formada.[...]*

*Fórum 1.4.2 – Aluna 18 – [...] Por exemplo, ao mostrar um triângulo, ela conseguiria reconhecê-lo entre outras figuras que não eram triângulos, mesmo não lhe dando pistas mais completas de que há triângulos diferentes e classificações diferentes quanto aos lados e ângulos. Mas, ouvindo os vídeos e suas indagações, estou agora entendendo que objeto mental é a representação que o aluno faz de um objeto geométrico, antes que o leve a perceber, segundo o ponto de vista, dentro do contexto geométrico. Ao pedir, por exemplo, para um aluno representar objetos semelhantes (iguais) e congruentes, sem antes dar-lhe "pistas" do que eu espero como resposta (dos meus conceitos geométricos), ele poderá representar de uma maneira próxima da realidade ou não, mas terei que saber antes o que ele quis representar para só depois ir ajudando a corrigir eventual distorção na sua representação. [...]*

*Fórum 2.3.1 – Aluna 18 – [...] Esta concepção sobre o material concreto clareou minha visão sobre seu uso. Confesso que o usava mais no sentido de experimentação do que para propiciar a descoberta pelos meus alunos. E, por esta razão, provavelmente, não via o resultado que esperava. [...]*

*Fórum 2.3.3 – Aluna 18 – [...] A forma clássica de se ensinar geometria é iniciar pelo estudo do plano (pontos, retas, plano), para depois estudar as relações espaciais. Inicia-se, geralmente, com noções dadas como intuitivas de ponto, reta e plano e se houver alguma prática, é usada para provar uma propriedade já apresentada, um conceito já revelado ao aluno pelo professor. Seria uma prática experimental e não uma prática através da qual a criança poderá fazer suas próprias descobertas. [...]*

A troca de mensagens buscou explicitar as compreensões da professora sobre os temas que estudou. Outras vezes, a professora se sente segura de que a escolha dos temas e do autor estava provocando nos alunos a reflexão e a transcendência pretendida, como quando uma das alunas relata como o material que foi disponibilizado no curso foi utilizado em uma de suas aulas, mostrando seu interesse ampliado para além do cumprimento das atividades propostas pelo curso.

*US 033 - De qualquer forma, fiquei muito contente com as experiências que ela relatou, inclusive pelo trabalho que ela fez com as perguntas de Freudenthal junto aos alunos. Pedi o registro da experiência. Acho que isso vai acrescentar ao trabalho que estou fazendo com o curso.*

Por outro lado, a professora percebeu que os alunos ficaram muito interessados em adentrar a uma Geometria ‘diferente’ daquela que estudaram e ensinavam. Note-se o modo pelo qual os sujeitos se expressavam:

*Fórum 1.1.1 – Aluna 18 - A colega 8 bem explicitou em seu comentário o que também compreendi e concordo, que se a Geometria fosse ensinada como reinvenção ao invés de ser imposta ao aluno a partir das definições, teoremas, relações, construções, mas dado a oportunidade para o próprio aluno descobrir, tendo o professor apenas como orientador e ajudando-o a avançar no conhecimento, com certeza ela seria mais atrativa e pode ser a base para o desenvolvimento do pensamento matemático e físico. [...]*

*Fórum 1.1.1 – Aluna 18 - Interessante, aluna 11. Não conheço essa técnica Kusudana. Anotei e vou pesquisar. Se não encontrar ou não entender, volto a falar com você.*

*Fórum 1.1.3 – Aluna 18. A aluna 11 parece-me que desenvolve o trabalho da forma como gostaria de realizar, pois, através da prática, os alunos interagem e vão discutindo os erros e buscando respostas. Já anotei a Técnica que ela citou na postagem de outro fórum para compreender melhor o processo. [...]*

*Fórum 1.2.3 – Aluna 18 – [...] As aulas de Geometria revelam-se como um meio excelente de desenvolvimento cognitivo para a criança, aguça a percepção e ajuda no desenvolvimento do raciocínio abstrato; quando, partindo dos objetos concretos, faz-se a ponte para abstração de*

*uma representação através de figuras geométricas, e da linguagem matemática para expressar as relações e as leis da natureza observadas pela criança. [...]*

*Fórum 2.3.1 – Aluna 18 – [...] Esta concepção sobre o material concreto clareou minha visão sobre seu uso. Confesso que o usava mais no sentido de experimentação do que para propiciar a descoberta pelos meus alunos. E, por esta razão, provavelmente, não via o resultado que esperava [...]*

Os alunos se dispuseram a pesquisar os assuntos, inclusive em outros autores, e a trazer um pouco do que relacionavam com o que estavam estudando no curso, como o Movimento da Matemática Moderna, Bourbaki e a Geometria Fractal.

Ao longo da atualização do curso, a pesquisadora percebe o estar-com-os-cossujeitos nos diálogos, de maneira mais direta, e nas reflexões que estes diálogos provocam, enlaçando conhecimentos anteriores, de vivências suas como professora e como aluna, e articulando-os, novamente, agora com os alunos, com o dito por Freudenthal. Essas vivências, que foram também as vivências da professora, lembradas na preparação do curso, são, então, relembradas na vivência da atualização do curso.

*US 038 - estar-com-os-alunos numa situação virtual, num curso à distância.*

*Fórum 1.4.3 – Aluna 28 - No curso do Gestar II do MEC-Ministério da Educação e Cultura, é apresentado como proposta para iniciar as relações de semelhança e congruência, uma figura que se desloca, a partir de um movimento rotacional em torno de um octógono (8 lados) e uma outra figura que se repete, linearmente, (em uma linha reta,) mantendo a forma, mas mudando de tamanho. [...]*

As questões concernentes ao aparato tecnológico e modos de com ele trabalhar permearam toda a atualização do curso. Os encontros síncronos, que incluíam a escolha de uma ferramenta que fosse eficaz para que eles acontecessem, simulando uma aula presencial exigiam um aparato que desse conta da comunicação entre os cossujeitos; entretanto, isso não ocorreu, criando obstáculos à fluência desses encontros.

*US 029 – Com a única aluna que conseguiu conectar-se, deu-se um diálogo profícuo.*

*US 036 - Acho que vou ter que manter 2 computadores ligados ou ligar um outro monitor no meu. Vou ver como arranjo isso até a noite.*

A professora-pesquisadora se deparou, também, com problemas técnicos com o ambiente onde o curso se desenvolveu, como, por exemplo, o mau funcionamento dos computadores que abrigavam esse sistema ou a paralisação do sistema computacional. Seus

reflexos fizeram-se sentir em ocorrências como a repetição de mensagens e atraso em seu envio. Sugestões técnicas foram testadas e a professora ficou todo o tempo na expectativa de um resultado cada vez mais eficiente. Assim, a realidade sobre a qualidade das conexões se confirmou em relação ao que se estuda, se lê e se comenta na literatura que trata da EaD, que, inclusive, foi comentado pela técnica que nos dava suporte tecnológico no CECEMCA, que tem prática com cursos à distância e encontros síncronos. Problemas de ordem técnica, tanto nos equipamentos físicos quanto nos sistemas, são comuns.

*Fórum sobre o resumo das aulas 3 e 4 do Módulo 1 – Aluna 18 - Não consegui comunicar-me na vídeo conferência, embora estivesse conectada e ouvindo. A tela para escrever apareceu quase no final do tempo. [...]*

O projeto da professora-pesquisadora era que as provocações, criadas para desencadear as discussões nos fóruns, fizessem florescer articulações entre as ideias explicitadas por Freudenthal, os temas trabalhados no curso e as lembranças de vivências, constituindo conhecimento. Mas isso nem sempre ocorreu, pelo que pode analisar e interpretar nas exposições dos sujeitos.

*US 034 – não sei o quanto isso me levou a pensar que ela não realizava reflexões mais aprofundadas sobre o texto.*

*Fórum 1.1.3 - Professora comenta: Aluna 18, comente sobre alguma postagem de seus colegas que você tenha identificado, se há semelhança ou grande diferença com relação à sua própria prática. Será interessante saber a sua opinião.*

*Fórum 2.3.2 – Aluna 18 – [...] Na minha prática, quando introduzi o conceito de volume, usei o material dourado e os alunos realizaram atividade de construção de prismas e cubos, mas a parte que percebi que falhei foi não aguardar que os alunos com mais dificuldade refizessem a atividade até conseguirem concluí-la satisfatoriamente. Parece que ficou claro para mim agora, o quanto é incorreto avançar nas etapas sem que o aluno tenha assimilado a anterior.*

Em alguns momentos, a pesquisadora atribuiu a má formulação de questões ao fato de os alunos não apresentarem postagens que dissessem de reflexões sobre o tema, modificando o foco do que foi perguntado ou trazendo outros autores para dialogar sobre o assunto, e, até mesmo, do silêncio que se fez por parte de alguns alunos que se afastaram dos fóruns e depois do próprio curso, como mostramos no quadro sobre o andamento das participações dos alunos nos fóruns na temporalidade do curso. Entendeu que um maior esforço na formulação ou na direção de torná-las mais claras pudesse ter como resultado textos que apresentassem uma amplitude mais abrangente nas reflexões expostas pelos alunos.

Em outros momentos, a percepção da pesquisadora é a de que os alunos não deram conta de focar o cerne da questão posta no fórum, permanecendo em regiões vizinhas a ele, num discurso que se dispersa desse foco. O aluno, apesar de presente no curso, passa a falar sobre o tema da provocação feita, mas não a responde, não reflete sobre ela, nem revela sua compreensão.

*Fórum 1.4.1 - Professora comenta: Aluna 18. Você diz: "De acordo com o autor, o reconhecimento de objetos geométricos dentro do contexto da geometria euclidiana, como objetos mentais são feitos de forma mais simples do que objetos não-geométricos como árvores, animais, cores, nuvens." Nos seus exemplos, há objetos da natureza. Eles são não-geométricos? A que geometria eles pertencem? Comente!*

Esse movimento, entretanto, abre-lhe compreensões que podem sinalizar que ele está ali, com a Geometria, com o curso, e que, de alguma forma, articulou seu pensar com o conteúdo que estudou, apesar de apresentar um discurso disperso, do seu ponto de vista.

*Fórum 1.2.1 - Professora comenta: Aluna 18, Obrigada por sua contribuição! Gostaria que você tivesse exposto, mais especificamente, sobre a questão da Álgebra de Descartes. No caso desta proposta, enriqueceria seu trabalho.*

Essa compreensão tornou evidente que a atualização do curso segue por caminhos não determinados previamente no projeto, mas que o *pro-jeto* se lança no seu próprio acontecer. Entendeu que pode haver diferentes modos, caso o sujeito se ponha em movimento de compreender as atividades realizadas, bem como, de constituir conhecimento.

Outra maneira de pensar numa justificativa para postagens que não respondessem às provocações foi supor que os alunos pudessem não ter compreendido o texto daquela aula ou que não estivessem conseguindo explicitar o que estavam estudando, buscando trazer pesquisas sem a análise ou a explicitação da aproximação com o pedido no fórum. Enviar uma participação pareceu-lhe ser entendida pelo cossujeito como sendo suficiente para garantir o cumprimento da tarefa no curso.

*Fórum 1.1.2 – Aluna 8 – Por que a linha reta é o menor caminho?*

- 1. Como pode o nível de um líquido em algum vaso mudar se certa quantidade de líquido é colocada?*
- 2. Qual a diferença entre aparafusar para a direita e para a esquerda e por que não são equivalentes sob um movimento rígido?*
- 3. Por que uma mesa de quatro pernas pode cambalear, e qual é a diferença com uma mesa de três pernas?*
- 4. O que é maior a superfície de uma tampa esférica, ou a do cilindro ao seu redor?*

Colocou-se a pensar que certo distanciamento entre a forma de falar de Geometria e de seu ensino e a Geometria que os sujeitos ensinavam em suas atividades também pode ter afastado os alunos de uma maior reflexão. Esse distanciamento foi ressaltado nas provocações feitas nos fóruns com o objetivo de fazê-los transcender, articularem seu pensar, tirando-os da maneira pela qual vinham compreendendo a Geometria em que se encontravam.

*Fórum 1.2.2 – Aluna 2- Relendo o texto pela terceira vez, entendo que, durante nossas 24 horas por dia, vivemos em muitos espaços diferentes, os quais, às vezes, observamos ou não e como estamos tão acostumados, não percebemos o quanto é importante para nós. "Fazer" geometria é aprender a explorar os nossos espaços, compreendendo-o e interagindo com ele sob vários pontos de vista.*

Contra-argumentou para si mesma que isso, ao contrário, poderia ser um motivo para que ficassem atentos aos temas. Pensou assim porque entendeu ter sugerido temas que pudessem desencadear nos alunos buscas por avançar com sua compreensão. Frente a essa situação, indagou-se: teriam sido as provocações mal redigidas e, por isso, não os teria estimulado a refletir?

Com a proximidade do fim do curso, a pesquisadora intuiu que a falta de profundidade nas participações dos alunos poderia ser expressão de desinteresse ou pressa dos alunos. Pergunta-se, a pesquisadora: nessa temporalidade, outras provocações teriam tido outros efeitos? E se o curso tivesse sido planejado para uma quantidade menor de aulas? O que teria ocorrido?

A pesquisadora avalia também se houve problemas na maneira como o curso foi planejado e compreende, ainda, que a determinação de prazos poderia ter sido limitadora do movimento do pensar sobre as perguntas e do movimento de discuti-las. Pergunta-se: o fato de não se estar preso a prazos poderia resolver a evidência de terem-se temas não esgotados? Ou esses temas foram, sim, esgotados, na capacidade de comunicação em que se desenvolveu o curso?

A percepção da atualização do curso mostrou - e isso é importante para nossa pesquisa - que a professora e os alunos evidenciaram aprofundamento do pensar e avanços no conhecimento de Geometria que, certamente, não mais poderá ser aprendida e ser ensinada como antes dos estudos e das reflexões realizadas na vivência desse curso, conforme foi explicitado nos registros dos entendimentos da professora em relação ao que foi exposto pelos alunos ao longo da análise.

## CAPÍTULO V

### DANDO CONTA DA INTERROGAÇÃO

Neste capítulo, será explicitada a interpretação dos achados dessa pesquisa, buscando compreensões de como a interrogação primeira, direcionadora do movimento da pesquisa, encontra rumos para possíveis entendimentos da essência do fenômeno pesquisado. Para isso, devemos olhar retroativamente a trajetória da investigação num movimento de metacompreensão.

Essa investigação tem por objetivo compreender a constituição do conhecimento matemático ao se estar junto ao computador, à Matemática e aos sujeitos. A pesquisadora assume a postura fenomenológica e vai à coisa, ela mesma, para compreender os modos pelos quais essa constituição se mostra em um curso planejado e realizado à distância, tendo como tema a Geometria. *Ir à coisa ela mesma* se dá no estar atenta, preocupada, ouvindo, falando em diálogo argumentativo em relação ao que ouviu e ao que entendeu, no silêncio, na busca de compreensões e, também, nas dificuldades encontradas e em seus enfrentamentos. Enfim, em todos os movimentos que a pesquisadora realiza na temporalidade da pesquisa.

Os procedimentos investigativos descritos, por sua vez, buscam a expressão da estrutura do fenômeno pesquisado e, em um esforço de compreensão, ir-se além é perguntar-se: *o que a pesquisa diz?* Assim, está-se, então, efetuando a transcendência do investigado, rumo à metacompreensão.

Conforme Bicudo (2010):

Uma vez expressa a estrutura do fenômeno, é preciso, como pesquisadores, fazermos um movimento reflexivo que, sendo intencional, conduza à transcendência das reduções efetuadas, indo em direção à metacompreensão do sentido da própria pesquisa, dos procedimentos assumidos, dos invariantes aos quais se chegou pelas várias reduções, bem como do significado dessa investigação para a região de inquérito que a interrogação tem como solo. (BICUDO, 2010, p. 42)

E, então, continua:

Com esse procedimento, tanto nos voltamos sobre a interrogação formulada e atentamente buscamos compreender o que pudemos entender e interpretar no decorrer da investigação e com os invariantes articulados como ficamos atentos à região de inquérito e buscamos compreender os significados que a investigação realizada permite articular. (BICUDO, 2010, p. 43)

As compreensões que brotam dos e nos movimentos da pesquisa são expressas por palavras, explicitando-as. Mas, ainda, outros dados que não figuram explicitamente nas análises, como as transcrições dos encontros síncronos, os registros da atividade *Glossário* e o registro de todos os acessos dos alunos ao curso também fizeram parte da interpretação da vivência da pesquisadora no curso, tanto como sujeito da investigação e como professora. A análise e interpretação dos dados constituídos, quer aqueles que estão expostos nesse trabalho, quer aqueles que permaneceram em nossa lembrança do vivenciado, permitiu-nos explicitar o fenômeno pesquisado - *a constituição do conhecimento matemático ao se estar junto ao computador e aos sujeitos, em situação de ensino e de aprendizagem* - e, tomando-as como horizonte, pudemos constituir compreensões da pergunta - *Como se constitui o conhecimento matemático, quando se está junto à Matemática, ao computador e aos sujeitos?*-. Outras interrogações nos auxiliaram na formulação dessa pergunta, conforme indicamos já na Introdução e, voltando a elas, vamos retomar o fio de nosso desassossego de onde se desdobrou a pesquisa.

Alguns temas precisaram ser pesquisados, inicialmente, para que pudéssemos conhecer o pano de fundo onde nossa pesquisa se desenvolveu. Fomos a autores como Borba e Penteadó (2007), Borba, Malheiros e Zulatto (2008), Bairral (2007) e Kenski (2010), para constituir compreensões sobre Informática e EaD. Com esses autores, buscamos enfocar, mais especificamente, situações de ensino e aprendizagem em ambientes *online*, que pudessem nos auxiliar na preparação do projeto do curso à distância, criado e atualizado para constituição dos dados. Os relatos das experiências que esses autores nos apresentam agregaram importantes orientações ao trabalho de preparação do curso. Wiener (1954), por sua vez, proporcionou-nos discutir a Cibernética, como origem da Informática; e Changeux e Connes (1996), o pensamento da máquina, contendo compreensões que nos permitiram ir além de enxergar o computador como um *fazedor* de tarefas. Nesse último aspecto, auxiliou-nos também Figueiredo (2014).

Ainda, procurando entender os assuntos que estão no entorno do nosso tema de pesquisa, as leituras de Aristóteles (2012), Granger (1995), Bicudo e Rosa (2010) e Baumann (2013) abriram nosso horizonte de compreensões sobre o *virtual*, em seu enfoque filosófico, tomado como solo para nossas vivências, nossas percepções, assim como, em nossas análises e interpretações dos dados constituídos.

Para orientação no aspecto filosófico-metodológico, foram importantes as leituras de Husserl (2006, 2011, 2012a, 2012b). Ales Bello (2006, 2012, 2015) e Bicudo (1983, 2010,

2011, 2014, 2016.). Anastácio e Barros (2014) nos auxiliam com um trabalho que, apesar de ter objetivo diverso do nosso, apresenta-se em uma ambientação, cenário didático-pedagógico e solo filosófico-metodológico de análise dos dados constituídos que se identifica com o que estávamos projetando nessa pesquisa. A experiência registrada pelas autoras nos serviu não apenas como exemplo no projeto como também nos procedimentos de análise.

Para a articulação do conhecimento que já houvera sido constituído pelos sujeitos ao adentrarem o curso e que vem se comunicar no ciberespaço, por meio de diálogos e do que nessas comunicações é exposto, constituímos compreensões junto ao estudo de Husserl (2012b), Heidegger (2015), Bicudo (2016), Coelho e Bicudo (2014) sobre a linguagem; de Bicudo (2014), Detoni (2014) e Figueiredo (2014) a respeito da presença estando-se à distância.

Permeando as comunicações humanas e, em especial, em nossa pesquisa, as comunicações que se dão na situação de ensino e aprendizagem em um curso à distância, a linguagem, expressando descrições e discursos, possibilita a explicitação do pensar. O conteúdo do que expressam os sujeitos na situação posta se refere ao conhecimento que desejam explicitar e estão plenos da subjetividade desses que se manifestam. As comunicações escritas, portanto, buscam revelar seu conhecimento e, ainda, mostram ao pesquisador atento, o movimento em que o pensar do sujeito se revela em uma tessitura de articulações entre o que trazia consigo e o que vai elaborando, quando se expressa e toma como norte o assunto ou tema que se está discutindo em determinado momento do curso. Por isso, há a preocupação tanto com a maneira como o outro compreende quanto com a clareza linguística do que expressa, para que seja entendido pelo outro. A presença do outro na comunicação se torna importante em cada momento de participação no curso. Estar-com-o-outro se mostra nuclear nesse movimento, que se presentifica nas falas diversas, dos alunos e da professora. Os diálogos, onde se manifestam os alunos e a professora, mostraram as convergências e as divergências de ideias e as maneiras como cada um refletiu sobre o estudado, assim como a proximidade resultante de estarem todos voltados ao curso naquele ambiente.

Na temporalidade da atualização do curso, o conhecimento matemático-geométrico aflora tanto do conteúdo estudado, quanto dos próprios sujeitos que estão juntos nesse espaço e nele se comunicam. Autores nos auxiliaram no entendimento da reorganização desse conhecimento, como Maltempo (2008), quando este discute a tecnologia como elemento de relação e, também, o *pensar-com* tecnologia. Contribuiu, ainda, estudar em Bicudo (2014) o

significado de *estar-com-o-computador* e sobre a *constituição do conhecimento*, com Ales Bello (2006, 2012, 2015) e Bicudo(2016).

Para evidenciar compreensões sobre a constituição do conhecimento em si mesma, como pesquisadora e como professora do curso, buscamos entender a percepção de si e dos outros, como o ato que possibilita compreender o ser humano, como em Ales Bello (2006, 2012), Bicudo (2010, 2011, 2014) e em Bicudo e Rosa (2010). Esse entendimento se torna importante em nossa pesquisa para compreender o fenômeno investigado, já que é *dando-nos conta do que fazemos* que se tornam possíveis os registros de nossas vivências e se ter a consciência de algo no *agora*, algo que se enlaça no fluxo das vivências. Atos articuladores de comunicação, efetuados na consciência pela subjetividade do sujeito, avançam na constituição do conhecimento.

Na percepção que temos do que está ao nosso redor, distinguimos as coisas e as pessoas. Essa percepção nos remete aos atos da consciência, ou, como nos diz Ales Bello (2006) à empatia ou intropatia, que também nos abre um mundo intersubjetivo. Para Bicudo (2016), a experiência da percepção intropática estabelece uma relação que propicia a exposição do eu ao outro e o compartilhamento das compreensões das experiências vivenciadas. Para ela, além disso, a intersubjetividade solicita, para que se constitua, a linguagem, de modo que o compreendido e o intuído pelo sujeito seja exposto e tenha seu sentido e significado articulados, de modo que o cossujeito possa também compreendê-lo.

Ao *estar-junto* ao computador e aos cossujeitos, o conhecimento que emerge desse encontro se imbrica com o conhecimento constituído nas lembranças daqueles que estão envolvidos nesse movimento e ali se reorganizam de modo a construírem em *diferentes* lembranças e em conhecimento num fluxo contínuo. O conhecimento que se constitui nesse cenário se relaciona às contribuições dos textos estudados, às trocas de experiências e de compreensões entre os cossujeitos e, inclusive, à reorganização do que já se conhece, revestido de novos olhares e de novas compreensões. Ou seja, mesmo que o sujeito não perceba nenhuma diferença entre a sua compreensão em relação a um tema que esteja sendo discutido no curso e o que já havia entendido sobre ele, ao estar em contato com este tema, com o texto estudado, com os cossujeitos que participam com ele do curso e com o aparato tecnológico, mesmo assim sua compreensão a respeito é relembrada e reformulada, na direção de ser novamente pensada. Na doação do sujeito ao curso, ao estar-com os cossujeitos e ao articular seu pensamento sobre um determinado assunto, o sujeito constitui conhecimento. Essa constituição foi compreendida ao analisar-se o expresso em suas participações, *linkando*

a teoria ali estudada às suas compreensões, trazidas de suas experiências prévias, tanto vivenciadas em cursos, como em experiências profissionais, pelo interesse que demonstraram com suas respostas às provocações do curso e aos comentários da professora e, também, pela busca de autores que dialogassem com os temas conforme trazidos no curso.

A pesquisadora descreve nos seus registros da preparação e também da temporalidade da atualização do curso, os momentos em que se percebe pesquisadora e/ou professora e em que percebe que estar com os sujeitos modifica essa percepção. Na análise e interpretação desses momentos, expõe como articula suas compreensões e o conhecimento que vai se constituindo, a importância de *estar-com-o-outro* e a sua importância como *outro* do seu aluno.

Acreditamos que o âmbito em que a pesquisa se insere, para a compreensão da constituição do conhecimento, envolve a Matemática, os sujeitos e a Informática. A Matemática se destaca nas interpretações dos dados constituídos, quando enfocamos e consideramos o teor desses dados, onde essa ciência, representada nessa pesquisa pela Geometria, se evidenciam. Os diálogos que se tornaram exemplares para a constituição de compreensões, assim como o conhecimento evidenciado pela pesquisadora em si mesma, mostram que nossa pesquisa estava se movimentando no âmbito do conhecimento matemático.

Com relação aos sujeitos, analisamos detidamente sua participação, a influência e a importância de terem sido inseridos no contexto da pesquisa.

O movimento da pesquisa está representado pela figura que apresentamos a seguir. (FIGURA 1), Nela figuram as etapas que se sucederam desde a perplexidade primeira da pesquisadora até as Ideias Nucleares Abrangentes que se emergiram das análises realizadas e sua interpretação.

FIGURA 1 – O MOVIMENTO DA PESQUISA



Não podemos deixar de abordar, entretanto, nesta metacompreensão, como a Informática se presentificou nas vivências percebidas ao longo da pesquisa e como ela se constitui num elemento significativo. Apontamos, ao longo da análise e interpretação, alguns problemas que influenciaram o fluxo do processo de projeto, de preparação e de atualização do curso à distância, mas a Informática não se evidenciou nas descrições de modo a ser articulada como uma das Ideias Nucleares desta investigação. Na medida em que ela é solo do cenário do curso, é importante revelar como se mostra no horizonte das vivências relatadas.

Uma discussão, que pode ser suscitada, refere-se às possibilidades intersubjetivas em um curso presencial e em um curso à distância. Nesse caso, propositalmente, nossa pesquisa escolheu a modalidade à distância. Um resultado que esta peculiaridade pode trazer é exatamente com relação à situação de sujeitos que não se percebem fisicamente, nem pela visão, nem pelo tato ou nem mesmo pela audição *ao vivo*, como situação oposta a de uma sala de aula presencial. Interessou-nos pesquisar como a intersubjetividade acontecia e como ela (ou *se* ela) seria percebida pela pesquisadora. Com relação a este aspecto, as análises e interpretações mostraram como isso ficou evidenciado, na presença percebida dos sujeitos, em suas participações e nos diálogos havidos, tanto entre cada um deles e a professora, como entre si.

Outra maneira de dar-nos conta da presença da Informática, em um curso à distância, pode ser a de viabilizadora da comunicação entre os envolvidos – professor, tutor, aluno, bem como formatadora de modos de expressão. Sabe-se que Educação à Distância não constitui

uma modalidade nova de ensino. Desde os antigos cursos por correspondência, o aluno podia escolher onde e quando estudar. Barbariz (2009) nos diz que:

A utilidade dos cursos por correspondência continua a mesma desde a sua criação até nossos dias. O que tem acontecido é a atualização dos meios de comunicação utilizados em função do desenvolvimento tecnológico. Desde então vêm sendo introduzidos o rádio, a TV, o microcomputador, as fitas de áudio (cassetes), os vídeo-tapes, o telefone, o DVD e, mais recentemente, a internet. (BARBARIZ, 2009, p. 86)

Sob este aspecto, não temos dúvida de que um curso à distância que acontece no ciberespaço pode apresentar recursos que outro por correspondência, por exemplo, não seria capaz.

Mas, poderíamos questionar, ou sermos questionados, se o fato de termos escolhido um curso à distância se fez presente nas compreensões que resultaram da análise e interpretação dos dados da pesquisa. Quanto a isso, podemos dizer que sim.

Para explicitar a importância da Informática na análise e interpretação das vivências que constituem a própria pesquisa, precisamos nos voltar para os modos pelos quais se deram as percepções das vivências em termos subjetivos e intersubjetivos.

A Internet se fez presente para a pesquisadora na ação de preparar o conteúdo, objeto do curso e atualização do curso, de diferentes modos.

Os textos originais do autor escolhido – Freudenthal - também foram buscados na Internet, e então obtidos, e, para sua tradução para a língua portuguesa a pesquisadora se valeu de dicionários *online* e de *sites* onde pôde estudar conteúdos expostos pelo autor referenciado. Ao elaborar o projeto e o respectivo *design* do curso, as ferramentas oferecidas pelo *Moodle* também foram importantes. Além disso, conhecer o *Designer Instrucional Virtual* foi relevante para que o curso tomasse a forma que tomou.

Estar junto a 20 alunos que se encontravam em locais diferentes do Brasil, síncrona ou assincronamente, não teria sido viável, dada a característica do curso – extensão –, época em que foi ministrado e local onde a professora se encontrava. Há uma possibilidade grande desse curso, com essas características, não ser possível na modalidade presencial. Ele necessitava de períodos de tempo para os alunos lerem, compreenderem os textos e, então, se expressassem a respeito. Isso era preciso pois o autor estudado não era conhecido pela maioria dos alunos e os textos eram densos em seu conteúdo. O curso teve duração de dois meses, o que também dificultaria uma versão presencial.

Trabalhar com a Internet, muito provavelmente, foi relevante na constituição dos dados, mas não há como explicitar, mediante relatos, essa compreensão, uma vez que essa pesquisa não se propõe a comparar seus dados constituídos a de outras investigações que se desenvolvam em outros ambientes.

Entendemos, portanto, que o fato de não ter sido articulada uma Ideia Nuclear que trate da presença da Internet não se trata de essa presença não ser importante, porém de ela se constituir junto ao solo em que a investigação se deu, passando como o *aí dado* ou o *já aí estando* na familiaridade com o que está a nossa volta, possibilitando não pôr-nos perplexos sobre isso que vivenciamos.

Caminhando para finalizar esse trabalho investigativo, o que não quer dizer seu encerramento, mas uma finalização de um trabalho a ser apresentado, defendido mas que não tem um ponto final, continuando no horizonte de interrogações da pesquisadora, sentimos ser importante apontar o desvelado em trabalhos prévios de outros autores sobre a produção do conhecimento de matemática de sujeitos com computadores.

Pesquisamos autores que se debruçassem em estudos sobre a produção de conhecimento matemático com mídias. Em sua grande maioria, a referência sobre esse assunto é o constructo de Borba e Villareal (2005), seres-humanos-com-mídias. Borba e Penteado (2007) adotam

[...] uma perspectiva teórica que se apoia na noção de que o conhecimento é produzido por um coletivo formado por seres-humano-com-mídias, ou seres-humanos-com-tecnologias e não, como sugerem outras teorias, por seres humanos solitários ou coletivos formados apenas por seres humanos. (BORBA, PENTEADO, 2007, p. 48)

E descrevem, nessa obra, “[...] experimentos de ensino onde é possível se pensar como o conhecimento é produzido quando diferentes mídias são utilizadas.”

Em nossa pesquisa, não nos afastamos dessa concepção. Buscamos compreender o que ela diz em termos epistemológicos e ontológicos. Nossa intenção se direcionou para a constituição do conhecimento que se dá ao estar-se com a tecnologia informática, com os cossujeitos e com o conhecimento já produzido e em produção nesse movimento, de uma determinada disciplina, em nosso caso a Matemática. Para tanto, caminhamos para além dos modos pelos quais essa produção se dá, descrita por autores referenciados neste trabalho, e focamos o *como* se constitui o conhecimento de matemática, estando-se junto a cossujeitos e computador. Esse *como* diz dos modos de se estar junto, o que solicita, ao mesmo tempo, a ação de fazer e de voltar-se sobre essa ação, dela dando-se conta e dizendo como se deu.

Fenomenologicamente, esse é o movimento de penetrar-se na ação de dar-se conta do que se está realizando, escavando camadas da constituição focada.

Enfocamos, por esse motivo, o *dar-se conta do que fazemos*, o *perceber-se percebendo* e o registro desse ato perceptivo no primeiro nível de consciência. Essa percepção se dá no *agora* e é enlaçada no fluxo das vivências junto aos atos articuladores de comunicação que são solicitados nesse movimento. A consciência realiza esses atos na subjetividade do sujeito, avançando a constituição de conhecimento ao trazer também as compreensões que os cossujeitos expressam e o compreendido na circunvizinhança do seu olhar. Sendo assim, os atos perceptivos podem estar relacionados às dimensões psicológica, cognitiva e espiritual, não se mostrando exclusivamente subjetivos, uma vez que enlaçam o percebido, seu entorno, a linguagem, a cultura, outros seres vivos e a natureza.

Entendemos que há um fluxo da consciência que se faz pela conservação do presente que nos indica que haverá algo que o sucederá. Há um fluir nas vivências que revela a duração dos atos, revelando o escoar do tempo, o que nos faz compreender que não se trata do tempo que acolhe o fluxo, mas que o tempo se dá no fluxo. As vivências duram e vão escorregando do momento do *agora*, em que a ação está sendo realizada, para o *já foi* e antecipando ações delineadas na antevisão do porvir intencionado. O fluxo da consciência se revela, então, em sua continuidade, onde o presente pressupõe o passado e traz para si o futuro. Ao deslizar do *agora* para o *já foi* a realização do ato de recordar, a lembrança, possibilita re-viver o realizado no momento presente (no *agora*) que já passou. Bicudo (2016) nos diz que estes atos possibilitam a “[...] repetição de uma produção real, gestando a auto-evidência da identidade.” (p.39). A ilimitada capacidade de repetição da auto-evidência constitui uma cadeia de repetições e, então, uma identidade da estrutura dos feitos se constitui. De acordo com Ales Bello (2012), na recordação, o percebido, embora não seja perceptível em *carne e osso*, está presente ao seu modo.

Compreendemos então que a constituição do conhecimento é um movimento complexo que abrange a presentificação do ato do sujeito (do fazer) que se dá no *agora*, passível de ser revivido intencionalmente na lembrança, fazer esse que é enlaçado por desafios percebidos ao se estar-com-o-outro, cossujeitos, em uma espacialidade materializada de modos específicos (no caso dessa investigação, pelos textos, pela informática e pelo respectivo aparato científico-tecnológico, bem como pela proposta do curso à distância). Abrange, ainda, a busca de sentido que isso que está em constituição faz para o sujeito que indaga pelo que diz para ele. É um movimento que avança em profundidade pelas camadas

escatológicas, realizado nos atos de reflexão, voltando-se sobre o vivenciado, retomando-o na busca pelo sentido que faz para si (sujeito que indaga) e para o entorno em que a interrogação surgiu e se manteve com força, sendo.

Nas figuras que se seguem (FIGURA 2, FIGURA 3, FIGURA 4, FIGURA 5) procuramos representar a constituição do conhecimento, onde é ressaltada a importância do Fluxo da Consciência, do Fluxo das Vivências, das lembranças e da busca do sentido impulsionada pela reflexão sobre o vivenciado. A representação tem como objetivo auxiliar na compreensão do solo onde nos movemos para constituir as compreensões apresentadas nesta pesquisa.

Visando explicitar o *como* se constitui o conhecimento matemático, estando junto a cossujeitos, na realidade do ciberespaço, entendemos que nossa pesquisa se desenvolve em uma direção que aprofunda compreensões a respeito dos modos pelos quais se dá a produção de conhecimento pelos seres humanos com mídias.

FIGURA 2 – A CONSTITUIÇÃO DO CONHECIMENTO

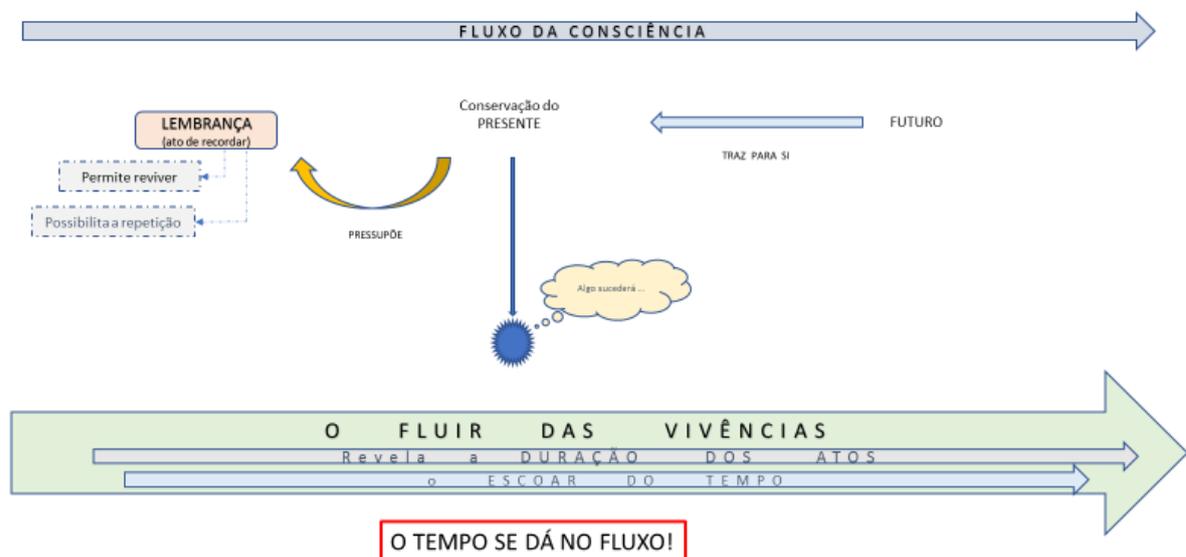


FIGURA 3 – O FLUXO DAS VIVÊNCIAS

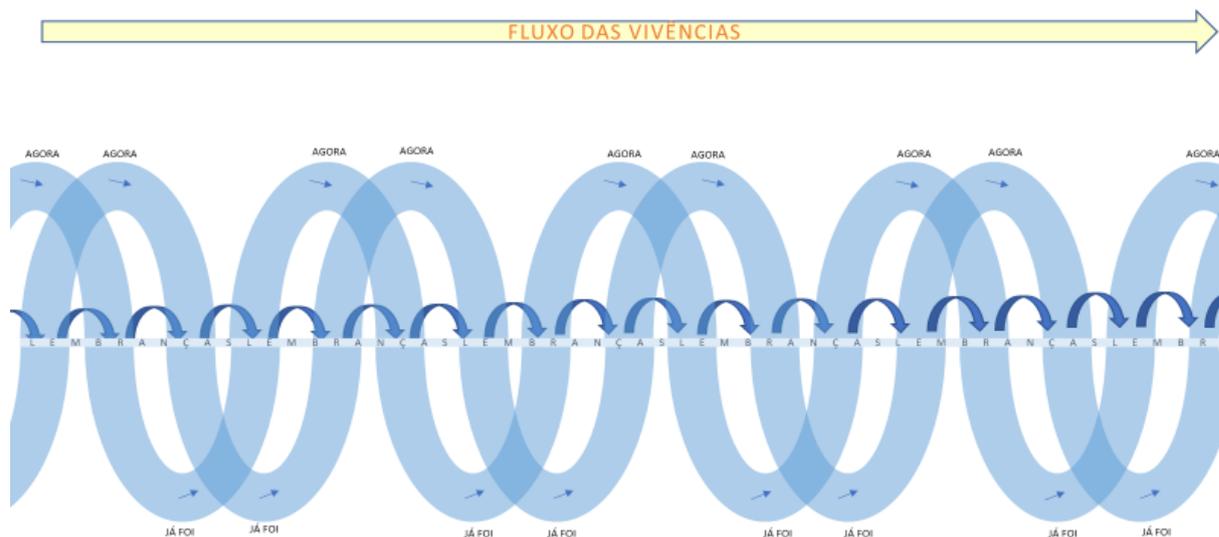


FIGURA 4 – A LEMBRANÇA

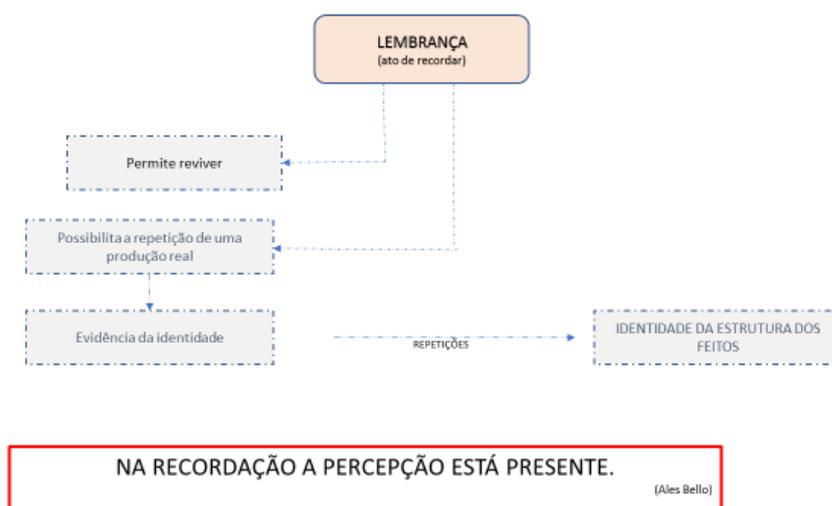
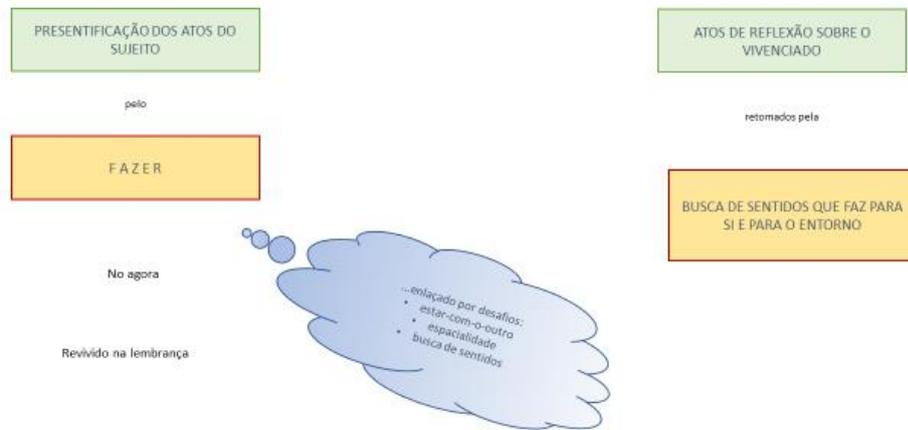


FIGURA 5 – A BUSCA DE SENTIDO



## REFERÊNCIAS

ABBAGNANO, N. **Dicionário de Filosofia**. Tradução de Alfredo Bosi e Ivone Castilho Benedetti. 6 ed. São Paulo: WMF Martins Fontes, 2012.

ALES BELLO, A. **Introdução à fenomenologia**. Tradução Ir. Jacinta Turolo Garcia e Miguel Mahfond. Bauru: EDUSC, 2006.

ALES BELLO, A., MANGANARO, P. ... e la conciencia? **Fenomenologia Psicopatologia Neuroscienze**. Roma: Edizione Giuseppe Laterza, 2012.

ALES BELLO, A. **Pessoa e comunidade : comentários: psicologia e ciências do espírito de Edith Stein**. Tradução Miguel Mahfoud e Ir. Jacinta Turolo Garcia. Belo Horizonte: Editora Artesã, 2015.

ANASTÁCIO, M.Q.A., BARROS, N.M.C. Formação de professores a distância: é possível aprender matemática? In: **Ciberespaço: possibilidades que abre ao mundo da educação**. São Paulo: Livraria da Física, 2014, p.283 – 311.

ARISTÓTELES. **Metafísica**. Tradução de Edson Bini. Bauru: Edipro, 2012.

ARISTÓTELES. **Metafísica**. Biblioteca dos séculos. Tradução de Leonel Vallandro. Petrópolis: Editora Globo, 1969.

BAIRRAL, M.A. **Discurso, interação e aprendizagem matemática em ambientes virtuais a distância**. Seropédica: Editora Universidade Rural, 2007.

BARBARIZ, T.A.M. **Vivências e Subjetividades: ser professor-informático**. Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Juiz de Fora, Programa de Pós-graduação em Educação. Juiz de Fora, 2009.

BAUMANN, A.P.P. **A atualização do projeto pedagógico nos cursos de formação de professores de matemática dos anos iniciais do ensino fundamental: licenciatura em Pedagogia e licenciatura em Matemática**. Tese (doutorado) - Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas. Rio Claro, 2013.

BICUDO, M. A. V. Um discurso comemorativo de Martin Heidegger (traduzido a partir da versão para a língua inglesa do Memorial Address in Heidegger, Martin; Discourse on Thinking; New York; Harper Torchbooks; 1966). Leopoldinaum - **Revista de Estudos e Comunicações da Universidade Católica de Santos**. Santos: Universidade Católica de Santos. v. X, n.28, p. 19-28, 1983.

BICUDO. M.A.V. Possibilidades de trabalhar a Educação Matemática na ótica da concepção heideggeriana de conhecimento – **Quadrante – Revista Teórica e de Investigação**, volume 5, número 1, 1996.

BICUDO, M.A.V. A perplexidade: ser-com-o-computador e outras mídias. In **Ciberespaço: possibilidades que abre ao mundo da educação**. São Paulo: Livraria da Física, 2014, p. 37 – 66.

- BICUDO, M.A.V. Sobre história e historicidade em Edmund Husserl. **Fenomenologia e Direito - Cadernos da Escola da Magistratura Regional Federal da 2ª Região - EMARF**. v.9, n. 1, 2016.
- BICUDO, M.A.V. (org.) **Filosofia da educação matemática: fenomenologia, concepções, possibilidades didático-pedagógicas**. São Paulo: Editora UNESP, 2010.
- BICUDO, M.A.V. (org.) **Pesquisa qualitativa segundo a visão fenomenológica**. São Paulo: Cortez, 2011.
- BICUDO, M.A.V. (org.) **Ciberespaço: possibilidades que abre ao mundo da educação**. São Paulo: Livraria da Física, 2014.
- BICUDO, M.A.V., ROSA, M. **Realidade e cibernundo: .** Canoas: Ed. ULBRA, 2010.
- BORBA, M. C.; PENTEADO, M. G. **Informática e educação matemática**. 3. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2007.
- BORBA, M.C., MALHEIROS, A.P.S., ZULATO, R.B.A. **Educação a distância online**. 2.ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2008.
- CHANGEUX, J. , CONNES, A. **Matéria e Pensamento** – Tradução de Luiz Paulo Rouanet. - São Paulo: Editora da UNESP, 1996.
- COELHO, F.S. **Um estudo sobre licenciatura de matemática oferecida na modalidade à distância**. 2015. 382 p. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática. 2015.
- COELHO, F.S., BICUDO, M.A.V. Humanos-com-mídia: uma leitura hermenêutica de seu significado. In **Ciberespaço: possibilidades que abre ao mundo da educação**. São Paulo: Livraria da Física, 2014. p. 67 – 91.
- CUNHA, A.G. **Dicionário etimológico da língua portuguesa**. 2 ed. 9 reimp. Rio de Janeiro: Nova Fronteira, 1997.
- DERRIDA, Jacques. **A voz e o fenômeno: introdução ao problema do signo na fenomenologia de Husserl**. Tradução de L. Magalhães. Rio de Janeiro: Jorge Zahar, 1994.
- DESCARTES, R. **Meditações**. Coleção Os Pensadores, 3.ed. São Paulo: Abril Cultural, 1983.
- DETONI, A.R. O estar-presente a distância: possíveis contribuições de Martin Heidegger. In **Ciberespaço: possibilidades que abre ao mundo da educação**. São Paulo: Livraria da Física, 2014. p. 93 – 108.
- EDITH STEIN. In: WIKIPÉDIA, a enciclopédia livre. Flórida: Wikimedia Foundation, 2015. Disponível em: <[https://pt.wikipedia.org/w/index.php?title=Edith\\_Stein&oldid=44070757](https://pt.wikipedia.org/w/index.php?title=Edith_Stein&oldid=44070757)>. Acesso em: 5 dez. 2015.
- EDMUND HUSSERL. In: WIKIPÉDIA, a enciclopédia livre. Flórida: Wikimedia Foundation, 2015. Disponível em:

<[https://pt.wikipedia.org/w/index.php?title=Edmund\\_Husserl&oldid=44094818](https://pt.wikipedia.org/w/index.php?title=Edmund_Husserl&oldid=44094818)>. Acesso em: 5 jan. 2016.

FEIJOO, A.M.L.C. **A Influência das Ideias de Brentano na Psicologia Fenomenológico-Existencial**. 1999. Disponível em <<http://www.existencialismo.org.br/jornalexistencial/anainfluencia.htm>>. Acesso em: 05 dez.2015.

FIGUEIREDO, O.A. A questão do sentido em computação. In **Ciberespaço: possibilidades que abre ao mundo da educação**. São Paulo: Livraria da Física, 2014, p. 109 – 149.

GRANGER, G.G. **Le probable, le possible et le virtuel**. Paris: Odile Jacob, 1995.

HEIDEGGER, M. **Sobre a essência do fundamento**. Tradução de Ernildo Stein. São Paulo: Livraria das Cidades, 1971.

HEIDEGGER, M. **Ser e tempo**. Tradução de Marcia Sá Cavalcanye Schuback. 3 ed. Petrópolis: Editora Vozes, 1986.

HEIDEGGER, M. **A caminho da linguagem**. Tradução de Marcia Sá Cavalcanye Schuback. 7 ed. Petrópolis: Editora Vozes, 2015.

HUSSERL, Edmund. **Ideas relativas a una fenomenología pura y una filosofía fenomenológica: investigaciones fenomenológicas sobre la constitución**. Tradução de A. Zirión Q. 2. ed. México: Instituto de Investigaciones Filosóficas, 2005.

HUSSERL, E. **Ideias para uma fenomenologia pura e para uma filosofia fenomenológica; introdução geral à fenomenologia pura**, tradução M.Suzuki. São Paulo: Ideias e Letras, 2006.

HUSSERL, E. **A crise das ciências europeias e a fenomenologia transcendental: uma introdução à filosofia fenomenológica**, Tradução Diogo Falcão Ferrer. 1 ed. Rio de Janeiro: Forense Universitária, 2012a.

HUSSERL, E. **Investigações lógicas**. Tradução Pedro M.S. Alves e Carlos Aurélio Morujão. 1 ed. Rio de Janeiro: Forense Universitária, 2012b.

HUSSERL, E. **Meditações cartesianas e conferências de Paris**. Tradução Pedro M.S. Alves. 1 ed. Rio de Janeiro: Forense Universitária, 2013.

KENSKI, V.M. **Tecnologias e ensino presencial e a distância**. 9 ed. Campinas: Papirus, 2010.

LÉVY, P. **Cibercultura**. Tradução Carlos Irineu da Costa. 6. reimp. São Paulo: Ed. 34, 2007.

MALTEMPI, M.V. Educação matemática e tecnologias digitais: reflexões sobre prática e formação docente. **Acta Scientiae**. Canoas: ULBRA, v.10, n.1, jan/jun, 2008.

MARTINS, J. & BICUDO, M.A.V. **A Pesquisa Qualitativa em Psicologia: fundamentos e recursos básicos**. 5 ed. São Paulo: Centauro, 2005.

MORA, J.F. **Diccionario de Filosofia**. Tomo III (K – P). São Paulo: Loyola, 2001a.

MORA, J.F. **Diccionario de Filosofia**. Tomo IV (K – P). São Paulo: Loyola, 2001b.

NICOLETI, T. **Nova Ortografia - Hífen evita colisão de vogais idênticas e separa termos iniciados por "h"**. - Disponível em: <<http://educacao.uol.com.br/dicas-portugues/ult2781u871.jhtm>>. Acesso em 03 out. 2015.

**NORBERT WIENER**. In: WIKIPÉDIA, a enciclopédia livre. Flórida: Wikimedia Foundation, 2015. Disponível em: <[https://pt.wikipedia.org/w/index.php?title=Norbert\\_Wiener&oldid=43379334](https://pt.wikipedia.org/w/index.php?title=Norbert_Wiener&oldid=43379334)>. Acesso em: 13 set. 2014.

ROSS, Sir D. A metafísica de Aristóteles. In **Metafísica**. Porto Alegre: Editora Globo, 1969, p. 15 – 32.

**TEORIA DA INFORMAÇÃO**. In: WIKIPÉDIA, a enciclopédia livre. Flórida: Wikimedia Foundation, 2015. Disponível em: <[https://pt.wikipedia.org/w/index.php?title=Teoria\\_da\\_informa%C3%A7%C3%A3o&oldid=43750917](https://pt.wikipedia.org/w/index.php?title=Teoria_da_informa%C3%A7%C3%A3o&oldid=43750917)>. Acesso em: 5 jan. 2016.

WIENER, N. **Cibernética e Sociedade: o uso humano de seres humanos**. Tradução de José Paulo Paes. São Paulo: Editora Cultrix, 2.ed., 1954.

ZULATTO, R.B.A., BORBA, M.C. **Diferentes mídias, diferentes tipos de trabalhos coletivos em cursos de formação continuada de professores a distância: pode me passar a caneta, por favor?** In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 3. 2006, Águas de Lindóia. **Anais eletrônicos ...** Curitiba: UFPR, 2006. Disponível em: <<http://www.sbembrasil.org.br/files/sipemIII.pdf>>. Acesso em 02 out. 2015.

**APÊNDICE 1 – Constituição das Unidades de Significado – 1º momento**

Registros da pesquisadora-sujeito, idealizadora e professora no curso <i>Geometria: do que trata?</i>					
Descrição das Vivências	US	Excerto Hermenêutico	Compreendendo o dito	O que é dito	USg
REGISTRO 1					
<u>A tarefa de escrever sobre reflexões que um trabalho com a Geometria e com um curso à distância pode desencadear, me pareceu difícil</u> a partir da proposta deste registro como material para minha pesquisa de doutorado. Senti insegurança.	001		A pesquisadora-sujeito da pesquisa sente ser difícil descrever o observado em si mesma ao longo do curso.	Percepção de dificuldade na descrição de si mesma e insegurança.	001
Embora esse sentimento fosse constante, a preparação do curso foi evoluindo. Da ideia inicial do tema – Geometria – e de um planejamento de uma ementa óbvia e que me parecia atraente ao público-alvo, pouco a pouco o projeto tomou outros rumos.		<b>Hans Freudenthal</b> – matemático alemão, criador da Matemática Realística.			
<u>As leituras dos textos de Hans Freudenthal começaram a fazer sentido como solo para desenho de um curso mais interessante, que traz inovações em termos de referência bibliográfica, de modo de compreender, de estudar e de refletir a Geometria e, ainda, na maneira de ensinar essa matemática.</u>	002	<b>Mais interessante</b> – diferente do usual.  <b>Burocráticas</b> – administrativas.	As leituras de Freudenthal provocaram <i>insights</i> na pesquisadora, já que mostraram inovações com relação à maneira costumeira de se aprender e de ensinar Geometria.	A leitura do autor abriu possibilidades para a criação de um curso diferenciado.	002
<u>Muitas providências burocráticas se fizeram necessárias</u> , como a busca da instituição que ofereceria a chancela ao trabalho, plataforma para operacionalização e certificação. A indicação de um colega de grupo de pesquisa me levou ao	003		A pesquisadora ficou ansiosa porque foram necessárias muitas providências de ordem administrativa que atrasaram o início do curso.	Foram necessários processos administrativos para a atualização do curso.	003

Registros da pesquisadora-sujeito, idealizadora e professora no curso <i>Geometria: do que trata?</i>					
Descrição das Vivências	US	Enxerto Hermenêutico	Compreendendo o dito	O que é dito	USg
<p><b>CECEMCA</b>, órgão do <b>IGCE</b> da <b>UNESP-RC</b>, que nos sinalizou com vínculo do curso à <b>Pro-reitoria de Extensão</b> da universidade. Resolvida essa escolha, passei às tratativas para a montagem do processo para aprovação da execução do curso: organização do planejamento definitivo e do seu cronograma. A próxima etapa foi a preparação do material a ser disponibilizado aos alunos na plataforma do curso. Para isso, comecei a trabalhar na tradução e na compreensão dos capítulos escolhidos do autor, que estão publicados em inglês.</p> <p><u>Palavra a palavra a tradução foi tomando forma de um texto. Mas, depois de sua primeira leitura, fui percebendo que faltavam ainda outras leituras, conversas com companheiros de estudo e com outros professores que estudam Geometria há mais tempo e de maneira mais ampliada.</u></p> <p>Ao longo das primeiras leituras, fui identificando temas, autores, conceitos que funcionavam como impulsionadores a novos estudos. A necessidade de estudar mais sobre Euclides, espaços afins, axiomática, dedutividade, objetos mentais, material concreto, por exemplo, me levou a pesquisas de textos e de fontes de consulta o mais confiáveis possível. <u>Os textos de Freudenthal me mostraram caminhos para pesquisas tanto no âmbito da Matemática como para</u></p>	004	<p><b>CECEMCA</b> – Centro de Educação Continuada em Educação Matemática, Científica e Ambiental.</p> <p><b>IGCE</b> – Instituto de Geociências e Ciências Exatas.</p> <p><b>UNESP</b> – Universidade Estadual Paulista.</p> <p><b>Pró-reitoria de Extensão da universidade</b> - área acadêmica que chancelou o curso.</p>	<p>A preparação do material para o curso envolveu a pesquisadora não só na tradução da língua inglesa, (visto que o livro se disponibiliza aos leitores para a língua portuguesa), mas também no estudo do texto e do conteúdo.</p>	<p>A preparação do curso foi complexa e teve algumas etapas</p>	004
<p><u>Os textos de Freudenthal me mostraram caminhos para pesquisas tanto no âmbito da Matemática como para</u></p>	005		<p>O estudo dos textos de Freudenthal mostrou para a pesquisadora novas perspec-</p>	<p>A importância da escolha do autor para trazer inovações</p>	005

Registros da pesquisadora-sujeito, idealizadora e professora no curso <i>Geometria: do que trata?</i>					
Descrição das Vivências	US	Enxerto Hermenêutico	Compreendendo o dito	O que é dito	USg
<u>reflexões sobre a própria Geometria como ciência, o espaço pensado sob diferentes perspectivas, e todos os temas que foram surgindo no desenvolvimento de ideias do autor.</u> Conhecer Freudenthal também fez parte desses estudos, assim como a sua Educação Matemática Realística.			tivas para aprender e ensinar Geometria	para o curso.	
<u>Os conceitos de Geometria e de Espaço me remeteram às aulas que eu preparava, quando trabalhava com turmas do ensino fundamental nas escolas municipais em Juiz de Fora.</u>	006		A pesquisadora teve lembranças de vivências anteriores, como aluna e como professora, o que certificou as novidades impressas na preparação do curso.	A leitura trouxe lembranças do vivenciado em situações em que se posicionou como aluna ou como professora.	006
<u>A amplitude do que é descrito nos textos como que abriam possibilidades de atividades junto aos alunos.</u> Ao mesmo tempo, lembrando-me dos meus colegas, professores de Matemática, com quem dividia as aulas naquelas escolas, imaginava como poderiam ser diferentes nossos planejamentos da Geometria se tivéssemos estudado juntos o que Freudenthal escreveu e exemplificou sobre isso.	007		O estudado pela pesquisadora se mostra inovador como prática pedagógica.	Possibilidades pedagógicas que se mostram.	007
<u>Muitas novas ideias para a abordagem inicial dessa parte da Matemática afloram ao ter contato com a forma como o autor a trata.</u> Junto a tudo isso, não podia perder o foco do objetivo das leituras e dos estudos e, por isso, possibilidades de conversas e de formulações de fóruns passaram a ser constantes.	008		A abordagem da Geometria propiciou muitas ideias de como aprendê-la e como ensiná-la.	A abordagem da Geometria abrindo possibilidades.	008
<u>Em meio a tudo isso, percebi que uma nova Geometria começava a constituir-se.</u>	009	<b>Nova Geometria</b> – uma Geometria diferente da que a	A pesquisadora percebe muita novidade na Geometria que o	Percepção de um novo modo de compreender	009

Registros da pesquisadora-sujeito, idealizadora e professora no curso <i>Geometria: do que trata?</i>					
Descrição das Vivências	US	Enxerto Hermenêutico	Compreendendo o dito	O que é dito	USg
Uma nova perspectiva para conceitos há muito estudados e com os quais lidei na prática docente começou a tomar o lugar de uma Geometria feita de definições, de teoremas e de exercícios prontos.		pesquisadora já tinha estudado.	autor descreve e explicita.	Geometria.	
REGISTRO 2					
<u>Um trabalho, totalmente, novo e que vai exigir um esforço para tornar rotina falar sobre o que estou fazendo no momento em que estiver fazendo.</u>	010		A pesquisadora se dá conta da dificuldade que é descrever o que está fazendo enquanto está fazendo.	Percepção do que faz enquanto faz.	010
<u>Essa dificuldade resultou na falta de registro gravado em alguns acessos ao ambiente do curso antes da data do seu início, na preparação, ou mesmo ao responder postagens no fórum inicial. Por essa falta, é preciso, a partir da minha memória, registrar esses acessos.</u>	011		A falta de prática em fazer registros levou a pesquisadora a não gravar todas as suas ações durante a preparação do curso. Isso ocasionou registros a partir das lembranças.	A lembrança como fonte para as descrições do vivenciado.	011
Com o vislumbre possibilitado pela lembrança, examinei o ambiente onde estava sendo preparado o curso, Apesar de todas as minhas experiências anteriores com o Moodle, <u>ver ali tomando forma o material que durante todos esses meses venho preparando é, sem dúvida, uma emoção.</u>	012		A pesquisadora se sente feliz ao ver que seu trabalho está sendo produtivo e está se tornando um bom curso.	A afetação psicológica da pesquisadora.	012
<u>Aos poucos, fui tomando intimidade com as cores, com as formas, com os modos de tudo aquilo ir assumindo seu lugar no espaço virtual... nossa! Isso foi muito bom mesmo!</u>	013	<b>Espaço virtual</b> – espaço possibilitado pelo computador.	A concretização do curso, por meio de sua efetiva integração na plataforma provoca entusiasmo na professora.	Sentimento de satisfação da pesquisadora.	013
Depois do susto pela quantidade de pessoas interessadas no curso – 160 –					

Registros da pesquisadora-sujeito, idealizadora e professora no curso <i>Geometria: do que trata?</i>					
Descrição das Vivências	US	Enxerto Hermenêutico	Compreendendo o dito	O que é dito	USg
(que, particularmente, deu certa insegurança, quando comecei a fazer a divulgação na rede social), o exame da lista e dos documentos enviados foi me tranquilizando e me clareando o caminho que deveria seguir para selecionar os alunos da turma. Em alguns casos, assumi riscos por falta de clareza nos documentos em confronto ao perfil que definimos. <u>Mas o interesse demonstrado pela resposta imediata à chamada do curso me animou a assumir as variações que foram se apresentando.</u>	014		A pesquisadora ficou animada com o interesse pelo curso, ao iniciar a sua divulgação.	O que se mostra na possibilidade de atualização do curso	014
<u>Interessante observar como nossa memória funciona, ao iniciarmos uma atividade com que já estivemos envolvidos, há reconhecimento das rotinas e dos modos de fazer.</u> Ao entrar no ambiente como professora do curso, responsável pela relação que ali se estabelecia, pelo desenvolvimento do conteúdo, pela atenção aos alunos, um filme se passou na minha cabeça; pois, ao responder às mensagens do fórum foi como voltar no tempo, foi como estar novamente tutora responsável por acompanhar um grupo de alunos e passar as orientações para eles. <u>Só que agora tenho mais autonomia e domínio do espaço. É como tomar posse. É como estar em meu território.</u>	015		Ao mesmo tempo em que a pesquisadora se vê no movimento de atualização do curso, lembranças da atividade com a qual já estivera envolvida afloram, conduzindo-a a reconhecimentos das rotinas e dos modos de fazer próprios à situação que estava vivenciando.	Lembranças de vivências deflagradas na realização da atividade.	015
<u>Só que agora tenho mais autonomia e domínio do espaço. É como tomar posse. É como estar em meu território.</u>	016		A pesquisadora se dá conta de que está vivenciando experiências e, ao mesmo tempo, vivencia lembranças de experiências semelhantes vividas.	Dar-se conta da lembrança de vivências na temporalidade do vivenciado.	016
REGISTRO 3					

Registros da pesquisadora-sujeito, idealizadora e professora no curso <i>Geometria: do que trata?</i>						
Descrição das Vivências	US	Enxerto Hermenêutico	Compreendendo o dito	O que é dito	USg	
Fiz um acesso à plataforma para verificar as mensagens dos fóruns. <u>Tentei fazer uma gravação de voz, mas o programa não funcionou como o esperado.</u>	017	<b>Programa</b> – aplica-tivo utilizado no computador, <i>Software</i> .	A tecnologia atrapalha a atualização do curso pela pesquisadora.	Entraves provenientes do aparato tecnológico.	017	
<u>Constatarei 10 mensagens novas no fórum de Ambientação.</u> Para as mensagens dos alunos que se apresentaram, eu enviei uma mensagem, agradecendo e fazendo algum comentário, que fosse condizente com o que o aluno descreveu. Além disso, verifiquei que a Aula 1 já está disponível, mas que nenhum aluno ainda respondeu aos fóruns.	018		A professora, em sua atuação, verifica que o curso está em andamento.	Facticidade na realização do curso.	018	
<u>Como ainda não estamos fazendo discussões sobre os textos, minha atenção se volta para o funcionamento da plataforma e do curso.</u> Ainda, nada me levou a pensar, especificamente, sobre Geometria ou Matemática.	019		<b>Plataforma</b> – local onde o curso é disponibilizado aos alunos e onde ocorrem as trocas de mensagens.	O curso está em andamento, mas a professora ainda precisa estar voltada às questões do <i>como agir</i> no papel de professora.	Dar-se conta do cuidado com o que está realizando.	019
REGISTRO 4 <u>Muita ansiedade me toma!</u> Consulto várias vezes a plataforma, mas nenhuma mensagem aparece nos fóruns, nenhuma Geometria para discutir. Isso está me deixando muito nervosa! Por que ninguém posta nada? Resolvi enviar uma mensagem a todos, falando sobre a importância da discussão para o sucesso do curso e sobre a dinâmica (mais uma vez!). Reforço: será que é disso que precisam? Incentivo? Mais contato? Não sei. Achava que o	020			A pesquisadora se mostra ansiosa com o que vai se passando na plataforma do curso.	Dar-se conta do modo de sentir em nível psicológico	020

Registros da pesquisadora-sujeito, idealizadora e professora no curso <i>Geometria: do que trata?</i>					
Descrição das Vivências	US	Enxerto Hermenêutico	Compreendendo o dito	O que é dito	USg
<p>interesse da inscrição ainda permaneceria depois do curso iniciado. Falei também das atividades do Glossário, dos textos e dos filmes que complementam o material, mas o que surtiu algum efeito? Vamos ver! Finalmente! Às 21h, verifico que já temos algumas postagens! Que bom!</p> <p>REGISTRO 5</p> <p><u>Estou muito aflita com o andamento do curso. Hoje estamos colocando a segunda aula na plataforma e a sensação é a de que as pessoas inscritas não estão levando o curso tão a sério quanto eu gostaria.</u></p> <p><u>Mas, enfim, os cursos à distância têm essa característica.</u></p> <p><u>Mas isso me incomoda.</u> Incomoda-me também estarem citando outros autores. Acho que não ficou bem compreendido que a intenção é estudar o Freudenthal. Estão sendo buscados outros textos ao invés de serem expressas as reflexões originais dos alunos.</p> <p><u>Tudo isso me preocupa com relação à minha pesquisa. Apesar de estarem surgindo outros autores, não tenho refletido, especificamente,</u></p>					
	021		O que se passa no curso deixa a professora muito aflita, já que nem todas as pessoas que se inscreveram estão acompanhando as aulas como ela esperava.	O que acontece na atualização do curso não corresponde ao esperado.	021
	022		Pela prática e pelo estudado, a pesquisadora acredita que o curso transcorre com normalidade, em relação aos demais relatados na academia.	A atualização do curso mostra-se consoante à perspectiva.	022
	023		Apesar de previsto na bibliografia estudada a pesquisadora se sente incomodada com o que acontece no curso.	Desassossego que se mostra na vivência.	023
	024		A pesquisadora se vê mais voltada às atividades de professora do curso do que as que se referem à pesquisa	O foco está mais nas atividades de ensino do que no conhecimento	024

Registros da pesquisadora-sujeito, idealizadora e professora no curso <i>Geometria: do que trata?</i>					
Descrição das Vivências	US	Enxerto Hermenêutico	Compreendendo o dito	O que é dito	USg
<p><u>sobre aspectos da Geometria novos para mim. Tenho sempre a impressão de que estou muito voltada às tarefas de professora ou de coordenadora do espaço e da atividade, e que essa minha atenção ainda não percebeu nada que fosse aprendido de Geometria. Está me parecendo mais um processo burocrático do que um processo de constituição de conhecimento geométrico. Por outro lado, pensando melhor, todo esse envolvimento me transforma. São experiências novas. Mas que sentido estão fazendo em mim? O que parece não estarem me trazendo coisas novas para aprender, no âmbito da Geometria, pode, sim, me acrescentar um “saber promover um curso à distância” ou “como lidar com essa especial relação virtual”.</u></p> <p><u>Uma grande preocupação que me aflige parece estar ligada à minha questão investigativa, que inclui o conhecimento matemático. Descolar disso pode me desviar do objetivo central de todo esse trabalho. Mas penso: será que tudo isso poderá me levar a outros questionamentos interessantes ou importantes? Preciso seguir e ver no que dá. Preciso continuar com o mesmo fôlego, pois pode ser que ainda surjam discussões sobre aqueles tópicos que achei interessantes, quando estudei os textos de Freudenthal.</u></p> <p><u>Talvez os sentimentos e as sensações que senti naqueles dias de estudo e pesquisa –</u></p>	025	<p><b>Espaço</b> – local delimitado, destinado à operacionalização de um determinado programa em um computador.</p>	<p>que realiza, pelo fato de não perceber conhecimento matemático se constituindo na temporalidade da atualização do curso.</p> <p>A pesquisadora percebe-se modificada pela prática que está vivenciando, enquanto o curso se atualiza.</p>	<p>geométrico que pode se constituir.</p> <p>Percepção de alteração no modo de ser professora à distância.</p>	025
<p><u>Uma grande preocupação que me aflige parece estar ligada à minha questão investigativa, que inclui o conhecimento matemático. Descolar disso pode me desviar do objetivo central de todo esse trabalho. Mas penso: será que tudo isso poderá me levar a outros questionamentos interessantes ou importantes? Preciso seguir e ver no que dá. Preciso continuar com o mesmo fôlego, pois pode ser que ainda surjam discussões sobre aqueles tópicos que achei interessantes, quando estudei os textos de Freudenthal.</u></p>	026		<p>A pesquisadora está preocupada com sua pesquisa em si porque não evidencia a constituição de conhecimento matemático, enquanto atualiza o curso. Parece que as questões práticas estão encobrindo o verdadeiro objetivo da idealização e da atualização do curso.</p>	<p>Dá-se conta da preocupação com relação à concretização do projeto de pesquisa.</p>	026
<p><u>Talvez os sentimentos e as sensações que senti naqueles dias de estudo e pesquisa –</u></p>	027		<p>A pesquisadora se dá conta que as atividades de preparação do</p>	<p>Abertura de horizontes.</p>	027

Registros da pesquisadora-sujeito, idealizadora e professora no curso <i>Geometria: do que trata?</i>					
Descrição das Vivências	US	Excerto Hermenêutico	Compreendendo o dito	O que é dito	USg
<p><u>sozinha e com o Adlai – possam ser, ou não, os momentos de aprendizado matemático que, de uma forma ou de outra, incluíram o trabalho no computador, quer pesquisando, quer organizando os conteúdos do curso.</u></p> <p>REGISTRO 6</p> <p>Hoje minha grande preocupação é com o sumiço dos alunos. Apesar de já estar na plataforma a chamada para o encontro online de amanhã, ninguém se pronuncia. E, além disso, só uma aluna respondeu a umdos quatro fóruns. Dediquei-me a preparar o <b>encontro</b>, separando as imagens e gravando o texto. A leitura do texto me recorda meus estudos, a tradução, as revisões. Também a dúvida sobre <b>Euclides</b> ter usado o termo “espaço” ou não, que foi esclarecida pelo <b>Prof. Henrique</b>. As ideias de espaço, de novo, tomaram conta do meu pensamento e das minhas reflexões.</p> <p><u>Foi bom rever esse resumo. Não percebi um insight significativo sobre os temas estudados, mas refleti mais sobre o que Freudenthal trouxe sobre o conceito de espaço e as relações entre Geometria e o espaço em que vivemos.</u></p> <p>REGISTRO 7</p> <p>Apesar de certo sentimento de decepção, a segunda aula</p>	028	<p><b>Adlai</b> – Professor Doutor Adlai Ralph Detoni; auxiliou a pesquisadora em seus estudos dos textos de Hans Freudenthal.</p> <p><b>Encontro</b> – refere-se ao encontro síncrono que ocorria no curso.</p> <p><b>Euclides</b> – Euclides de Alexandria; matemático, considerado o pai da Geometria.</p> <p><b>Prof. Henrique</b> – Professor Doutor Henrique Lazari; auxiliou nas dúvidas a respeito de Espaço e Geometria.</p>	<p>curso também podem ser interpretadas como vivência da pesquisa.</p> <p>A professora se sente recompensada pelos estudos a que se dedica ao preparar o material para o curso, percebendo que, ao refletir sobre a geometria, abriram-se modos diferenciados de compreendê-la.</p>	<p>Ampliação de compreensões de conceitos e relações geométricas.</p>	028

Registros da pesquisadora-sujeito, idealizadora e professora no curso <i>Geometria: do que trata?</i>					
Descrição das Vivências	US	Enxerto Hermenêutico	Compreendendo o dito	O que é dito	USg
foi bem interessante. <u>Com a única aluna que conseguiu <b>conectar-se</b>, deu-se um diálogo profícuo.</u> Acho que algumas coisas são importantes para registrar como a nítida percepção de uma grande diferença entre estar conversando com uma aluna online, uma pessoa com quem nunca estive e que me dá a sensação de insegurança no modo de estar com a aluna, e estar com um aluno presencialmente, onde me sinto mais segura. <u>Foi uma sensação, um sentimento um tanto quanto desconfortável conversar com alguém que me pareceu muito distante. Não é a mesma coisa que conversar à distância com alguém com quem converso ao vivo em outras ocasiões.</u>	029	<b>Conectar-se</b> – ligar-se por meio da internet ao site on-de estava ocorrendo a comunicação.	A professora se sente satisfeita com a participação de uma única aluna na atividade síncrona.	A tecnologia dificultando a realização de atividades à distância.	029
Algumas vezes, as falas da aluna não estavam completamente dentro do que eu esperava. Às vezes, percebi que ela não entendia onde eu queria chegar. E, depois de alguma insistência, eu desistia de falar no assunto. <u>Torcia para que ela tivesse algum momento de reflexão posterior, para <b>alcançar</b> alguma coisa do que eu estava falando.</u>	030		A pesquisadora relata seu modo de estar, ao entrar em contato na modalidade a distância com uma pessoa que não conhece e com uma pessoa que já conhece.	A percepção de estar-com-o-outro na modalidade à distância que não conhecia em outra situação.	030
Com relação às questões de ensino de Geometria sobre as quais conversamos, notei que ela tem uma realidade bem diferente das escolas públicas. <u>Na <b>escola particular</b> onde ela atua, ela tem mais recursos materiais, e consegue fazer experimentos com as</u>	031		<b>Alcançar</b> – entender.	A professora se esforça para ser compreendida pela aluna que não conhece e que parece não estar entendendo o que ela fala.	Esforço para fazer-se clara ao outro.
	032	<b>Escola particular</b> – escola mantida por recursos privados	A professora justifica a diferença do fazer pedagógico pela diferença no tipo de escola em que um	A prática docente do professor de matemática, de acordo com a disponibilidade	032

Registros da pesquisadora-sujeito, idealizadora e professora no curso <i>Geometria: do que trata?</i>					
Descrição das Vivências	US	Enxerto Hermenêutico	Compreendendo o dito	O que é dito	USg
<p><u>crianças que não acredito possíveis na realidade das escolas públicas.</u>  <u>De qualquer forma, fiquei muito contente com as experiências que ela relatou, inclusive pelo trabalho que ela fez com as perguntas de Freudenthal junto aos alunos. Pedi o registro da experiência. Acho que isso vai acrescentar ao trabalho que estou fazendo com o curso.</u></p> <p>Em outros momentos, não senti muita profundidade no conhecimento de Geometria dessa aluna. E <u>não sei o quanto isso me levou a pensar que ela não realizava reflexões mais aprofundadas sobre o texto.</u> Mas, de modo geral, foi uma boa conversa.</p> <p>REGISTRO 8</p> <p>Fiquei muitos dias sem registrar nada; porque, praticamente, nada acontece. Nem no curso nem comigo. O que vale gravar aqui foi uma conversa que tive com a <b>Fabiana</b> do CECEMCA que conseguiu me dar um pouco de ânimo. <u>A falta de participação dos alunos foi me desanimando de uma maneira tão forte que temia abrir a plataforma e não ver nada de novo, ninguém nos fóruns.</u></p> <p>Depois da montagem do resumo das aulas 1 e 2, em formato de filme, postado no <b>Youtube</b> e divulgado antes do Encontro Síncrono do dia 25, animei-me em preparar outros para incentivar os alunos. A dificuldade técnica se agravou, mas consegui <b>colocar no ar</b> o resumo da</p>	033	<p>dos.</p> <p><b>Escolas públicas</b> – escolas mantidas pelo poder público</p>	<p>professor atua.</p> <p>A professora mostra-se satisfeita pelo aproveitamento do material disponibilizado pelo curso em uma aula presencial ministrada por uma das alunas.</p>	<p>material, onde atua.</p> <p>A valorização do planejado no curso como experiência didática dos alunos.</p>	033
	034		<p>A pesquisadora se questiona quanto à profundidade do material do curso e fica em dúvida se esta aluna, como outros alunos esteja compreendendo este material.</p>	<p>A dúvida sobre a compreensão do explicitado no conteúdo do curso.</p>	034
	035	<p><b>Fabiana</b> – Fabiana Marques, técnica do CECEMCA.</p> <p><b>Youtube</b> – site onde se pode assistir e obter filmes.</p> <p><b>Colocar no ar</b> – disponibilizar na <i>web</i>.</p>	<p>A professora mostra-se desmotivada pela ausência de participação dos alunos no curso.</p>	<p>O modo de estar: desânimo.</p>	035

Registros da pesquisadora-sujeito, idealizadora e professora no curso <i>Geometria: do que trata?</i>					
Descrição das Vivências	US	Enxerto Hermenêutico	Compreendendo o dito	O que é dito	USg
<p>Aula 3 no último dia de postagens.</p> <p>A Fabiana me deu a ideia de postar esses resumos ao longo da aula e criar fóruns para registro das respostas às perguntas formuladas, comentários sobre o grupo de aulas e outras perguntas. Ao invés de todos <b>entrem online</b> comigo eu passo a fazer uma transmissão no Youtube que todos podem assistir e comentar <b>on time</b> por escrito, nos comentários do próprio <i>Youtube</i>. Isso <b>alivia a conexão</b> e promove interação da mesma forma.</p> <p><u>Acho que vou ter que manter 2 computadores ligados ou ligar um outro monitor no meu. Vou ver como arranjo isso até a noite.</u></p> <p>Pareceu que aumentaram as contribuições nos fóruns e até interação entre as alunas, o que eu vinha pedindo insistentemente desde o princípio. A partir de outra sugestão da Fabiana, vamos abrir nova turma em julho com os inscritos em espera. Com mais experiência, acredito que a parte operacional vai fluir melhor e me deixar mais à vontade. Quanto à reflexão sobre a Geometria que rola nas leituras dos fórum e nos encontros com os alunos, parece que ela está ficando cada vez mais clara. Uma nova turma, acho que vai trazer mesmo mais clareza nesse processo comigo mesma.</p> <p><u>Ainda vejo que muito da ciência Geometria povoa meu pensamento, quando estou preparando o material destinado ao curso.</u></p>	036	<p><b>Entrarem online</b> - conectarem-se via internet.</p> <p><b>On time</b> – na mesma hora.</p> <p><b>Alivia a conexão</b> - torna a conexão mais fácil.</p> <p><b>Monitor</b> – dispositivo de saída de informações do computador.</p>	A pesquisadora intenciona modificar o recurso tecnológico, para melhorar a qualidade das atividades síncronas planejadas.	Modificações no modo de atualizar o projeto em decorrência de facticidades que criam dificuldades com o aparato tecnológico.	036
	037		A pesquisadora se dá conta de que, na vivência do preparo do material para o curso, a Geometria vai se	Dar-se conta do próprio aprender ao pensar a Geometria.	037

Registros da pesquisadora-sujeito, idealizadora e professora no curso <i>Geometria: do que trata?</i>					
Descrição das Vivências	US	Excerto Hermenêutico	Compreendendo o dito	O que é dito	USg
Lidar com o conteúdo promove essa imersão nos assuntos tratados que, de qualquer maneira, dizem respeito ao <u>estar-com-os-alunos numa situação virtual, num curso à distância.</u>	038		mostrando para ela.		
REGISTRO 9					
Terminei a digitação de muitas observações que fiz no meu caderno. <u>Uso um caderno porque nem sempre o computador está ligado e à disposição.</u>	039		A tecnologia informática nem sempre está à mão da pesquisadora, que, por isso, lança mão de outras maneiras de registrar suas vivências e suas lembranças.	<i>Estar-com-o-computador e estar-com-os-cossujeitos</i> se mostra na vivência do pensar o curso.	038
<u>A releitura de tudo o que está registrado me move a novos registros. Nesse processo, vou-me lembrando de outros sentimentos e de outras ocorrências ao longo desse período em que me volto à percepção do que vivencio ao estar na situação de professora em um curso à distância, lidando com conteúdo e modos de estar com osalunos e com a plataforma.</u>	040		Ao reler registros já feitos, retorna à pesquisadora a outras lembranças da vivência naquela temporalidade.	A inclusão da informática, como ferramenta para armazenamento de informações, depende de sua disponibilidade.	039
<u>Verificar que o período foi, relativamente, longo desde o último registro, assustou-me um pouco e me fez pensar e remexer na memória, retomar o que teria se passado para que eu não fizesse nenhuma observação e, desse modo, alguns fatos foram sendo lembrados.</u>	041		Passar algum tempo sem registrar suas vivências, provoca na pesquisadora o sentimento de não estar realizando a pesquisa como deveria; um sentimento de não-cumprimento de seu dever.	Outras lembranças se juntam no próprio processo de lembrar	040
Depois da conversa pessoalmente com a Fabiana,				Auto-questionamento da prática de registro.	041

Registros da pesquisadora-sujeito, idealizadora e professora no curso <i>Geometria: do que trata?</i>					
Descrição das Vivências	US	Enxerto Hermenêutico	Compreendendo o dito	O que é dito	USg
<p>lá no CECEMCA, ganhei novo ânimo para continuar. Estava muito ansiosa, nervosa e até triste. A dispersão dos alunos me deixou decepcionada. <u>Comparando com as minhas atitudes em relação ao compromisso de um curso à distância, fiquei me perguntando o que fez as pessoas demonstrarem interesse, enviarem documentos e até utilizarem as senhas para acesso ao curso 1 ou 2 vezes e, depois, sumirem sem dar nenhuma justificativa.</u></p>	042		A professora não compreende o motivo que leva as pessoas a se inscreverem num curso e o abandonarem sem motivo aparente, já que essa não é a sua própria atitude como aluna à distância.	A atitude do <i>outro</i> mostrando-se incompreensível à pesquisadora por ser diversa da praticada por ela mesma.	042
<p><u>Fiquei pensando se as boas-vindas não foram bem dadas, se a estrutura do curso em sua unidade de ambientação assustou, se a dificuldade de conexão, no momento inicial, afastou e desanimou as pessoas. Mas isso nunca irei saber!</u></p>	043		A pesquisadora faz conjecturas que justifiquem o abandono de alguns alunos, procurando motivos no que, a seu ver, não deu certo.	Busca de justificativas para as atitudes do <i>outro</i> na maneira pela qual as vivências comuns se deram.	043
<p>Seguindo em frente. <u>Observo que as pessoas não entram no fórum. Fico impressionada com isso!</u></p>	044		A professora, no acompanhamento das atividades dos alunos, percebe que não está havendo participação e isso a impressiona.	Sentimento de <i>não-estar-com-os-outros</i> .	044
<p><u>Comecei uma campanha para tentar trazer as pessoas de volta. Enviei e envio e-mails, seguidamente, para todos os alunos e não tenho praticamente resposta, excetuando-se um pequeno grupo de 6 a 8 alunos. Acompanhando mesmo são 3. Outros têm entrado, mas muito pouco.</u></p>	045	<p><b>E-mails</b> – mensagens eletrônicas.</p> <p><b>Acompanhando</b> – participando das discussões nos fóruns e dos encontros síncronos e enviando as tarefas do curso.</p>	Na tentativa de fazer os alunos participarem, a professora envia esforços para aumentar a quantidade de alunos frequentes ao curso.	Trabalho para resgate da participação dos alunos no curso.	045
<p><u>Fiquei ocupada – e muito – com a preparação dos</u></p>	046		A professora trabalha na confecção de	Esforço para promover	046

Registros da pesquisadora-sujeito, idealizadora e professora no curso <i>Geometria: do que trata?</i>					
Descrição das Vivências	US	Enxerto Hermenêutico	Compreendendo o dito	O que é dito	USg
<p>“filmes” para colocar no <u>Youtube</u> e indicar para os alunos na plataforma. O processo inclui: preparar o arquivo de apresentação (<i>Power Point</i>) e a gravação do texto resumo.</p>			mais material para o curso, na intenção de promover a participação dos alunos.	maior participação de alunos no curso.	
<p>Depois os <u>slides</u> são convertidos em imagens e tudo vai para o programa <u>Movie Maker</u> para ser processado em formato de filme.</p> <p>Pronto o filme, é feito o <b>upload</b> na minha conta do <i>Youtube</i> e identificado o endereço. Esse endereço é incluído como material para estudo na plataforma, especificamente, em cada aula. É criado um fórum para registro das respostas, comentários e dúvidas dos alunos, inclusive, em cada aula.</p>	047	<p><b>Slides</b> – telas</p> <p><b>Movie Maker</b> – programa utilizado para confecção de filmes a partir de imagens escolhidas.</p> <p><b>Upload</b> – operação de colocar um trabalho na <i>web</i>.</p>	O trabalho de confecção dos filmes é difícil, porque é uma atividade nova para a pesquisadora.	A pesquisadora lança-se a novas habilidades no campo da informática para realizar algo diferenciado.	047
<p>Estas <u>modificações eu mesma faço</u>. Já que tenho disponível na plataforma a possibilidade de incluir ou alterar tudo que lá foi colocado na criação do curso pela equipe do CECEMCA. Esse processo aqui descrito foi feito para todas as 8 aulas. Isso me demandou tempo, muita correria e muita preocupação. Mas tudo ficou pronto. Na próxima turma esse trabalho será bem mais facilitado.</p> <p>Depois da conversa com a Fabiana, tivemos também já 2 transmissões pelo Youtube.</p>	048		A professora se sente à vontade para fazer ajustes na plataforma, porque já atuou como tutora em cursos à distância em que realizava essa tarefa e, ainda, porque tem formação como <i>designer</i> instrucional.	Sentimento de segurança para realizar as tarefas de ordem técnica, retornando à lembrança de suas vivências em sua prática e em sua formação específica	048
<p>Na primeira, apenas uma <u>aluna conseguiu se comunicar comigo</u>. Fiquei desanimada de novo. Mas foi a melhor opção.</p> <p>Vi que era possível trabalhar</p>	049		A professora ficou decepcionada com o resultado da modificação proposta pela técnica do CECEMCA.	A expectativa de melhoria a partir da modificação da técnica empregada.	049

Registros da pesquisadora-sujeito, idealizadora e professora no curso <i>Geometria: do que trata?</i>					
Descrição das Vivências	US	Enxerto Hermenêutico	Compreendendo o dito	O que é dito	USg
<p>.... e que <u>o que a Fabiana fala sobre a conexão aqui no Brasil, em geral, é muito deficiente mesmo.</u> Na segunda transmissão, consegui comunicação com duas alunas. Achei um progresso... rs</p>	050	<p><b>Maria</b> – Professora Doutora Maria A.V. Bicudo, orientadora da pesquisa.</p>	<p>A professora constata que o dito pela técnica é verdadeiro com relação à precariedade das conexões de internet no Brasil.</p>	<p>A tecnologia como razão da falência de processos que dela dependem.</p>	050
<p><u>Mesmo parecendo pouco, as duas alunas que conseguiram entrar nos comentários e ter suas perguntas respondidas ao vivo, fez-me pensar que estava dando certo.</u> Tenho como ver que mais 5 pessoas estavam assistindo, mas que não se identificaram.</p>	051		<p>A satisfação do realizado dá esperanças à professora de que a inovação implementada dará bom resultado.</p>	<p>O processo de interação <i>online</i> se realizando com relativo sucesso.</p>	051
<p>Quanto aos fóruns continuam na mesma, <u>Uma aluna participa muito, outras duas um pouco menos e outras, muito de vez em quando.</u></p>	052		<p>A pesquisadora constata a participação dos alunos da turma, identificando as alunas que mais estão presentes.</p>	<p>A importância da percepção do <i>outro</i> como interlocutor.</p>	052
<p><u>Vi que registrei, muitas vezes, sobre o que estava pensando (ou se estava pensando) sobre Geometria. Fico na dúvida se é isso mesmo: se devo ficar assinalando isso. Mas como é tudo muito novo, tanto para mim, pessoalmente, como para uma forma de pesquisa que nem a <b>Maria</b> tinha lidado ainda, vou registrando o que achar significativo (ou tudo). Meu raciocínio está sendo o seguinte: se numa situação de entrevista, por exemplo, temos que ficar voltadas à nossa questão de pesquisa, quando estou fazendo registros, essa atenção deve ser da mesma forma no objetivo da pesquisa, ou seja, perceber a constituição de conhecimento ao se estar</u></p>	053		<p>A pesquisadora se percebe envolvida na atividade de registrar suas vivências em função da pesquisa que está realizando, mesmo insegura se o caminho a ser tomado está correto. Ampara-se, para efetuar seus registros nas vivências com outras pesquisas, que atuou ou que acompanhou em seu grupo de pesquisa.</p>	<p>Dando-se conta do movimento que está realizando, tendo em vista a interrogação da pesquisa.</p>	053

Registros da pesquisadora-sujeito, idealizadora e professora no curso <i>Geometria: do que trata?</i>					
Descrição das Vivências	US	Enxerto Hermenêutico	Compreendendo o dito	O que é dito	USg
<p><u>junto à virtualidade e aos outros.</u> Outra coisa que estive pensando (hoje... agora), é que <u>quando estamos pesquisando, não podemos ficar avaliando se o conteúdo registrado vai alcançar uma determinada resposta.</u> Temos que ir registrando; depois, na análise, é que vamos refletir sobre o material que resultou do processo que vivenciamos.</p>	054		A pesquisadora reflete sobre o que é pesquisar e como se deve proceder em atitude de pesquisador.	A atitude de pesquisadora influenciando na vivência do pesquisar.	054
<p><u>Pensando assim, eu acho que estou exercitando todo o tempo a separação entre o “eu pesquisadora” e o “eu professora, criadora, coordenadora do curso”.</u> <u>De qualquer forma, está sendo muito interessante e inédito fazer, vivenciar e pesquisar, pensar sobre o que está acontecendo. As percepções são instigantes.</u> Neste período que não tive aqui registrado o que foi acontecendo ou o que foi sendo percebido por mim no momento em que estava vivenciando as experiências, também serviu para me serenar com relação ao que estou fazendo. Neste momento, nesta primeira turma, tudo está parecendo difícil e custoso.</p>	055		A professora se percebe sujeito da pesquisa mas também pesquisadora de si própria, numa alternância de papéis que lhe é inédita, interessante e instigante.	<i>Eu, sujeito, pesquisadora, como o outro, objeto de pesquisa, professora, criadora, coordenadora do curso.</i>	055
<p><u>Muitas coisas estou tendo que aprender ou relembrar para gerenciar a plataforma.</u></p>	056		O vivenciado pela professora, ainda que não registrado em sua temporalidade, deixou lembranças de aprendizados e reaprendizados necessários à condução do curso	Lembranças das vivências e lembranças das lembranças ocorridas na temporalidade do curso.	056
<p><u>O fato de ter a possibilidade de uma nova turma me abre expectativas de novas</u></p>	057		A pesquisadora percebe que a possibilidade de uma repeti-	Abertura de horizontes para compre-	057

Registros da pesquisadora-sujeito, idealizadora e professora no curso <i>Geometria: do que trata?</i>					
Descrição das Vivências	US	Enxerto Hermenêutico	Compreendendo o dito	O que é dito	USg
<p><u>vivências</u>, acredito que mais voltadas ao conteúdo e às percepções da 'movimentação' do conhecimento constituído nos estudos preliminares e na preparação do curso, e do conhecimento se constituindo no contato com os alunos, quer seja por meio das postagens e das respostas no fórum, quer seja nos momentos de transmissão e comentários ou respostas aos alunos ao vivo.</p> <p>Não sei como seria esse processo de percepção e registro se as aulas fossem presenciais. O que me impressionou foi o fato de conversar com uma aluna que eu não conheço pessoalmente, com quem eu não tenho a lida diária do ambiente da sala de aula. <u>Me pareceu um modo de estar com o outro cerimonioso na escola. Percebi um modo de estar com o outro mais distante. Senti que a aproximação é mais demorada, pelo menos. Uma “intimidade” que podemos ter com alunos presenciais, uma tranquilidade no estabelecimento da relação com eles .... senti diferente, mais difícil.</u></p> <p>Na segunda transmissão (e preciso registrar isso), uma aluna escreveu que o que mais a agrada é me ouvir falar. Ri disso. Mas ela estava me elogiando e eu gostei. Foi significativo sentir isso. Foi reconfortante. A sensação de bem-querer que podemos perceber nos olhares e na presença física dos alunos – nas posturas, nos gestos, nos movimentos -</p>	058	<p>“Intimidade” – a proximidade física provocando uma relação mais pessoal entre professora e alunos</p>	<p>ção do curso para novos alunos pode acarretar em mais material para ser analisado e maior possibilidade de se aproximar da compreensão que a pesquisadora almeja.</p> <p>A professora, que experienciou também a modalidade presencial, estranha o ar cerimonioso que percebe ao estar com os alunos à distância.</p>	<p>ender o indagado na investigação.</p> <p>O <i>estar-com-o-outro</i> à distância.</p>	058

Registros da pesquisadora-sujeito, idealizadora e professora no curso <i>Geometria: do que trata?</i>					
Descrição das Vivências	US	Enxerto Hermenêutico	Compreendendo o dito	O que é dito	USg
<p><u>foi essa sensação que tive naquele momento.</u> Me deu certa tranquilidade. Talvez por isso me senti também mais segura. Foi bom. E foi diferente do que senti no contato online com outra aluna, única no encontro. Ali me senti distante.</p> <p>REGISTRO 10</p> <p>Amanhã será o último dia do curso. Depois virão mais 3 dias, que é um período para os alunos enviarem as tarefas finais. Por enquanto, só uma aluna enviou algumas tarefas. Vou deixar para lê-las e corrigi-las todas juntas, se houver mais de uma. Hoje vou verificar as postagens para a transmissão de amanhã. <u>Pelo que dei uma olhada permanecem somente as considerações da aluna 18.</u> De qualquer maneira, vou <b>imprimir</b> para me preparar para minha fala de amanhã. Mesmo que ela não consiga entrar em contato <i>on time</i>, eu respondo ao que ela comentou, apesar de me parecer que ela só fez comentários referentes à Aula 3. Pode ser que, até amanhã, venham outros se referindo à Aula 4. Sobre os fóruns da Aula 4, só vou olhar amanhã, porque pode ser que ainda haja interação de alguém. Será preciso ver o conjunto. A aluna 5 já enviou o trabalho final do Módulo 2. Já imprimi para analisar junto com as que vierem Além disso, enviei um e-mail chamando para a transmissão de amanhã.</p>	059		A professora relata com satisfação o acolhimento que teve ao receber uma mensagem de uma aluna durante uma aula síncrona.	Percepção do <i>outro</i> no <i>estar-junto-à-distância</i>	059
	060	<b>Imprimir</b> – passar as informações digitais para o papel.	Uma das alunas é muito presente e a professora se sente satisfeita com a dedicação e empenho desta aluna em participar sempre, dando-lhe atenção e dedicando-se a atendê-la em suas dúvidas.	A satisfação de perceber-se <i>estando-com-o-outro-à-distância</i> .	060

## APÊNDICE 2 - Constituição das Unidades de Significado – 2º momento

### **FÓRUM 1.1.1**

*Proposta: Comente os trechos destacados do texto-base desta aula. Como você compreende?*

- 1) "Houve uma época em que a geometria não era apenas uma parte irresistível da ciência dedutiva; era o mais antigo e sincero exemplo de didática" (p. 2)*
- 2) "A estrutura dedutiva da geometria tradicional não teve exatamente um sucesso didático" (p. 2)*

ALUNA 18 - segunda, 18 Mai 2015, 15:57

A leitura do diálogo entre Sócrates e Menon, descrita por Platão, mostra como a Geometria foi usada, num diálogo que não envolvia matemática ou mesmo um estudo de formas, mas quando se buscava uma definição para a "virtude", com o objetivo de responder a pergunta de fundo filosófico: "a virtude é coisa que se ensina?". (p. 9) É interessante perceber o uso natural de termos geométricos para demonstrar que uma definição tem que ter o rigor necessário para abranger as multiplicidades.

Mais adiante no interrogatório do escravo para mostrar que não se ensina ninguém, mas o que se pode é ajudar uma pessoa a rememorar ou aprender, Sócrates também se vale da geometria, desenhando figuras geométricas, fazendo questionamentos de uma forma simples e progressiva de dificuldade que leva o próprio escravo a responder corretamente as perguntas. E numa situação de equívoco, este também é desfeito com questionamentos que levam o próprio escravo a deduzir ou inferir a resposta correta.

Assim, parece-me que fica bem ilustrado que a geometria não era apenas uma parte irresistível da ciência dedutiva, mas o mais antigo e sincero exemplo de didática.

*Professora entende do exposto pelo cossujeito:* A professora constata que a aluna 18 busca correspondências entre as afirmações de Freudenthal e o texto que é fornecido pelo curso como leitura extra e evidencia uma articulação entre o pensar expresso no texto de Platão e o de Freudenthal. Não identifica no discurso da aluna o relato de suas próprias vivências e das conclusões a que chegou face ao estudado no texto. Com esse entendimento e querendo saber como a aluna poderia expressar sua reflexão sobre o tema, faz perguntas.

**O que é dito:**

***US 61: articulação do pensar***

***US 62 O que é dito: a professora atenta à exposição da aluna***

*Professora comenta:* Gostaria que você nos mostrasse o que você concluiu a partir do exemplo que você nos traz, dentro do texto de Platão, com relação à dedutividade apontada. Por que você define a Geometria como "uma parte irresistível da ciência dedutiva"?

ALUNA 18 - segunda, 18 Mai 2015, 16:53

Freudenthal, ao afirmar que a "estrutura dedutiva da geometria tradicional não teve exatamente um sucesso didático", explica que esse insucesso se deve provavelmente ao fato de ela não ter sido apresentada ao aluno da forma como Sócrates o fez, como observamos no diálogo entre Sócrates e o escravo, citado abaixo.

- Sócrates: "estás te dando conta mais uma vez, Menon,( ...) de que (este menino) no início não sabia qual era a linha de superfície de oito pés, como tampouco agora ainda não sabe. Mas o fato é que então acreditava, pelo menos, que sabia, e respondia de maneira confiante, como quem sabe, e não julgava estar em aporia, e, assim como não sabe, tampouco acredita que sabe. (...) E não é verdade que agora está melhor a respeito do assunto que desconhecia?" (p. 59)

E, mais adiante, prossegue: "E ele terá ciência, sem que ninguém lhe tenha ensinado, mas sim interrogado, recuperando ele mesmo, de si mesmo, a ciência, não é?" (p. 65)

De fato, a Geometria com suas definições, axiomas e teoremas deduzidos a partir de uma estrutura lógica, sem que a pessoa compreenda para que serve estudar as formas, calcular as distâncias, etc. distancia o aluno da realidade, carece de significado prático e se torna uma matéria com um fim em si mesma. Como lembra bem o autor "Geometria não é apenas dedutividade" (p. 4), embora dela se precise para que seja uma ciência.

*Professora entende do exposto pelo cossujeito:* A professora vê que a aluna 18 prossegue associando as perguntas do fórum ao texto de Platão. Entende que a aluna amplia o âmbito de sua reflexão, mostrando seu interesse em compreender a proposta da atividade, levando-a à percepção de alargamento de seu horizonte de entendimento, constituindo conhecimento. A professora prossegue em diálogo com a aluna, reforçando o exercício de refletir sobre o que é estudado e expressa sua compreensão.

**O que é dito:**

**US 63: ampliação do âmbito da compreensão**

**US 64 O que é dito: a professora atenta à exposição da aluna**

*Professora comenta:* Você nos trouxe um exemplo a partir do texto complementar fornecido. Foi ótimo o link que você faz entre os autores, mas gostaríamos que você explicitasse sua própria compreensão sobre as colocações de Freudenthal. Como seria, por exemplo, essa forma como Sócrates apresenta no texto? Qual é o significado dessa aproximação para você? Como ela se dá?

ALUNA 17 - terça, 19 Mai 2015, 19:19

A colega 8 bem explicitou em seu comentário o que também compreendi e concordo, que se a Geometria fosse ensinada como reinvenção ao invés de ser imposta ao aluno a partir das definições, teoremas, relações, construções, mas dada a oportunidade para o próprio aluno descobrir, tendo o professor apenas como orientador, ajudando-o a avançar no conhecimento; com certeza, ela seria mais atrativa, podendo ser a base para o desenvolvimento do pensamento matemático e físico.

É neste ponto que Freudenthal (p. 4) cita como a primeira lição a ser recordada: Sócrates permitiu que através de perguntas ou através de aporias o próprio escravo descobrisse os conceitos e avançasse no conhecimento, sem lhe impor ou adiantar o que ele Sócrates já sabia.

Quanto à dedutividade, penso que ela é necessária, pois é nela que se estrutura o pensamento matemático. Não acredito que o sistema euclidiano seja a causa do problema, mas a falha foi impormos aos alunos como um sistema pronto e acabado, sem que eles tivessem a oportunidade de descobrir por si só, conforme relatado acima.

E penso que, quando Freudenthal fala: "Geometria não é apenas dedutividade", quer dizer que ela precisa ser ensinada em conexão com a realidade, com o espaço em que vivemos. Neste quesito, deve também ser dado mais espaço para que os alunos façam pesquisas (aplicações práticas da geometria), explorem o espaço, tendo o professor como mediador.

A aluna 18, em sua resposta, traz à presença desse diálogo o dito pela colega 8.

Para Freudenthal (1973), a Geometria não é apenas uma parte irresistível de uma ciência dedutiva, ela é o exemplo mais antigo e mais explícito da didática. Segundo outro autor, Fainguelernt (1999, p. 20), “a Geometria é considerada uma ferramenta para a compreensão, descrição e interrelação com o espaço em que vivemos.” Ela é a parte da Matemática mais intuitiva, concreta e ligada com a realidade. Atualmente, existem pessoas que acreditam que a Geometria falhou por não ter sido suficientemente dedutiva. Para Veloso (1998), o fracasso se deve ao fato de a dedução não ter sido ensinada como reinvenção, mas sim imposta ao aluno. A Geometria é uma área que vem sendo negligenciada no ensino, frequentemente, é ensinada de forma mecânica com a preocupação em destacar os conceitos sem relacioná-los com o espaço que nos cerca. Como ciência dedutiva, está desaparecendo devido àqueles que tem resistência em inovar o ensino da matemática. Para Freudenthal, se a Geometria for imposta como sistema lógico para os alunos, muito melhor seria aboli-la, pois ela só pode ter significado se for explorada juntamente com o espaço experimentado pelos alunos. O autor diz ainda que a “Geometria é uma das melhores oportunidades que existe para aprender como matematizar a realidade.” Portanto, a Geometria oferece inúmeras oportunidades de o estudante fazer descobertas matemáticas.

*Professora entende do exposto pelo cossujeito:* A conclusão expressa pela *aluna 18* mostra como ela articulou a associação indicada pelo autor entre a dedutividade e a atividade didática. De maneira bastante clara, a pesquisadora pôde perceber que essa aluna entrou no processo de constituir conhecimento, quando se pôs em contato com o texto estudado no curso. Essa aluna está, dessa maneira, junto ao texto, ao curso, ao computador e também a cossujeitos, quando se refere à fala da colega Tânia. Essas articulações revelam o movimento do pensar.

**O que é dito:**

**USg 65: articulação do pensar**

**USg 66: processo de constiuuição do conhecimento**

**USg 67: aluna está com o cossujeito, texto e internet**

ALUNA 18– quarta, 20 Mai 2015, 22:50.

Interessante, aluna 11. Não conheço essa técnica Kusudana. Anotei e vou pesquisar. Se não encontrar ou não entender, volto a falar com você.

A aluna 18, em sua resposta, traz à presença desse diálogo o dito pela colega 8

ALUNA 11– (quarta, 20 Mai 2015, 17:18)

Ao analisar as frases supracitadas, me coloco na posição de professora que investiga por um tempo a melhor metodologia para abordar esse conteúdo, confesso que não encontrei uma receita, mas tenho tido sucesso ao apresentar essa disciplina de forma investigativa aos alunos. Eles constroem seu conhecimento, à medida que apresento o objeto de estudo para eles. Por exemplo, todos os sólidos geométricos são construídos por meio de uma técnica chamada Kusudama, então, eles constroem as faces dos sólidos e depois com uma técnica de encaixe, eles montam o sólido. Ao construir as faces, muitos questionamentos surgem, do tipo, “por que dobrando desse jeito, eu não chego ao resultado?”, daí escuto o colega responder: “claro, você não percebeu que este lado precisa ter a mesma medida desse...veja...esses triângulos são iguais... E aula é construída toda dessa forma, eles precisam perceber as regularidades dessas figuras, isso ocorre, principalmente, quando o trabalho de auxílio entre eles existe. Sou neste espaço apenas uma mediadora. Desta forma, compreendo que a frase 1, mostra justamente essa situação e acaba por meu ver percebendo “como” as coisas acontecem em sua essência. Com relação à segunda frase, penso que levar os alunos a perceberem a geometria que nos envolve e está presente nas construções espaciais, por exemplo, de forma a “eu” demonstrar, a “eu” querer que eles guardem axiomas é bem complicado. Creio que este é o ponto falho, o dar tudo como se fosse pronto e acabado.

*Professora entende do exposto pelo sujeito: Vê que a aluna 18 interage com a colega 11, interessando-se pela técnica anunciada pela colega de curso e querendo saber mais sobre essa técnica. Percebe que ela busca por aperfeiçoamento profissional e isso mostra à pesquisadora a importância do estar-com no curso que está em movimento.*

**O que é dito**

**USg 68: aluna está com o cossujeito, texto e internet**

**UGg 69: busca por mais conhecimento de técnica**

### **FÓRUM 1.1.2**

*Proposta: O autor enumera uma série de questões (30), observando que são significativas para a compreensão do "espaço". Destaque algumas (de 3 a 5) que demonstram como o "espaço físico" se relaciona com a geometria e "com a realidade que dia a dia apresenta-se no pensamento de cada um de nós".*

ALUNA 18 - segunda, 18 Mai 2015, 20:24

Li as questões postadas pela aluna 8 e havia escolhido algumas delas para postar por serem as mais presentes de nossa realidade no dia a dia. Então, agora destaco outras para complementar:

Por que triângulos congruentes se encaixam para cobrir o plano, e por que pentágonos congruentes em geral falham ao fazer isso? É uma situação interessante quando observamos que os triângulos que possuem mesma medida podem ser colocados de forma a se encaixarem e não deixar sobras (cobrindo todo o plano), o que não ocorre com o pentágono, que deixará espaços.

Como você pode medir a inclinação de uma linha e de um plano, ou de 2 planos? Neste caso pensando em acessibilidade, em construção de rampas, ou mesmo para suavizar o esforço de levantar objetos pesados. Aqui se entra no estudo de ângulos.

O que é um movimento rígido na esfera? pensando nos rolamentos que são compostos por corpos rolantes, como a esfera.

Por que um poliedro convexo é rígido? Objetos rígidos são aqueles que não podem ser deformados continuamente de modo a se transformar em outro. E a condição para que seja rígido é que seja convexo. Por exemplo, o triângulo é rígido porque só podemos transformá-lo em outro polígono se rompermos um de seus lados. (esqueletos no espaço - guia do professor-pdf).

A aluna 18, em sua resposta, traz à presença desse diálogo o dito pela colega 8

ALUNA 8 - segunda, 18 Mai 2015, 16:00

Por que a linha reta é o menor caminho?

5. Como pode o nível de um líquido em algum vaso mudar se certa quantidade de líquido é colocada?
6. Qual a diferença entre aparafusar para a direita o para a esquerda e por que não são equivalentes sob um movimento rígido?
7. Por que uma mesa de quatro pernas pode cambalear, e qual é a diferença com uma mesa de três pernas?
8. O que é maior a superfície de uma tampa esférica, ou a do cilindro ao seu redor?

*Professora entende do exposto pelo cossujeito:* a ALUNA 18 propõe quatro perguntas que escolhe em função das já destacadas pela colega aluna 8, e faz observações sobre cada uma delas. Mostra à pesquisadora, dessa forma, que está fazendo um esforço para compreender a pergunta formulada na atividade. Indica, por meio da referência a um determinado texto que buscou entender o que é um ‘objeto rígido’, que, ao que parece, não era um conceito por ela conhecido. A expressão da aluna registrada no fórum impulsiona a professora a estimular o diálogo entre as alunas para um movimento de trabalhar junto.

### **O que é dito**

**USg: 70 esforço para compreender**

**USg 71 percepção de si como professora**

*Professora comenta:* Aluna 18, ótimos exemplos e todos bem justificados. Como você havia escolhido os que foram citados pela aluna 8, você poderia ajudá-la a compor a argumentação como fez com esses? Seria uma boa discussão não acha?

ALUNA 18 - quarta, 20 Mai 2015, 23:06

A colega já havia complementado os argumentos e outras postagens também complementaram as argumentações. Acredito que estão satisfatórias.

*Professora entende do exposto pelo cossujeito:* Esta postagem da aluna 18 se volta a responder à professora sobre as explicações a respeito de sua repostagem enviada anteriormente. Para a pesquisadora, pareceu que a aluna estava satisfeita com o que havia pesquisado e aprendido. A pesquisadora percebe a aluna fechada a novas perspectivas de pesquisa e reflexão.

### **O que é dito**

**USG 72 estar-com o cossujeito**

**USg 73: aluna se fecha a novas perspectivas**

### **FÓRUM 1.1.3**

*Proposta: Tatiana Ehrenfest-Afanassyeva publicou uma obra onde podemos encontrar uma relação de exercícios voltados a aulas de Geometria para alunos de um nível equivalente ao do ensino fundamental. Essa obra está disponível nas Leituras Complementares, numa versão em inglês. Comente o que você pensa sobre ensinar Geometria do modo como o texto descreve as ideias dessa autora.*

ALUNA 18 - terça, 19 Mai 2015, 20:32

Li os relatos anteriores postados pelas colegas e são todos válidos.

Aprendi Geometria da forma tradicional pelo método euclidiano de definições, postulados, teoremas, que achava tedioso e, muitas vezes, não entendia para que servia e, assim, tenho buscado na minha prática introduzir os conceitos de Geometria a partir da observação do espaço da sala de aula, das construções, dos objetos, das medições em sala de aula, de objetos, construção de poliedros a partir de moldes, etc. Mas confesso que a partir da leitura destes textos percebi falha na minha prática, pois apesar dos alunos preferirem este tipo de aula, ficava preocupada, pois em exercícios e provas a maioria não memorizava a nomenclatura e não fixava as relações estudadas, e acabava por questionar-me se, realmente, teria valido a pena ir por esse caminho. Se não tinha sido perda de tempo.

O que percebi é que, depois da aula prática, passava para a aula tradicional, impondo-lhes a definição, nome dos elementos, etc. Assim, parece que antes

de esperar memorização, posso propor que, junto com à atividade de construção, eles venham a "descobrir" ou a refletir sobre a nomenclatura, as definições, as relações necessárias para avançarem nos estudos de matemática e de geometria através de textos ou de pesquisa.

*Professora entende do exposto pelo cossujeito:* O relato da reflexão que a aluna faz sobre a sua própria prática traz à pesquisadora um sentimento de satisfação de que a leitura do texto de Tatiana Ehrenfest-Afanassyeva proporcionou a reflexão a que o curso se propunha. Pensar na prática em sala de aula que os alunos do curso se utilizam e nos resultados que dela advém, comparando-a, ainda, com as sugestões e relatos dos pesquisadores apresentados em seu texto é o movimento que o curso e sua atualização pretendiam estabelecer. A pesquisadora se compraz em acompanhar estes momentos de reflexão e sente, com isso, que seu trabalho teve frutos.

### *O que é dito*

**USg 74: a professora se percebe satisfeita com o movimento de atualização do curso**

**USg 75: movimento de atualização do curso**

*Professora comenta:* Aluna 18, comente sobre alguma postagem de seus colegas que você tenha identificado se há semelhança ou grande diferença com relação à sua própria prática. Será interessante saber a sua opinião.

ALUNA 18 - quarta, 20 Mai 2015, 23:25

A aluna 11 parece-me que desenvolve o trabalho da forma como gostaria de realizar, pois, através da prática, os alunos interagem, vão discutindo os erros e buscando respostas. Já anotei a Técnica que ela citou na postagem de outro fórum para compreender melhor o processo. Algumas colegas citaram que a preocupação com conteúdo acaba por tirar o prazer de desenvolver tais atividades que demandam sempre mais tempo, mas tenho observado que tempo maior perco em ter que dar atividades de recuperação, quando eles demonstram não ter assimilado o conteúdo dado. Será uma nova experiência.

A aluna 18, em sua resposta, traz à presença desse diálogo o dito pela colega 11.

ALUNA 11 - quarta, 20 Mai 2015, 17:46

Olá pessoal, boa noite.

Trago, mais uma vez, o trabalho que venho realizando com os meus alunos há um tempo e que perpassa por vários pontos e várias relações que vocês fizeram com o texto proposto, ou seja, um trabalho pautado na forma como os alunos percebem o mundo, como eles tocam, como eles constroem ou como percebem as construções, porque participam, ativamente, de todo o aprendizado.

*Professora entende do exposto pelo cossujeito: O modo de estar-com entre as alunas da turma é demonstrada na postagem da aluna 18. Ela tem aproveitado não só os textos oferecidos no curso para reflexão e para estudo, mas também interage com os colegas para incorporar à sua prática novas ideias e novas experiências. A pesquisadora percebe o curso como viabilizador das transformações metodológicas e das modificações na maneira de pensar o ensino e a própria Geometria. Observa isso ao estudar os fóruns, as falas nos fóruns e os diálogos estabelecidos. A aluna 11, mencionada no diálogo transcrito mantido com a aluna 18, volta a mencionar seu trabalho com o ensino de Geometria e o *relaciona com o texto estudado*, mostrando segurança do que está praticando e a convicção de que é uma maneira eficaz e coerente de trabalhar a Geometria, ao enfatizar a percepção do mundo ao seu redor como solo para a constituição do conhecimento geométrico. Isso chama a atenção da aluna 18, no entender da professora, e a incentiva a querer trabalhar de modo semelhante.*

### **O que é dito**

**UGs 76: modo de *estar-com* buscando incorporar à sua prática novas ideias e novas experiências.**

**USg 77: a professora percebe o curso como viabilização de transformações metodológicas e modificação de pensar a geometria**

### **O ESPAÇO**

#### **FÓRUM 1.2.1**

*Proposta: Neste texto, você encontra algumas expressões que devem ser bem compreendidas para o entendimento do que o autor está nos trazendo. Pesquise e explicita as expressões listadas, não se esquecendo de fornecer a fonte consultada.*

- *Axiomática De Pasch-Hilbert*
- *Abordagem Algébrica De Descartes*
- *Teoria Da Perspectiva*
- *Espaço Projetivo*
- *Espaço Afim (affine)*
- *Espaço Não-Euclidiano*

ALUNA 18 - domingo, 24 Mai 2015, 16:32

Descartes criticou bastante as obras dos gregos em geral, pois a geometria grega o aborrecia. Ele desaprovava como os gregos haviam definido as curvas, por descrição, o que poderia, realmente, ficar cansativo e tornar as demonstrações bastante enfadonhas. (Mlodinow, p. 87). Como um exemplo de sucesso de Descartes, compare a definição de Círculo por Euclides com a definição de Descartes:

Euclides: Um círculo é uma figura plana contida por uma linha (isto é, uma curva) tal que todas as linhas retas que vão até ela de certo ponto de dentro do círculo - chamado de centro - são iguais entre si.

Descartes: Um círculo é todo  $x$  e  $y$  que satisfaça a  $x^2 + y^2 = r^2$  para qualquer número constante  $r$ . A questão não é a interpretação da equação, mas meramente que, no método de Descartes, o círculo é definido por uma equação. Descartes traduziu o espaço em números e, mais importante ainda, usou sua tradução para descrever a geometria em termos de álgebra. E fez isto, convertendo o plano num tipo de gráfico, desenhando uma linha horizontal chamada "eixo  $x$ " e uma linha vertical chamada "eixo  $y$ ". Os pontos são descritos pelo par de coordenadas. O avanço real na ideia de coordenadas de Descartes não veio, propriamente, da ideia das coordenadas que já havia sido usada por Ptolomeu no século II, com fins meramente geográficos, mas sim o uso que Descartes fez delas para explicar a álgebra usando a geometria. Mlodinow (2010) A Janela de Euclides - A história da Geometria, das linhas paralelas ao hiperespaço (p.88, 88 e 89).

*Professora entende do exposto pelo cosujeito: nota que a aluna está se movendo na circunvizinha da questão posta. Tanto que traz Descartes e Euclides. Vê ainda que o seu discurso fica disperso.*

### **O que é dito**

**USg 78: o pensar incide sobre o entorno da questão**

**UGs 79: discurso se dispersa**

Professora comenta: Aluna 18, obrigada por sua contribuição! Gostaria que você tivesse exposto mais, especificamente, sobre a questão da Álgebra de Descartes. No caso desta proposta, enriqueceria seu trabalho.

ALUNA 18 - domingo, 24 Mai 2015, 17:07

Espaço não- euclidiano

Gauss entre 1813 e 1816, como professor ensinando astronomia matemática, finalmente, fez o rompimento de barreiras definitivo com o espaço euclidiano, que estava sendo aguardado desde a época de Euclides, criando equações que relacionavam as partes de um triângulo num espaço não euclidiano, cuja estrutura denomina-se hoje como geometria hiperbólica. Refere-se ao fato de que, através de sua teoria, demonstra de forma consistente que a soma dos três ângulos internos de um triângulo é menor do que  $180^\circ$  (diferente da euclidiana).

O que Gauss, Bolyay e Lobachevsky descobriram é o espaço hiperbólico, que resulta da substituição do postulado das paralelas de Euclides pela suposição de que, para qualquer reta, não existe apenas uma, mas muitas retas paralelas passadas, passando por qualquer ponto externo dado.

Outro tipo de espaço não-euclidiano é o espaço elíptico, descoberto décadas depois do espaço hiperbólico. O espaço elíptico se obtém ao assumir outra violação do postulado das paralelas: que as retas paralelas não existem, isto é, todas as retas de um plano devem se cruzar. Por uma boa razão, tinha sido provado que no sistema de Euclides, mesmo que fossem permitidas formas alternativas do postulado das paralelas, os espaços elípticos não deveriam existir.

Mlodinow (2010) A janela de Euclides, a história da geometria das linhas paralelas ao hiperespaço. p. 121, 122, 131.

*Professora entende do exposto pelo cossujeito:* Vê que a aluna continua atenta às questões postas neste fórum, porém trazendo recortes de informações que dizem sobre o perguntado, mas não foca o perguntado.

### **O que é dito**

#### **USg 80: o pensar incide sobre o entorno da questão**

*Professora comenta:* Aluna 18, a partir do conteúdo que você pesquisou, como você definiria "espaço não-euclidiano"? Faltou dizer ...

Obrigada!

ALUNA 18 - domingo, 7 Jun 2015, 21:09

Espaço não-euclidiano é o espaço curvo, é a geometria sobre superfícies curvas.

[...] as geometrias que estamos agora apresentando são definidas sobre a superfície de uma esfera ou de um hiperbolóide (algo parecido com a sela de um cavalo).

As imagens abaixo mostram essas duas geometrias. Dizemos que uma superfície esférica tem uma curvatura positiva, enquanto a superfície de um hiperbolóide tem curvatura negativa.

Vemos que, em uma superfície com curvatura positiva, a soma dos ângulos internos de um triângulo traçado nessa superfície é maior que 180 graus. No caso de uma superfície com curvatura negativa, a soma desses ângulos internos será menor que 180 graus ([http://www.miniweb.com.br/ciencias/artigos/a\\_geometria\\_dos\\_espacos\\_curvos.pdf](http://www.miniweb.com.br/ciencias/artigos/a_geometria_dos_espacos_curvos.pdf). Acesso em 08/06/2015).

*Professora entende do exposto pelo cossujeito:* Vê que a aluna continua atendendo ao solicitado em termos de buscar informações, porém continua dispersa na linha do seu pensamento.

## O que é dito

### **USg 81: o pensar incide sobre o entorno da questão**

ALUNA 18 - domingo, 24 Mai 2015, 17:47

#### **Os Axiomas de Hilbert**

"Os trabalhos de Gauss, Lobachevski e Bolyai mas, principalmente, dos dois últimos, foram levados às suas devidas proporções por Friedrich B. Riemann (1826 – 1866) que deu início a um segundo período no desenvolvimento das geometria Euclidianas e não-Euclidianas, período esse caracterizado pelas investigações sob o ponto de vista do Cálculo Diferencial, em contraste com os métodos sintéticos previamente utilizados. A preocupação com a fundamentação da geometria em bases sólidas dominou a pesquisa matemática sobre o assunto, culminando com a reconstrução da geometria Euclidiana por Hilbert o que, finalmente, encerrou a longa batalha com o quinto postulado de Euclides."

"O chamado *Postulado de Pasch* é uma referência ao matemático alemão Moritz Pasch (1843-1931), que o enunciou pela primeira vez em 1882, e o utilizou em seu trabalho de sistematização da Geometria no lugar do *Postulado da Separação do Plano*."

"Hilbert usa o axioma de Pasch em seu tratamento axiomático da geometria euclidiana."

"A fundamentação da geometria estabelecida por David Hilbert (1862 – 1943) parte de dois termos primitivos que são as noções de ponto e reta. Entre estes termos primitivos, Hilbert supõe a existência de três relações primitivas que são expressas por um ponto pertencer a uma reta, um ponto que está entre dois pontos e a relação de congruência. Esses termos e essas relações primitivas devem satisfazer uma série de axiomas. Hilbert apresenta esses axiomas, em seu trabalho *The Foundations of Geometry* [11], em cinco grupos:

1. Axiomas de Incidência,
2. Axiomas de Ordem,
3. Axiomas de Congruência,
4. Axiomas de Continuidade,
5. Axioma das Paralelas."

"Os axiomas de incidência expressam a noção de estar em, enquanto os axiomas de ordem expressam a noção de estar entre. Os axiomas de continuidade não envolvem uma nova relação primitiva, mas tratam de garantir que certas construções, que vão nos permitir medir

distâncias entre pontos, são possíveis. O axioma das paralelas abre porta à Geometria Euclidiana."

"Percebe-se, diante dos Axiomas de Hilbert, sua intensa preocupação com o rigor matemático e, segundo R. Pietropaolo em [18, p. 57], "abandonando experiências com o mundo sensível e a intuição". Ainda, afirma que este trabalho se afastou, de alguma forma, da tradição aristotélica grega, onde "os axiomas deveriam simplesmente exprimir os fatos óbvios acerca de conceitos já conhecidos intuitivamente."

"Depois de escrever seu relatório sobre "A Teoria dos Campos de Números Algébricos", conhecido como Zahlbericht, e de fazer conferências sobre geometria não-euclidiana, David Hilbert publicou um volume pequeno, chamado Grundlagen der Geometrie (Fundamentos da geometria). Nessa época, a maior parte da matemática, exceto a geometria, foi axiomatizada. Com esta obra, "Hilbert deu um caráter formal à geometria, já presente na álgebra e análise". (BOYER 1996, p. 424). Como *Os Elementos* apresentavam hipóteses ocultas, definições sem sentido e falhas lógicas, ele resolveu escrever um livro onde algumas relações e elementos matemáticos não poderiam ser definidos: ponto, reta, plano e as relações estar sobre, estar em, estar entre, ser congruente, ser paralelo e ser contínuo."

"Para Hilbert, "deve-se sempre poder substituir "pontos, retas, planos" por "mesas, cadeiras, canecas de cerveja". Ou seja, os termos não definidos devem fazer parte de uma teoria axiomática e podem ser substituídos por outros termos, de modo que os axiomas e teoremas permaneçam válidos.

Hilbert usa o axioma de Pasch em seu tratamento axiomático da geometria euclidiana. Transcrições de textos feitas a partir de: [http://bit.proformat-sbm.org.br/xmlui/bitstream/handle/123456789/911/2011\\_00688\\_DANILO\\_BERNARDINI\\_SILVA.pdf?sequence=1](http://bit.proformat-sbm.org.br/xmlui/bitstream/handle/123456789/911/2011_00688_DANILO_BERNARDINI_SILVA.pdf?sequence=1) acesso em 24/05/2015; <http://www.icmc.usp.br/pessoas/manfio/Fundamentos.pdf>- acesso em 24/05/2015; [http://en.wikipedia.org/wiki/Pasch's\\_axiom](http://en.wikipedia.org/wiki/Pasch's_axiom) .acesso em 24/05/2015.

*Professora entende do exposto pelo cossujeito:* Nesta postagem, compreende que a aluna articulou os textos pesquisados com a proposta do fórum

### **O que diz:**

**USg: 82 articulação do pensar**

*Professora comenta: Aluna 18. Ótima a sua contribuição! Teria sido excelente uma interatividade de seus colegas com a sua postagem! Muito bom!*

ALUNA 18 - segunda, 25 Mai 2015, 22:30

Encontrei um resumo, comparando os conceitos gerais das expressões Geometria Euclidiana, Espaço Projetivo e Espaço Afim, através de um curso de laboratório de processamento de imagens que acredito satisfazer no momento uma visão ainda que superficial e geral das expressões Espaço Projetivo e Espaço (Affine).

A transcrição abaixo é de partes do conteúdo.

Geometria Euclidiana: descreve ângulos e formas.

duas retas se encontram em um ponto  
. exceto quando são paralelas.

Como resolvemos isto? Adicionamos pontos no infinito (pontos ideais).

Espaço Projetivo: extensão do plano Euclideano (adicionamos pontos ideais)

Agora, todas retas se encontram em algum ponto.

Geometria Euclidiana: sistema de coordenadas define o espaço  
.Origem pode ser qualquer ponto.

Transformações Euclidianas : translada origem e roda eixos.

Transformações afins: Transformação linear + translação  
Também pode esticar o espaço.

Conceito de infinito dentro da Geometria Euclidiana: ponto especial

Espaço quase-democrático: quase todos pontos são iguais  
. após uma transformação  
. pontos no infinito continuam no infinito.

Para o espaço afim

.escolher uma reta do espaço projetivo como reta no infinito. Ex. horizonte de uma fotografia  
.assim, retomamos o conceito de paralelismo

. são retas que se encontram no infinito.

. colocamos uma restrição no espaço

. logo, **espaço afim** é uma **especialização do espaço projetivo.**(

<http://www.lcg.ufrj.br/Cursos/cos857/01-intro.pdf>)

Em geometria, **espaço afim** é o espaço estudado pela geometria afim. É uma estrutura geométrica que generaliza as propriedades da geometria afim de um espaço euclidiano. Pode ser pensado, informalmente, como um espaço vetorial onde se esqueceu que ponto é a origem. Em um espaço afim, podem-se subtrair pontos para obter vetores, ou adicionar um vetor para um ponto, objetivando obter outro ponto, mas não se podem adicionar pontos. Em particular, não há como distinguir que ponto serve como origem.(  
[http://pt.wikipedia.org/wiki/Espa%C3%A7o\\_afim](http://pt.wikipedia.org/wiki/Espa%C3%A7o_afim))

*Professora entende do exposto pelo cossujeito:* considera as quatro postagens a respeito do assunto que dispara este fórum e no caminho do pensar que vai se abrindo mediante suas compreensões, pergunta-se se a pesquisa simples e direta, como postada pela aluna, poderia ter sido a consequência de uma redação incompleta do que se pretendia estudar e refletir no fórum. Pensa-se que essa aluna não revelou sua compreensão sobre esses temas e nem descreveu dúvidas e que teria assumido uma posição que pretende dar conta da atividade proposta; porém, sem a ação de articular o assunto postado e o solicitado na atividade. Trazer os textos resultantes de uma procura pelos termos indicados revela a presença da aluna por estar sintonizada ao curso e que apresenta algo, indo em busca de informações. Isso pode ter ocorrido em decorrência, talvez, por pressa ou por falta de um movimento de maior compreensão do tema, tendo-se mantido nos modos pelos quais a Matemática é trazida em textos mediante descrições estanques, teóricas, matemáticas, sem contexto. Ficou uma pergunta: essas informações acrescentaram, modificaram, atualizaram o conteúdo que a aluna já conhecia? Isso nem mesmo foi expressamente dito pela aluna nem percebido pela pesquisadora. Revela, entretanto que a aluna buscou apresentar algo, indo em busca de informações, sem transcendê-las.

**O que diz:**

**USg 83: a professora realização auto-avaliação do curso**

**USg 84: a aluna se move em torno dos textos matemáticos como são apresentados**

**USG 85: presença da aluna**

**USg 86: busca dar conta da atividade proposta sem transcendê-la**

*Professora comenta:* Aluna 18, seu material ficou um pouco solto. Gostaria que você retomasse estes temas e, se possível, explicasse-nos melhor o que entendeu. Há uma leitura complementar sobre Espaço Afim ...você a leu?

### **FÓRUM 1.2.2**

*Proposta:* No texto estudado, há a afirmação “Geometria é compreender o espaço”. *Explicitite como você entende esta relação.*

ALUNA 18 - segunda, 25 Mai 2015, 20:09

Esta frase está no texto da aula 1 "Geometria é compreender o espaço", p. 5, quando Freudenthal, explica que no nível mais baixo (para crianças iniciantes no ensino da Geometria), a Geometria é compreender o espaço no qual a criança vive, respira e se move. O espaço que a criança deve aprender a conhecer, a explorar, a compreender e a conquistar, para viver, para respirar e para se mover da melhor forma nele mesmo.

Diferente da proposta de começar a se ensinar geometria à criança a partir de conceitos primitivos de ponto, de reta e de plano, que a criança teria que abstrair da sua realidade, pois no espaço que vive não encontra ponto, nem reta; a proposta é partir do espaço que ela percebe e aí, depois de compreendida a realidade, poder expandir para outros domínios como o da dedutividade através de axiomas ou demonstrações algébricas.

As perguntas colocadas por Freudenthal para investigar o espaço nos mostra quanto temos que aprender sobre o mundo que nos rodeia e que nos passa despercebido pela familiaridade que temos com tais objetos.

*Professora entende do exposto pelo cossujeito:* A aluna, de acordo com o fórum solicitado, percebe ligação entre Geometria e espaço que revela interdependência entre uma abstração da realidade e a compreensão inicial da Geometria. Essa compreensão será tomada para, a seguir, serem trabalhadas dedutividade e axiomática.

A pesquisadora dá-se conta, ao adentrar a postagem da aluna, que a compreensão do espaço é fundamental para que o conhecimento geométrico se constitua para a criança aprendiz, propiciando o estudo de concepções teóricas estabelecidas na Geometria.

**O que diz:**

**USG 87: percebe a ligação entre Geometria e espaço, pois mostra que percebe a conexão geometria e realidade**

**USG 88 : movimento de constituição de conhecimento realizado pelo pensar da professora**

*Professora comenta:* Aluna 18, observe que nossa provocação é saber como você compreende a Geometria definida como investigação do espaço. Geometria é compreender o espaço? É investigar o espaço? Esta é uma maneira de "definir" Geometria?

Comente!

ALUNA 18 - quarta, 15 Jul 2015, 22:41

Lendo as demais postagens e pegando o gancho com a sua provocação para a aluna 2: Geometria é investigar o espaço para compreendê-lo. Pode ser uma "definição" para Geometria, considerando que a Geometria como ciência dedutiva tem seu primeiro reconhecimento na Grécia antiga; quando, a partir de observações do universo físico, vão modelando seus conhecimentos na linguagem lógica matemática.

A geometria investiga o espaço e as formas com o objetivo de conhecer a natureza e a estrutura do nosso Universo, valendo-se da linguagem e da lógica matemática.

A aluna 18, em sua resposta, traz à presença desse diálogo o dito pela colega 2.

ALUNA 2 - domingo, 31 Mai 2015, 19:27

Relendo o texto pela terceira vez, entendo que, durante nossas 24 horas por dia, vivemos em muitos espaços diferentes, os quais, às vezes, observamos ou não e como estamos tão acostumados, não percebemos o quanto é importante para nós. "Fazer" geometria é aprender a explorar os nossos espaços, compreendendo-o e interagindo com ele sob vários pontos de vista.

*Professora entende do exposto pelo cossujeito:* que pela sintonia com as postagens feitas no fórum, a aluna 18 volta à explicitação de sua compreensão sobre o tema, indicando um movimento de reflexão e de possível transcendência do dito no texto em si. Vê interação que se mostra nas postagens e compreende que a aluna faz uma tentativa de teorização sobre a reflexão que se expressa nos diálogos registrados entre a professora e as alunas no ambiente do fórum.

**O que diz:**

**USG 89: movimento de reflexão e de transcência do dito nos textos**

**USG 90: percepção de tentativa de teorização**

ALUNA 18 - quarta, 15 Jul 2015, 22:42

Lendo as demais postagens e pegando o gancho com a sua provocação para a aluna 2: Geometria é investigar o espaço para compreendê-lo.

Pode ser uma "definição" para Geometria, considerando que a Geometria como ciência dedutiva tem seu primeiro reconhecimento na Grécia Antiga; quando, a partir de observações do universo físico, vão-se modelando seus conhecimentos na linguagem lógica matemática.

A geometria investiga o espaço e as formas com o objetivo de conhecer a natureza e a estrutura do nosso Universo, valendo-se da linguagem e da lógica matemática.

*Professora entende do exposto pelo cossujeito:* Vê que se trata de Postagens repetidas, decorrentes de engano da aluna ou de problema no ambiente Moodle. Para a pesquisadora, essa repetição mostra um *problema técnico no uso da tecnologia junto ao ciberespaço*.

**O que diz:**

**USg: 91 postagens repetidas.**

**USg 92: constata problemas técnicos no uso da tecnologia**

### **FÓRUM 1.2.3**

*Proposta: Como se mostra para você o espaço no qual se vive? Essa sua compreensão de espaço pode ser trabalhada em sala de aula? Como?*

ALUNA 18 - segunda, 25 Mai 2015, 17:17

Vejo o espaço em que vivo sob diferentes prismas. Ora observo os objetos de minha casa, da sala de aula, da escola. Suas formas, utilidade, como funcionam, como foram idealizados e criados. Da água que sai das torneiras e do chuveiro para meu conforto. Da luz que chega também até minha casa, que ilumina as ruas, na tecnologia que me permite assistir a uma TV, a usar a Internet, a ouvir e a ver uma pessoa que está muito distante de mim.

Penso na forma dos diversos tipos de construções, de sua beleza arquitetônica ou pobreza de detalhes. Nas pontes, nos viadutos, nos túneis.

Na área que tenho disponível para morar. Nas áreas imensas ou muito pequenas em que se constrói moradias. Nas áreas destinadas para locais públicos, nos parques, nos bosques, nas matas. Na forma e na beleza das flores, das árvores, da natureza. Na forma como tratamos (bem ou mal) a natureza e dos recursos que ela nos disponibiliza. Nas pinturas artísticas representando nosso espaço. Nas suas cores e na composição leve.

Da necessidade de saber a distância que estou do mercado, do centro de compras, do meu local de trabalho e de locais mais distantes para realizar viagens. Da necessidade que tenho de me localizar ou localizar outras pessoas, outros locais.

De observar os meios de transportes, nas suas formas, como se deslocam, na observação de regras para locomoção e segurança. Na capacidade de romper barreiras de distâncias enormes na terra, como avião e navio. Nos foguetes, nos satélites colocados ao redor da órbita terrestre.

Da necessidade que tenho de ouvir notícias sobre o tempo, para prevenir-me de chuva, ventos, tempestades ou calor excessivo. De saber a hora em que o dia amanhece e a hora em que escurece. De observar o mar e perceber se está agitado ou calmo. De olhar para a linha do horizonte e ver os navios parados, aguardando entrarem no porto ou se deslocando e sumindo de minha vista.

Da necessidade que temos de observar as pessoas, os animais, as aves, os peixes, os insetos, etc. Enfim, o espaço em que vivemos é finito, mas obter conhecimento sobre ele é imprescindível e uma tarefa inesgotável.

Essa sua compreensão do espaço pode ser trabalhada em sala de aula? Como?

Ao propor que a criança redescubra, através de uma observação dirigida, como funciona o mundo que a cerca, quais as leis que regem a natureza e como podem ser aplicados os conhecimentos adquiridos, seu aprendizado terá significado e são grandes as chances de aprender prazerosamente.

As aulas de Geometria revelam-se como um meio excelente de desenvolvimento cognitivo para a criança, aguça a percepção e ajuda no desenvolvimento do raciocínio abstrato, quando partindo dos objetos concretos faz-se a ponte para abstração de uma representação através de figuras geométricas, e da linguagem matemática para expressar as relações e leis da natureza observada pela criança.

É necessário que uma aula de geometria seja separada por área de interesse, assim se se deseja trabalhar com as formas, o ideal é que a criança tenha tempo para explorar o seu ambiente, observando formas (sala de aula, escola, natureza (área externa da escola), casa, espaço sideral, etc.)) e relate como as percebeu. O recomendável é que se inicie a observação a partir de objetos tridimensionais, como armários, livros, cadernos, casas, etc. e depois relacioná-las com os sólidos geométricos, corpos redondos e poliedros, pois, dificilmente, vemos quadrados e triângulos isolados na natureza.

A segunda etapa é construir essas figuras em papel ou cartolina e, a partir delas, introduzir a nomenclatura usada em geometria e levar o aluno a perceber essas relações, para depois expressá-las em linguagem matemática (Por exemplo, a relação entre a quantidade de vértices, faces e arestas de um poliedro, cuja descoberta dessa relação é atribuída a Euler) . Trabalhos em equipe são interessantes nessa situação.

Sempre que possível complementar com pesquisas sobre fatos históricos que originaram essas descobertas e sua evolução.

*Professora entende do exposto pelo cossujeito:* Pensando sobre o postado pela aluna, entende que ela descreve o que vê à sua volta e depois opina como o entorno pode se inserir no estudo da Geometria. Porém, não fica claro se busca relacionar o que uma criança vê ao seu redor e o que já conhece sobre geometria, caso em que estaria fazendo uma inversão, qual seja, identificar o que vê ao que já conhece de Geometria e não ao contrário. Coloca-se uma questão: a montagem de figuras em papel possibilita a compreensão de uma figura plana? Entende que a construída em papel mostra essas figuras planas como faces dos objetos geométricos, portanto a atividade pode não corresponder ao pretendido.

### O que diz:

#### **USg 93: dúvidas da professora sobre a resposta da aluna**

*Professora comenta:* Aluna 18, o que você descreveu é a sua percepção do que **está no espaço** em que você vive, não é? Entendo, então, que essa sua percepção avalia o que está em alguma outra coisa que você chamou de **espaço**. Mas o que é esse espaço? Você consegue definir sem nos contar o que está nele?

Daí a sua indicação de trabalho acerca de espaço com alunos é a partir do que se percebe no espaço. Teria como trabalhar espaço sem se referir ao que se percebe nele?

Comente.

ALUNA 18 - domingo, 7 Jun 2015, 22:28

A Geometria estuda o espaço e as formas. Dependendo do contexto que queremos estudar, limitamos o estudo a determinados Espaços da Geometria. Para superfícies planas, o Espaço Euclidiano é suficiente para estabelecer propriedades e relações no plano e objetos geométricos bidimensionais.

Já se quisermos projetar imagens numa tela que mostre um espaço tridimensional, a geometria projetiva é a indicada. O espaço projetivo, então, complementaria ou modificaria alguns postulados da Geometria Euclidiana, como, por exemplo, as retas paralelas se encontrando num ponto (perspectiva).

Já para o estudo de espaços curvos, das superfícies curvas, será utilizada a geometria dos espaços curvos ou não euclidiana.

*Professora entende do exposto pelo cossujeito:* Pensa que a aluna continua suas considerações sobre a proposta do fórum, abordando o conceito do que chamou de “Espaços da Geometria”. Percebe: a sua postagem tem como objetivo complementar sua fala sobre a Geometria e o espaço que cerca o Homem com exemplificação dos espaços como o Euclidiano, o Projetivo e os Não-euclidianos de modo geral. Percebe que a aluna sentiu necessidade dessa complementação ao que já havia exposto.

## O é dito:

### USg 94: movimento do pensar da aluna adentrando o conhecimento da geometria

#### FÓRUM 1.2.4

*Proposta: Depois do estudo do texto sobre o espaço nesta aula, explique o que você entende neste trecho trazido na aula anterior: “Geometria, realmente, é matemática, e tal como ela, pede por fundamentos mais sólidos do que o espaço em que se vive, o qual, pelo menos como um objeto da pesquisa física, é suspeito para um genuíno matemático.”*

ALUNA 18 - sábado, 23 Mai 2015, 18:17

Para os egípcios, os objetos geométricos eram entidades físicas, por exemplo, "um retângulo era o limite de um pedaço de terra, ou a face de um bloco de pedra. O espaço era lama, solo e ar." (Mlodinow, 2010 - p. 29 - A janela de Euclides). Para os egípcios, a geometria tinha um sentido prático e político: a de medir as terras para os faraós cobrarem os impostos.

Os estudiosos gregos, entretanto, estavam preocupados com o conhecimento em si, e como grande observadores do universo que os rodeava, criaram um método de raciocínio lógico dedutivo, concebendo o espaço de forma abstrata (ponto, linhas, planos, retas), que permitiu avançarem no conhecimento para compreensão das leis da natureza que regem o nosso mundo e o universo. A obra de Euclides, *Os Elementos*, é um exemplo dessa abstração matemática, e teve "o papel de organizador e sistematizador da geometria conforme compreendida pelos gregos. Ele foi o arquiteto do primeiro relato abrangente sobre a natureza do espaço bidimensional através do raciocínio puro, sem nenhuma referência ao mundo físico". (MLODINOW. **A janela de Euclides**, 2010, p. 40)

Depois vimos Descartes que, através da abstração matemática, imaginando um sistema de eixo de coordenadas para representar um ponto, uma linha ou um objeto no espaço tridimensional, permitiu que as equações algébricas pudessem ser melhor compreendidas através da Geometria, denominada em matemática como Geometria Analítica.

Estes fatos e outros avanços nos estudos da Geometria e no conhecimento das leis da natureza do universo parecem-me demonstrarem que sem o rigor do raciocínio matemático e

suas abstrações, não seria possível o avanço no conhecimento e nem confiarmos em conclusões a respeito do espaço em que vivemos.

*Professora entende do exposto pelo cossujeito: O que parece à pesquisadora é que a aluna trouxe outros autores para dialogar com Freudenthal, mas não os articulou com o objetivo do fórum.* O trecho destacado enfatiza a necessidade de um solo para a Geometria, como parte da Matemática que é.

A questão posta, pela aluna, a respeito do rigor, raciocínio e abstrações matemáticas não responde pelo solo indicado pelo autor estudado. O exemplo dos egípcios, por exemplo, não mostra a necessidade de solo matemático, já que o sentido dado por esse povo era 'prático, político'. Pergunta-se se a questão posta no fórum teria sido bem entendida pela aluna ou se ela não concluiu sua participação com a aproximação desejada entre a Geometria e a Matemática.

### **O que é dito:**

**USg 95: a aluna se move em torno de textos matemáticos não indicados sem articulá-los ao objetivo proposto.**

**USg 96: dúvida da professora sobre sua prática**

*Professora comenta:* Aluna 18, a proposta do Fórum é relacionar o texto desta aula à colocação feita pelo autor na aula anterior. O que você acha que Freudenthal quis dizer com "fundamentos mais sólidos"? "Espaço em que se vive" é um fundamento? O que você compreendeu sobre o espaço ser "suspeito para um genuíno matemático" se tomado como objeto de pesquisa física?

Comente!

## **O OBJETO MENTAL**

### **FÓRUM 1.3.1**

*Proposta: Considerando as possibilidades apresentadas pelo autor a respeito do significado de "représentation" para Piaget-Inhelder (concepção, abordagem conceitual, ideia, intuição),*

*o que você compreendeu sobre "objeto mental", do modo pelo qual assim o denomina o autor?*

ALUNA 18 - sexta, 29 Mai 2015, 18:45

Objeto mental é a representação mental que se faz de um objeto. Para o autor, os objetos geométricos (triângulos, quadrados, etc.) para serem representados mentalmente, não necessitam de uma base conceitual a respeito. Esta é uma vantagem que a Geometria oferece em relação aos demais objetos matemáticos, como números, por exemplo, que dependem, para realização de operações ou mesmo para leitura de números maiores, de domínio de conceitos lógicos matemáticos.

Os triângulos em geometria têm o mesmo formato, então um triângulo serve de base para identificar os demais triângulos, pois não mudam essencialmente no formato (têm três lados, três ângulos). Triângulo serve de paradigma para o que se denomina em geometria como triângulo. Segmentos de reta, uma vez visualizado um, todos os demais serão parecidos e, portanto, segmentos de reta são paradigma para segmentos de reta. "Pode-se explorar amplamente o domínio geométrico sem formar conceitos, tão amplamente que, finalmente mais conceitos maduros caem em sua volta." (p. 4). Seria a descoberta observada através da manipulação e a inferência possível de realizar sem a necessidade de demonstração pela geometria euclidiana.

*Professora entende do exposto pelo cossujeito:* A aluna 18 resume sua compreensão sobre 'objeto mental', mas não discorre sobre a relação entre essa compreensão e as possibilidades a respeito do conceito de 'representação', atribuídas pelo autor à Piaget. A aluna usou o termo 'representação' sem explicitá-lo, enlaçando o pensamento que pergunta se a aluna se preocupou em entender o 'objeto mental' e tomou a 'representação' como um conceito usual.

### **O que é dito:**

#### **USg 97: a aluna se move em torno do solicitado**

ALUNA 8- segunda, 1 Jun 2015, 08:24, *em sua postagem, traz também à compreensão da aluna 18.*

Sua postagem: Segundo o autor o “objeto mental” é a representação, ou seja, o desdobramento real no seu desdobramento simbólico, não sendo fácil entender a maneira como esse objeto se constitui, pois o acesso à representação depende do acesso ao conhecimento que transcende a aparência das coisas.

Concordo com a aluna 18, quando diz que, na geometria, os objetos representados mentalmente não necessitam de base conceitual a respeito. No exemplo de triângulos como objeto mental, nesse paradigma, observamos que caso o aluno não tenha conseguido formar o conceito de triângulo, por exemplo, pensa em triângulos em geral, não apenas em triângulos isósceles, triângulos equiláteros e outros. Pode não saber falar sobre seus atributos, mas pode reconhecer um triângulo. E ele pode apenas dar um único exemplo, pois desconhece as variações de triângulos existentes.

*Professora entende do exposto pela aluna 8:* Para a aluna 8, a compreensão se aproxima com a da colega 18. Ela faz mais algumas considerações e fala em ‘desdobramento’ que fica obscuro, incomodando-a. Também traz a expressão ‘transcende’, em cujo contexto o entendimento não se fez. Essa falta de compreensão incita a pergunta: o aluno, ao pensar num triângulo, representa-o mentalmente como um tipo específico? A classificação em tipos não será depois acessada, por instrução geométrica?

*Professora comenta:* Aluna 18. O que você compreendeu sobre "objeto mental"?

Freudenthal relata o que ele apreendeu das concepções de "representação", fornecidas por Piaget e por outros autores, preferindo chamar esse conceito de "objeto mental".

E você?

ALUNA 18 - quarta, 10 Jun 2015, 07:50

Não sei se estou correta, mas o que entendi é que para Freudenthal, a criança pode se apropriar da ideia do que seja um retângulo, por exemplo, a partir de um desenho de um retângulo e pode buscar identificá-lo em objetos concretos à sua volta ou outros desenhos de retângulos, sem necessidade de diferenciar que os lados paralelos têm o mesmo tamanho, que os ângulos são congruentes e são retos, que tem quatro lados, que os "cantos" formam os vértices. Mas é possível que se confunda se apresentarmos um desenho de um paralelogramo, cujos ângulos não são retos. Assim como há grande confusão, não só com as crianças mas

inclusive com adultos quando se pede para diferenciar um losango de um quadrado (quando é necessário ficar atento não só ao que aparenta ser o losango, mas aos ângulos). Assim, a partir do objeto mental (como a criança pensa sobre o objeto, e o representa ou o identifica) é possível avançar para outros conceitos geométricos dentro do espaço geométrico.

*Professora entende do exposto pelo sujeito:* A impressão que a pesquisadora teve da postagem da aluna 18 é que ela se confundiu no exemplo que deu ou na forma como o redigiu. Sendo essa uma segunda postagem depois de uma primeira em que apresenta bem a sua interpretação, parece que o acréscimo não concorda com o inicialmente exposto. A conclusão, entretanto, retorna àquelas ideias já expressas. Parece, pois, que houve problema na exemplificação apresentada ou na forma de descrevê-la como já mencionado.

### *O que é dito*

**USg. 98: questão de linguagem que não explicita o pensamento de modo claro.**

### *FÓRUM 1.3.2*

*Proposta: "... geometria é o campo onde se pode frutuosamente olhar para os sintomas dos processos de aprendizagem". Comente este trecho retirado do texto, exemplificando, por meio de possíveis atividades com alunos, o que você compreendeu a esse respeito.*

ALUNA 18 - domingo, 31 Mai 2015, 13:35

Freudenthal descobriu a ideia de que a criança se apropria do campo conceitual no domínio geométrico, através da simples manipulação de objetos ou das representações mentais ou gráficas (desenhos) que dele faz, mas sim, que a Geometria é um campo que oferece a possibilidade de compreensão de objetos geométricos, através de imagens, de desenhos, da manipulação de objetos concretos, sem a necessidade preliminar de se estabelecer conceitos, ou usar o formalismo da geometria tradicional, como se requer em outras áreas da matemática.

Considerando essas razões e mais a expectativa dos estudiosos acerca da revelação de instrumentos linguísticos relativos e mais ferramentas linguísticas simbólicas no campo da

Geometria, o autor conclui que a geometria é um campo fértil de pesquisa para os sintomas de aprendizagem, que pode produzir grandes e bons resultados. Ressalva, entretanto, que os resultados dessas pesquisas podem ficar comprometidos pelas próprias limitações do pesquisador na sua formação em geometria.

Este convite agora feito, a fim de olharmos para os processos de representação mental que os alunos fazem dos objetos geométricos, e daí podermos perceber, com mais clareza, em que estágio do seu desenvolvimento cognitivo estão, pareceu-me muito instigador e apropriado para a compreensão do estágio de desenvolvimento dos nossos alunos em matemática e a partir deles propor estratégias de intervenção.

Como meus alunos estão concebendo os objetos geométricos? Conseguem representá-los? Em que nível de representação estão? Numa fase concreta em que apenas os reproduzem através de desenhos sem estabelecer outras relações com esse objeto? Ou já conseguem perceber relações, propriedades? E se já atingiram este desenvolvimento, estão aptos a transferir essas representações mentais para outras situações-problema? Estão aptos a formular ou a compreender os conceitos no campo da Geometria?

A minha experiência em sala de aula, tem mostrado que os alunos em sua grande maioria, chegam ao Ensino Fundamental II com noções de objetos geométricos, com noções parciais de deslocamento no espaço, mas sem conseguir transitar por outras áreas de matemáticas, relacionando esses prévios conhecimentos. A reversibilidade do pensamento não está formada.

Sabem por exemplo, que um quadrado é uma figura que tem 4 lados iguais, mas se for contextualizada a situação: D. Maria vai colocar uma fita em todo o contorno de uma toalha quadrada. Quantos centímetros de fita precisa comprar, sabendo que o comprimento dessa toalha mede 160 centímetros? Ou mesmo, nessa mesma situação, se for apresentado um desenho de uma toalha quadrada para facilitar a compreensão, mas anotando apenas a medida em um dos lados, a grande maioria sente dificuldade em reconhecer que se é um quadrado então, todos os lados têm medidas iguais.

Assim, sabem reconhecer figuras planas como triângulos, quadrados, círculos, seja através de desenho ou de objetos disponíveis na sala de aula. A grande maioria já construiu objetos tridimensionais em cartolina (entretanto, poucos sabem representar através de desenho), alguns aprenderam a nomenclatura utilizada em geometria como aresta, face, vértice, mas têm dificuldade de associar ponto a vértices, e não sabem o que é um segmento

de reta para associar com as medidas das arestas. Reconhecem o cubo, todavia não sabem a distinção entre um cubo e um prisma retangular ou bloco retangular.

Assim, é necessário propor atividades que além de reforçar a construção e a importância de desenhos para representar o que aprenderam, instigue a pesquisa para fazer inferências a respeito das características quanto a sua forma e a sua relação com o espaço em que se vive. Por exemplo: que figuras usar para preencher um plano totalmente? Por que a maioria das caixas nos supermercados têm forma de bloco retangular? O trabalho em grupo tem-se mostrado apropriado para a realização dessas indagações, visto que não figura como imposição do professor, mas como uma discussão entre os pares.

*Professora entende do exposto pelo cossujeito: A aluna 18 explana de maneira clara sua compreensão sobre o trecho destacado do texto e consegue estabelecer relações entre as ideias de Freudenthal e sua prática. As questões que se referem a ‘olhar os sintomas dos processos de aprendizagem’ foram mencionadas como possibilidades, não como ações realizadas efetivamente. Compreende que o texto permite perceber o conforto da aluna ao tratar do tema proposto.*

### **O que é dito:**

**USg 99: linguagem clara explicitando o compreendido**

**Usg 100: articulação do pensar**

**Usg 101: modo de a aluna estar-junto-ao-curso**

*Professora comenta:* Aluna 18. Sua contribuição foi excelente! Você pode nos relatar como as experiências em sala de aula mostraram a evolução do raciocínio matemático em seus alunos? Você tem relatos dessas experiências?

ALUNA 18 - segunda, 1 Jun 2015, 19:51

Aluna 8, sem dúvida sua complementação com relação ao atual recurso didático do ambiente computacional (infelizmente, não disponível, ainda, em muitas das escolas brasileiras, ou quando têm funcionam precariamente, como é o caso de minha escola) colabora para a melhor compreensão do espaço tridimensional.

Mas, percebo que o espaço que antes a Geometria ocupava nas aulas de Artes, foi retirado, impactando, em muito, o aprendizado tanto de Geometria como o de Matemática,

pois o professor de Matemática precisa de dar conta de ensinar o desenho geométrico bem como os conceitos e, via de regra, o desenho acaba sendo pouco explorado (o tempo, nas aulas de matemática, não foi acrescentado para o desenvolvimento desta habilidade). Há alunos que chegam ao 9º ano (estou falando de escolas públicas), sem nunca ter usado um compasso, sem nunca ter realizado um traçado de retas paralelas com régua, esquadro e/ou compasso. Sem nunca ter construído um ângulo com compasso.

E esta habilidade de construção de desenhos geométricos, tão importante para facilitar a compreensão dos conceitos geométricos, vai sendo perdida.

A aluna 18, em sua resposta, traz, à presença desse diálogo, o dito pela colega 8.

ALUNA 8 - segunda, 1 Jun 2015, 08:55

Freudenthal (1973) diz-nos que questões como “o que é a geometria?” podem ser respondidas em diferentes níveis: no nível mais elevado, a geometria é uma certa parte da matemática, de certo modo, axiomaticamente organizada. Em nível mais baixo, a geometria é, essencialmente, compreender o espaço em que a criança vive, em que respira e em que se move. O espaço que a criança deve aprender a conhecer, a explorar, a conquistar, de modo a poder aí viver, a respirar e a mover-se melhor. Ainda insiste na importância de que a matemática, quando vai ser aprendida, deveria estar intimamente ligada à realidade. “A geometria só pode ser cheia de significado se se explora a relação da geometria com o espaço experimentado”. Assim a geometria: - presta-se, à aprendizagem da matematização da realidade e para a realização de descobertas, que sendo feitas também “com os próprios olhos e mãos, são mais convincentes e surpreendentes”; - tem ainda a capacidade para fazer as crianças sentir a partir da necessidade lógica das suas conclusões, “a força do espírito humano, ou seja do seu próprio espírito”.

Usaria para exemplificar o texto, como um recurso didático atual, o ambiente computacional, pois através dele é possível a superação das configurações geométricas. Ele auxilia na elaboração das ideias, mudando a função do desenho, utilizando as representações dinâmicas ou seja, com imagens tridimensionais em movimento na tela do computador, os pensadores, sejam um geômetra ou uma criança, poderão utilizar uma nova linguagem, mais interativa que melhor representa as imagens que a mente cria. Nesse ambiente computacional, conseguimos aproximar a compreensão do espaço em que a criança vive e aliá-lo à realidade, fazendo experiências e verificando resultados.

*Professora entende do exposto pela aluna 8:* A aluna 8, na compreensão da professora, trouxe outro trecho de Freudenthal que não responde ao indagado na atividade. Trouxe também um ambiente e não uma atividade que pudesse ser oferecida em sala de aula. Por este motivo entende que a aluna não atendeu ao solicitado na proposta do fórum. Entretanto, a aluna 18 retoma a fala da aluna 8.

*Professora entende do exposto pelo cossujeito:* Em diálogo com a colega 8, a colega 18 lembra que os recursos computacionais, via de regra, não são disponíveis aos alunos da rede pública de ensino. Por outro lado, comenta que também contribui para dificuldades na aprendizagem geométrica a incumbência de trabalhar com essa parte da Matemática, atribuída ao professor dessa disciplina, minimizando o tempo dedicado às atividades elaboradas com mais cuidado. Lembra que o uso de instrumentos próprios da aprendizagem geométrica, como o compasso e os esquadros, raramente são manipulados nas aulas de Geometria, o que prejudica uma imersão nas construções que possibilitassem aos alunos melhor compreensão dos objetos geométricos. Pensa que o uso de computadores e de softwares apropriados poderia ser uma boa opção, se as escolas estivessem todas assim aparelhadas e os professores aptos ao seu uso como ferramenta eficaz para o ensino da Geometria.

**O que é dito:**

**USg 102: recursos computacionais não está à disposição nas escolas públicas, em geral.**

**USg 103: a régua e o compasso são recursos que podem contribuir com a compreensão dos objetos geométricos**

**USg 104: para a aluna o uso de computadores e softwares apropriados podem ser uma boa opção para o ensino da geometria**

*Professora comenta:* Alunas 8 e 18. O exemplo do trabalho com o computador ilustra uma possibilidade de se trabalhar o espaço a partir de uma representação real. A construção de objetos geométricos com régua e compasso trabalha nessa mesma direção? Seria esse o processo de aprendizagem da Geometria sobre o qual Freudenthal está se referindo? Aguardamos seus comentários!

Aluna 12, o problema não é só no Fundamental I, também continua no Fundamental II, pois, via de regra, não se atenta para a importância da apropriação dos conceitos no âmbito da geometria.

Os alunos estão na faixa etária entre 10 a 12 anos de idade, quando chegam ao Fundamental II, portanto saindo da fase concreta de pensamento para a fase do abstrato. Cabe ao professor do Fundamental II complementar esse processo de aprendizado.

Parece que o autor quis esclarecer que é importante esta fase de visualização, de construção de objetos, mas ela, por si só, não significa que a criança se apropriou dos conceitos de geometria.

Isto só ocorrerá mais tarde, quando a criança já possuir um certo grau de abstração.

A aluna 18, em sua resposta, traz à presença desse diálogo o dito pela colega 12.

ALUNA 12 - segunda, 1 Jun 2015, 10:02

Como minha área não é a matemática, confesso que responder a questão apenas com a leitura do texto não foi muito confortável. Ajudaram-me bastante as respostas das colegas. Através dessas explicações, ficou mais fácil entender o texto e a questão. Pensando como professora de Fundamental I e observando as colocações da colega de Fundamental II, acredito que haja uma falha no trabalho desenvolvido com figuras tridimensionais, faltando um pouco de reflexão ao desenhar, ao montar e ao manipular tais formas, pois a atividade tem-se mostrado superficial. É preciso repensar tal prática para que os conteúdos possíveis de serem trabalhados com esta atividade sejam, realmente, explorados de forma significativa e sistematizada.

*Professora entende do exposto pela aluna 12: A aluna 12 se sentiu fora do assunto, por conta de sua formação e atuação. Valeu-se, então, das postagens das colegas para compreender a atividade proposta. Compreendeu, assim, que a prática tem-se mostrado insuficiente para uma aprendizagem reflexiva e eficiente. A pesquisadora percebe que a interação foi importante para que as colegas pudessem pensar juntas, ajudando-se. A leitura dos textos das colegas de curso mostrou-se significativa para que a aluna 12 refletisse sobre a proposta do fórum e elaborasse um pensamento seu.*

*Professora entende do exposto pelo cossujeito: A aluna 18 contribui, mais uma vez, para o diálogo estabelecido, tomando a abstração como possibilidade, diretamente, relacionada às faixas etárias dos alunos do Ensino Fundamental I e II. Esta teorização deixa de lado, entretanto, que os níveis de abstração podem ser considerados em cada estágio da aprendizagem, quando as atividades são adequadas a cada um desses níveis, desconsiderando a questão etária. Os ‘sintomas’ de que Freudenthal fala podem ser ‘olhados’ em acordo com os níveis de abstração esperados pelas atividades realizadas. Esses, portanto, como já mencionado, podem direcionar as atividades em qualquer nível de ensino.*

### **O que diz:**

#### **USg105: diálogo com o cossujeito**

*Professora comenta: Alunas 12 e 18. Acredito que com as crianças do Fundamental I, desconsiderando que não possuem aprendizagem geométrica, o trabalho com a representação e com objetos mentais seja mais genuína e possibilite a percepção dos processos de aprendizagem com mais facilidade. Sobra a questão da idade de maturação da abstração, que é uma tônica no trabalho de Piaget. Porém Freudenthal faz uma crítica leve ... vocês percebem isso? O objeto mental como ele concebe tem mais de abstração do que concretude: vocês concordam? Comentem!*

### **FÓRUM 1.3.3**

*Proposta: Como você entende "educação geométrica", levando em conta a perspectiva do autor?*

ALUNA 18 - domingo, 31 Mai 2015, 14:27

A "Educação Geométrica" inicia-se pelos objetos mentais geométricos, ou seja, através da visão, do tato e da percepção, o aluno é levado a reconhecer as diversas formas geométricas, o deslocamento no espaço em que vive, dentro de um contexto que está contido no espaço geométrico. Aos poucos, evoluindo para uma concepção mais abstrata desses objetos mentais nesse espaço geométrico, o aluno deve aprender a estabelecer conceitos,

relações, propriedades por intermédio de uma fundamentação matemática (definições, postulados, teoremas, representações gráficas e equações) que devem ser compreendidas como necessárias para garantir a cientificidade dessas conclusões, para afastar a ilusão de afirmações baseadas apenas nos cinco sentidos que podem levar a conclusões distorcidas ou falsas, se não passar pelo crivo da análise rigorosa matemática.

Numa fase posterior, esses objetos geométricos vão ser colocados em outros espaços, como do Física, da Engenharia, da Astronomia, da Biologia, das Artes, etc..., mas, primeiramente, devem estar nomeadamente dentro do espaço geométrico, em seus diversos contextos.

*Professora entende do exposto pelo cossujeito: O texto da aluna 18 pareceu confuso para a pesquisadora. A impressão que teve foi sobre a dificuldade de expressão do que a aluna desejava. Ficou confuso relacionar ‘objetos mentais’ à visão e ao tato. Estas seriam sensações que auxiliam no reconhecimento de formas e de propriedades sem a sua associação a objetos ideais ou na construção dos objetos geométricos já parametrizados. Também não ficou compreensível a ideia de um espaço geométrico ‘dentro’ de um espaço vivencial e daí o aluno chegar a ‘uma concepção mais abstrata desses objetos mentais’. Os cinco sentidos baseiam ilusões, conclusões distorcidas ou falsas? No final, a aluna conclui sua participação de maneira, relativamente, coerente.*

### **O que diz:**

#### **USg 106: linguagem não explícita claramente o pensamento**

ALUNA 18 - segunda, 1 Jun 2015, 21:24

Aluna 3, está correta sua colocação, quando diz que independente do nível, a educação geométrica necessita de objetos mentais, inclusive de saber representá-los, mas só conhecer formas e ter noção do espaço não significa que a pessoa se apropriou dos conceitos geométricos, ou seja, não completou sua educação geométrica.

A aluna 18, em sua resposta traz à presença desse diálogo o dito pela colega 3.

ALUNA 3 - segunda, 1 Jun 2015, 14:07

A Educação Geométrica se dá através dos objetos mentais, da percepção das formas por meio de desenhos, independentemente do início do ensino, quando a criança começa a ter noção de espaço.

*Professora entende do exposto pela aluna 3:* A aluna 3 desconsidera a instrução geométrica escolar como educação geométrica e enfatiza, em sua participação no fórum, apenas os 'objetos mentais'. A pesquisadora sente a falta do prosseguimento do raciocínio da aluna em seu texto.

*Professora entende do exposto pelo cossujeito:* A aluna 18 compreende de modo semelhante à percepção da pesquisadora e se manifesta no fórum. O diálogo entre a aluna 3 e a aluna 18 mostra, mais uma vez, a interação entre as alunas e a sintonia que se revela.

**O que diz:**

### **USg 107: modo de os cossujeitos estarem juntos**

*Professora comenta:* A aluna 18. Não compreendi esta parte: "... inicia pelos objetos mentais geométricos, ou seja, através da visão, tato, percepção, o aluno é levado a reconhecer as diversas formas geométricas, o deslocamento no espaço em que vive, em um contexto que está contido no espaço geométrico. " Você pode explicitar? Os objetos mentais se tornam mais abstratos? Também ficou obscuro para mim. Como?

ALUNA 18 - segunda, 1 Jun 2015, 21:05

O reconhecimento da Geometria como um meio eficaz para o aprendizado em matemática "em contraponto com a perspectiva que propõe meramente a resolução de problemas reais", foi um aspecto muito bem lembrado, pois recoloca a geometria no lugar que deveria ocupar.

A aluna 18, em sua resposta, traz à presença desse diálogo o dito pela colega 8, ainda que não o tenha mencionado expressamente.

ALUNA 8 - segunda, 1 Jun 2015, 09:

Segundo Freudenthal, o desenvolvimento das ideias geométricas progride numa hierarquia de níveis. Primeiro, os alunos aprendem a conhecer globalmente as formas, procedendo depois à sua particularização através da análise das propriedades relevantes de cada uma. O desenvolvimento geométrico no processo de ensino-aprendizagem deve decorrer respeitando estes níveis.

Então a Educação Geométrica seria um meio eficaz para modelagem da realidade em contraponto com a perspectiva que propõe meramente a resolução de problemas reais. Além disso, ela tem cada vez mais coincidido com o campo do ensino-aprendizagem, no qual variadas abordagens procuram diversificar as ações educativas evitando, assim, a hegemonia de uma única visão.

Acredito que educadores não devem se acomodar. É preciso estar em constante atualização, acontecendo, fazendo mudança, pois, “ao ser consciente, nos tornamos seres de práxis, de ação e reflexão, pois constatando, refletimos para mudar, não para nos adaptarmos. A mudança implica rupturas, lentas ou bruscas do que parece acabado e pronto”. (SCHERER, 2005).

*Professora entende do exposto pela aluna 8:* A aluna 8 traz outro autor para dialogar com o texto destacado. Além disso, em sua participação, demonstra ter compreendido, de maneira clara, o processo descrito por Freudenthal. A aluna descreve seu entendimento de que aprendizagem geométrica se dá em níveis que evoluem do conhecimento global das formas para uma particularização, que leva em conta a dedutividade e a axiomatização.

*Professora entende do exposto pelo cossujeito:*

A aluna 18, sempre atenta às considerações de seus colegas de turma, mais uma vez, expõe sua aquiescência ao que foi exposto pela colega 8.

**O que diz:**

**USg108: modo de estar com os cossujeitos**

Professora comenta: Aluna 8. Diga-nos: de que obra trata SCHERER (2005)? Seu autor concorda e segue o pensamento de Freudenthal? Ele o cita? É importante que não nos desviemos do autor que estamos estudando. Observe que, em geral, as perguntas são formuladas, relacionando o pensamento de Freudenthal.

Quanto à sua contribuição, ela está ótima! Lembre-se, apenas, que Freudenthal trabalha com a Matemática Realística, ou seja, aquela que é percebida na realidade.

ALUNA 18 - segunda, 1 Jun 2015, 21:39

Aluna 5, sua colocação e das demais colegas completaram muito bem o entendimento sobre a Educação Geométrica, reforçando os aspectos estudados nas aulas anteriores.

A aluna 18, em sua resposta, traz à presença desse diálogo o dito pela colega 5.

ALUNA 5- segunda, 1 Jun 2015, 14:46

A educação geométrica é um ramo da matemática importante tanto como objeto de estudo quanto como instrumento para outras áreas. Tem por elemento o estudo do espaço e das formas (planas e espaciais) com as suas propriedades. Para se justificar a importância da geometria, bastaria o contexto de que tem função essencial na formação dos indivíduos, pois permite uma interpretação mais completa do mundo, uma comunicação mais abrangente de ideias e uma visão mais equilibrada da matemática.

Freudenthal (1973) diz-nos que questões como o que é a geometria? podem ser respondidas em diferentes níveis: no nível mais elevado, a geometria é uma certa parte da matemática, de certo modo, axiomaticamente organizada. Em nível mais baixo, a geometria consiste em, essencialmente, compreender o espaço em que a criança vive, respira e se move. O espaço que a criança deve aprender a conhecer, explorar, conquistar, de modo a poder aí viver, respirar e mover-se melhor. Ainda insiste na importância de que a matemática quando vai ser aprendida, deveria estar intimamente ligada à realidade. “A geometria só pode ser cheia de significado se se explora a relação da geometria com o espaço experimentado”. Assim a geometria: - presta-se à aprendizagem da matematização da realidade e para a realização de descobertas, que sendo feitas também “com os próprios olhos e mãos, são mais

convincentes e surpreendentes”; - tem ainda a capacidade para fazer as crianças sentir a partir da necessidade lógica das suas conclusões, “a força do espírito humano, ou seja do seu próprio espírito”.

*Professora entende do exposto pela aluna 5:* No primeiro parágrafo, a professora percebe que a aluna 5 expõe, mesmo que com alguns equívocos, o que pensou sobre a educação geométrica, explicitando-a como ‘ramo’ da Matemática e, ao mesmo tempo, como ‘instrumento’ para outras áreas. Diz, ainda, que o estudo do espaço e das formas é um ‘elemento’. Enfim, seu texto é confuso. O segundo parágrafo desta mesma postagem é cópia do parágrafo postado pela colega 8, no fórum 1.3.2, imediatamente anterior a este, na mesma data às 8:55.

*Professora entende do exposto pelo cossujeito:* Mais uma vez, a aluna 18 se manifesta, mostrando que as postagens da turma foram significativas para as alunas.

### **O dito:**

#### **USg 109: modo de estar com os cossujeitos**

*Professora comenta:* Aluna 5. A Educação geométrica é um **ramo** da Matemática, considerando a Matemática uma **árvore**? Ao se referir dessa maneira, você está separando os "ramos" da ciência como entidades dissociadas, como ramos em uma árvore? Pense nisso! Comente!

### **CORPOS RÍGIDOS E CAIXAS**

#### **FÓRUM 1.4.1**

*Proposta:* Descreva situações em que você percebe o surgimento de contextos geométricos na "geometria de corpos rígidos, congruentes e reprodutíveis", conforme a explicação dada pelo autor.

ALUNA 18 - sexta, 5 Jun 2015, 10:57

De acordo com o autor, o reconhecimento de objetos geométricos dentro do contexto da geometria euclidiana, como objetos mentais, são feitos de forma mais simples do que objetos não-geométricos como árvores, animais, cores, nuvens. Dentre os contextos geométricos dados como exemplo pelo autor, temos:

**Retilinearidade:** presente no próprio corpo humano pela postura reta, caules das plantas, caminho mais curto, ferramentas como lança, as ações sugerem retilinearidade: varas, pinos, aros, bordas, caminhos, dobras, cortes, cordas esticadas. Além de todos esses exemplos, podemos encontrar na sala de aula, a régua, a borda da lousa, o comprimento da parede, o encontro das paredes, as linhas do caderno, etc.

**Planicidade:** observada pela pavimentação em: pedras, pisos, paredes, tetos, mesas, bancos, telhados, galpões, caixas, tampas. Acrescento: folha de papel, folha de cartolina, a lousa, etc.

**Paralelismo:** a planicidade confrontada com o **paralelismo**, novamente com bordas de objeto, estradas, portões, malhas de fio, paliçadas, fileiras de casas. Poderia ser: as ruas de um bairro, das bordas de objetos como borracha, da porta, da borda de portas de armários, etc.

**Perpendicularidade:** sugerindo ângulos retos, dos objetos. O fio de prumo usado pelos pedreiros para deixar as paredes retas, o canto de janelas, o canto da base das caixas ou tampas.

**Simetria** - uma transformação geométrica no plano permite que se obtenha um ponto P' a partir de um outro P mediante uma regra. Um movimento é uma transformação geométrica que conserva as distâncias e os ângulos. Ao aplicar um movimento em um plano, sua forma e seu tamanho se mantêm. São movimentos no plano: as translações, as reflexões ou simetrias e as rotações.

Podemos percebê-las no espelho, na reprodução de um desenho, utilizando um vidro espelhado que reflete a pintura que está colocada do outro lado do papel. Nas translações que conservam ângulos e movimentos, como numa asa delta, nos mosaicos (polígonos) que se repetem e se encaixam sem deixar espaços vazios, nos frisos ou nas barras de desenho de uma figura que se forma por translações sucessivas do mesmo objeto base (friso do arqueiro, um dos mais famosos). Nas bonequinhas russas que se encaixam uma dentro da outra (mantendo a similaridade e a proporcionalidade) e, ainda, nas artes, temos as pinturas de Mauric Cornelis Escher (1898-1972) por exemplo, cuja obra dá a sensação de movimento, como se os objetos estivessem saindo do papel e entrando no mundo tridimensional.

**Círculos** - secções de árvores, sol e lua cheia. A roda com objetos redondos. Um vaso redondo, o lápis na extremidade sem a ponta, o orifício do apontador, um CD, as latinhas de alumínio de refrigerante, de suco, etc.

**Objetos arredondados ou redondos** - bolas, sugerem a esfera. Um cone é um chapéu de palhaço. O funil que pode representar um cone. A casquinha de sorvete.

**Congruência e semelhança** – além do que já vimos são ensinados através da produção natural (flores, folhas); artesanato (bordados, trabalhos de crochê, jogos como o tangram, pentaminós, o cubo mágico, etc.), e industriais (embalagens, brinquedos, máquinas, veículos).

Enfim, um mundo à nossa volta, permitindo que, através da intuição, possamos reconhecer os objetos geométricos desde a mais tenra idade.

*Professora entende do exposto pelo cossujeito: A professora compreende que a aluna 18 reproduziu os exemplos dados por Freudenthal, o que não atende à proposta da atividade. Alguns poucos exemplos são acrescentados. Novamente, lhe parece, que talvez seu pensamento esteja percorrendo os caminhos do existente na circunvizinhança do cerne da questão que visava trazer à discussão situações do cotidiano da aluna como professora ou mesmo observando seu entorno, ou seja, o ambiente escolar que vivencia.*

**O dito:**

**USg 110: a aluna se move em torno do texto matemático como são apresentados**

**USg 111: o pensar incide sobre o entorno da questão**

*Professora comenta: Aluna 18. Você diz: "De acordo com o autor, o reconhecimento de objetos geométricos dentro do contexto da geometria euclidiana, como objetos mentais são feitos de forma mais simples do que objetos não-geométricos como árvores, animais, cores, nuvens." Nos seus exemplos, há objetos da natureza. Eles são não-geométricos? A que geometria eles pertencem? Comente!*

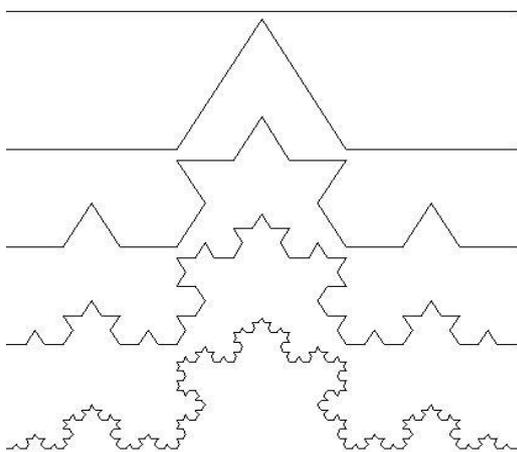
ALUNA 18 - segunda, 8 Jun 2015, 15:09

Embora não tenha profundidade nesse estudo de Geometria, elementos da natureza vêm sendo estudados através da Geometria dos Fractais, por apresentarem auto-similaridade, ou seja, os padrões se repetem indefinidamente.

- Fractal -> Benoit Mandelbrot introduziu o termo Fractal em 1975, para denominar uma classe especial de curvas definidas, recursivamente, que produzem imagens reais e surreais. Uma estrutura geométrica ou física tendo uma forma irregular ou fragmentada em todas as escalas de medição.

A geometria de fractais determinísticos, os objetos estudados são subconjuntos gerados por transformações geométricas simples do próprio objeto nele mesmo.

O objeto é composto por partes reduzidas dele próprio.



<http://www2.ic.uff.br/~aconci/aula1.html>

*Professora entende do exposto pelo cossujeitos:* A postagem que a aluna 18 faz em acréscimo, a seguir, demonstra que deseja ampliar a ideia da identificação de formas euclidianas, mencionando a característica mais geral da Geometria Fractal que é conhecida como ‘Geometria da Natureza’ por basear-se na ideia de que as formas da natureza não são euclidianas. As formas euclidianas são consideradas, ali, ideais e construídas pelo Homem. A aluna, entretanto, não explicita o que Freudenthal explana em contrapartida a esta Geometria. Entendo que ela caminha em suas articulações sobre a questão posta, pelo entorno aqui entendidos como sendo os de acrescentar informação sobre o assunto.

**O que diz**

**USg 112: ampliação de ideais**

## **USg 113: : a aluna se move em torno do texto matemáticos como são apresentados**

### **FÓRUM 1.4.2**

*Proposta: Relacione objetos mentais constituídos e objetos geométricos reconhecidos na educação geométrica, conforme indica o autor, a partir da congruência e da semelhança.*

ALUNA 18 - sábado, 6 Jun 2015, 17:42

O autor reforçou que no mundo, como nós o visualizamos, as primeiras e principais coisas são corpos no espaço e sua congruência ou semelhança, que podem ser feitas explicitamente a partir das necessidades que sentimos e ainda acrescenta que claramente, essas relações podem ser estendidas para todo o espaço (aula 4, p. 4).

Em Geometria, diz-se que duas figuras são semelhantes se possuem a mesma forma, ou seja, se seus ângulos internos correspondentes forem congruentes e seus lados correspondentes forem proporcionais. Dizemos que duas figuras são congruentes quando possuem a mesma forma e o mesmo tamanho.

No nosso mundo, estamos cercados de objetos geométricos semelhantes e congruentes, pois a proporcionalidade produz beleza e harmonia, além de, em determinados casos, influenciar na economia de material e, conseqüentemente, em custos. Repetição de formas como quadrados, triângulos equiláteros, hexágonos são observados na confecção de cerâmicas, no ladrilhamento de pisos, paredes. Nas construções: prédios mantendo o mesmo padrão de janelas, portas, sendo o mais comum o formato retangular, nas duas folhas de uma janela, em objetos e em utensílios domésticos. Nas portas e nas janelas de veículos (há correspondência entre o lado direito e o lado esquerdo). No avião: as suas asas. Numa sala de aula, as carteiras têm o mesmo formato, sua base geralmente lembra polígonos como retângulo ou hexágono irregular. Na triangulação da estrutura de torres e pontes. E assim uma infinidade de exemplos que podem levar a apreender a semelhança e congruência de objetos.

*Professora entende do exposto pelo cossujeitos:* A aluna 18 apresenta exemplos de objetos congruentes ou semelhantes que são idealizados no mundo para economia de espaço ou de recursos, ou, simplesmente, por padronização. Diz, ainda, que a congruência ou semelhança aplicada tem como inspiração figuras geométricas e os conceitos dessas figuras conforme

entendidos na Geometria Euclidiana. Não percebo articulações entre sua exposição e o solicitado no curso, ainda que aborde temas trazidos na linguagem da questão posta.

### O dito

#### **USg 114: : a aluna se move em torno do texto matemático como são apresentados**

*Professora comenta:* Aluna 18. Nossa provocação foi: "Relacione **objetos mentais constituídos e objetos geométricos reconhecidos na educação geométrica**, conforme indica o autor, a partir da congruência e da semelhança." Você relacionou objetos da vida cotidiana com objetos geométricos. Onde você identifica nas relações que nos exemplificou os objetos mentais? Comente!

ALUNA 18 - segunda, 8 Jun 2015, 17:20

Ao representar as gavetas de um armário, o objeto mental percebe que os retângulos têm a mesma medida e se "reproduzem", mantendo a mesma distância uma das outras (lados paralelos congruentes e ângulos retos (congruentes)).

Numa torre, visualmente, percebe-se que os triângulos que fazem sua sustentação são congruentes e têm seus lados proporcionais.

Num ladrilhamento, os polígonos são regulares (mesma medida) e há um deslocamento retilíneo, mantendo os lados paralelos congruentes e os ângulos congruentes. Pode-se rotacionar, transladar para o plano ficar totalmente preenchido.

*Professora entende do exposto pelo sujeito:* Entendo que, nesta participação, a aluna 18 constrói exemplos que estão de acordo com o que a atividade solicita. Ao comparar objetos mentais com objetos do mundo vivenciado, utilizando contextos de congruência e semelhança, a aluna corrobora com as ideias que o autor enuncia. Ao continuar suas reflexões sobre o texto estudado, a aluna percebe o que o autor está comunicando e externa o conhecimento que se constitui nos exemplos que apresenta.

### O que diz:

#### **USg 115: explicitação do pensar**

## **Usg 116: exposição de pensar articulado entre textos estudados e o mundo vivenciado**

*Professora comenta:* Aluna 18. O que você compreendeu sobre "objetos mentais"? Conte-nos, com as suas palavras.

ALUNA 18 - quinta, 11 Jun 2015, 05:46

Havia compreendido que objetos mentais era a forma como a criança ou mesmo qualquer pessoa percebia um objeto geométrico, podendo ser orientada para tal percepção. Por exemplo, ao mostrar um triângulo, ela conseguiria reconhecê-lo entre outras figuras que não eram triângulos, mesmo não lhe dando pistas mais completas de que há triângulos diferentes e classificações diferentes quanto aos lados e ângulos. Mas, ouvindo os vídeos e suas indagações, estou agora entendendo que objeto mental é a representação que o aluno faz de um objeto geométrico, antes que o leve a perceber segundo o ponto de vista dentro do contexto geométrico. Ao pedir, por exemplo, para um aluno representar objetos semelhantes (iguais) e congruentes, sem antes dar-lhe "pistas" do que eu espero como resposta (dos meus conceitos geométricos), ele poderá representar de uma maneira próxima da realidade ou não, mas terei que saber antes o que ele quis representar para só depois ir ajudando a corrigir eventual distorção na sua representação. Confirme ou me ajude a obter melhor esclarecimento.

*Professora entende do exposto pelo sujeito:* A pesquisadora percebe que a aluna 18 amadurece suas reflexões sobre as percepções que teve ao estudar as ideias de Freudenthal para constituir uma formulação a respeito, que mostra como, enfim, compreende o objeto mental e o processo de aprendizagem geométrica.

### **O que diz**

## **USg 117: pensar evidenciando a constituição de conhecimento geométrico**

### **FÓRUM 1.4.3**

*Proposta:* O autor fala de relações entre figuras espaciais que apresentam a mesma forma, uma mesma classificação geométrica. Comente sobre possibilidades pedagógicas dos conceitos de dilatação e de rotação no estudo da congruência e da semelhança.

ALUNA 18 - domingo, 7 Jun 2015, 20:23

No curso do Gestar II do MEC-Ministério da Educação e Cultura, é apresentado como proposta para iniciar as relações de semelhança e congruência, uma figura que se desloca a partir de um movimento rotacional em torno de um octógono (8 lados) e uma outra figura que se repete linearmente (em uma linha reta), mantendo a forma, mas mudando de tamanho.

Sugere que sejam propostas as seguintes questões: o que você pode observar entre as figuras? Elas são iguais? Têm o mesmo tamanho? Têm as mesmas medidas? Qual a relação existente entre as figuras do primeiro e do segundo desenho?

O professor deve discutir a diferença entre as figuras com os alunos. Na primeira, as figuras são iguais, porém deslocadas. Na segunda, as figuras foram deslocadas, mas também mudaram de tamanho.

A segunda atividade propõe, numa malha quadriculada, a ampliação e a redução de uma figura (no caso, é uma figura da Mônica). Nessa atividade, propõe que o professor abra um discussão sobre a semelhança entre as figuras, sem necessidade inicial de aprofundar essa discussão, que será feita em etapas posteriores.

Na aula 2 - Ideias sobre semelhança, perceber a congruência e suas propriedades nas formas geométricas

Apresenta a figura de um portal que mantém um padrão de repetição de figuras por deslocamento, rotação ou translação.

O exercício consiste em o aluno criar um padrão e repeti-lo, deslocando-o, espacialmente, de modo a mantê-lo idêntico, via rotação ou via translação. Apresenta uma malha quadriculada para a realização da tarefa.

Sugere, nesse momento, que verifiquem a congruência, medindo com a régua ou pela abertura do compasso. Usar o transferidor para medir os ângulos.

Pede para o aluno verificar se as figuras que criou são correspondentes. E dá um exemplo de como verificar como duas figuras são iguais: um modo é pela isometria que é a geometria do movimento, ou seja, através do movimento da figura até sua sobreposição

(recorte de figuras, por exemplo de dois triângulos, que devem ser sobrepostos de forma a conseguir fazer a correspondência de seus lados e ângulos). Outra forma de provar a igualdade entre duas figuras é por meio da medição dos seus lados e ângulos.

Propõe, em seguida, que os alunos verifiquem, usando régua e transferidor se os pares de figuras em posições diferentes são congruentes (dois triângulos, dois pentágonos, dois quadriláteros).

Citei esses exemplos, pois eles mostram que podemos trabalhar deslocamentos e conceitos de semelhança e congruência a partir de figuras que têm padrão repetitivo como mosaicos, faixas; trabalhar a ampliação de figuras e a redução em malhas pontilhadas ou quadriculadas; recortes de pares de figuras e ir movimentando até fazer a sobreposição das mesmas, quando as crianças já tiverem conhecimento de coordenadas ortogonais e representação de pontos no plano cartesiano, pedir para criarem polígonos (cujos vértices são pares ordenados) e fazerem os deslocamentos no plano, através de movimentos de rotação e translação, conforme ilustrado por Freudenthal nos deslocamentos do retângulo (face de uma caixa), onde caixas continuavam a ser caixas na condição de que os lados (arestas) da figura mantivessem deslocamentos paralelos aos eixos ([http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/2008/gestar2/matematica/aaa3\\_mat\\_prof.pdf](http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/2008/gestar2/matematica/aaa3_mat_prof.pdf) - acesso em 07/06/2015).

*Professora entende do exposto pelo cossujeito:* Muito bem lembrado, o curso GESTAR II, cujas atividades se identificam com as ideias que Freudenthal trata neste trecho de seu texto. Semelhanças e congruências são estudadas por meio de translações, ampliações e reduções de figuras, levando o aprendiz a dedicar-se a essas tarefas e a perceber as relações entre os resultados que obtém, promovendo a aprendizagem geométrica desses contextos.

**O dito:**

### **USg 118: percepção de si constituindo conhecimento**

*Professora comenta:* Aluna 18. Você ofereceu estas atividades em sua sala de aula? Conte-nos como foi. Você teria outro exemplo que seja de sua própria criação? Imagine-se com uma turma onde você deveria explicar esses conceitos. Como seria? Aguardamos seu retorno!

ALUNA 18 - segunda, 8 Jun 2015, 16:09

Já apliquei com meus alunos a apresentação de figuras como mencionado acima, para compreenderem o conceito de semelhança, cujas medidas podem sofrer aumento ou redução, todavia precisam conservar a proporcionalidade para compreenderem o movimento de rotação. Também já utilizei malha pontilhada para ampliação de figuras e a construção de figuras geométricas no plano cartesiano através de pares de coordenadas.

Não tenho no momento nenhum exemplo de minha criação, pois sempre pesquisei para implementar atividades práticas na sala de aula, visto que a minha formação neste quesito não foi focada para esta forma de ensinar. O máximo que tinha de prática era a construção de ângulos, polígonos regulares, retas paralelas e perpendiculares com compasso, régua e esquadro (desenho geométrico); sempre que possível, aplico em sala de aula.

Já realizei projetos como construção de maquete de quadra de futebol, na bandeira, confecção de mandalas, uso de pentaminós em madeira para formarem figuras com seus encaixes, mas sempre pesquisando trabalhos já realizados. Há um envolvimento dos alunos nos projetos; entretanto, não percebo interesse de todos em aprender os conceitos geométricos envolvidos.

*Professora entende do exposto pelo cossujeito:* Em função das atividades específicas que a aluna 18 desenvolve e de sua formação, ela não relata aplicações de sua autoria. Demonstra, entretanto, que se interessa pelo processo de aprendizagem geométrica, percebendo como os alunos recebem as atividades propostas.

Por outro lado, não avalia como seu modo de trabalhar a Geometria influencia a aprendizagem dos seus alunos, observando e registrando apenas o desinteresse como insucesso, sem ressaltar casos, que com certeza aparecem, de sucessos. Não relata, portanto, a aprendizagem, mas a não-aprendizagem. Na percepção da pesquisadora, ela se volta ao que não produz, os resultados que espera, sem que se dê conta da geometria que seus alunos possam estar produzindo.

**O dito**

**USg 119: interesse do cossujeito pela aprendizagem dos alunos**

## **USg 120: o sujeito não se percebe como sua aprendizagem pode se presentificar na aprendizagem dos seus alunos**

### **FÓRUM SOBRE O RESUMO DAS AULAS 3 E 4**

ALUNA 18 - segunda, 8 Jun 2015, 08:12

Penso que trabalho com Objetos Mentais nas aulas de geometria, pois ao iniciar o conteúdo das formas, por exemplo, sempre peço que identifiquem formas geométricas, conhecidas no espaço da sala de aula e também fora dele. Também para explicar simetria, utilizo imagens que se repetem. Já trabalhei com pipas, tanto para reconhecimento de figuras geométricas como para simetria axial. Para movimento rotacional, já trabalhei com mandalas. Os alunos, via de regra, adoram as aulas de geometria, quando utilizado este método.

Na constituição de objetos geométricos, sempre relacionando com os objetos mentais do mundo vivido, sempre solicito a montagem em papel de poliedros e, a partir daí, trabalho nomenclatura e relações. Para compreensão de medida de ângulos, também já construíram seu próprio transferidor de papel, a partir de dobraduras, recorte e régua. Considero importante o uso de instrumentos, como o compasso, que facilita abstração de pontos centrais, pontos médios, bissetriz.

Corpos rígidos são os que não se deformam, são convexos e regulares. Já, no mundo das caixas, que é um esqueleto do corpo sólido prisma, esta pode sofrer transformação, pois apresenta mais de um centro de simetria.

Bem, agora preciso sair para dar aula, e mais tarde continuo.

ALUNA 18 - quinta, 11 Jun 2015, 05:18

Não consegui comunicar-me na vídeo conferência, embora estivesse conectada e ouvindo.

A tela para escrever apareceu quase no final do tempo.

Esclarecendo sobre o que falei: no exemplo das formas, os alunos já têm, no 6º ano, conhecimento sobre nomenclatura das formas geométricas como quadrado, retângulo, triângulo, círculo, etc. e, quando peço para identificarem-nas nos objetos físicos tais formas, antes de avançar nos conceitos dentro do contexto geométrico, como paralelismo,

perpendicularismo, o objetivo é confirmar como eles conseguem apreender estas formas no ambiente físico. Mas, se o objeto mental é uma representação em forma de desenho, em fase que antecede qualquer informação sobre o objeto geométrico, parece que equivoquei-me na resposta e no próprio conceito de objeto mental.

Quanto ao uso de compasso, esquadros, como instrumentos físicos facilitam para o aluno a compreensão de ponto central de uma circunferência, equidistância de pontos, de um ponto médio de um segmento, por exemplo, que para muitos alunos só o desenho ainda fica muito abstrato. Pelo menos é o que constato na minha prática, que os alunos além de gostarem de manipular tais objetos, passam a compreender melhor os conceitos.

ALUNA 18 - quinta, 11 Jun 2015, 06:26

Estou em dúvida também quanto à tarefa a ser realizada, pois pede para relacionar temas e conteúdos. Os temas são os de cada aula, mas os conteúdos são muito abrangentes. Pode me dar um exemplo, por favor?

Há um número máximo de palavras, ou páginas?

(As respostas às postagens dos alunos foram dadas no Encontro Síncrono que se sucedeu).

*Professora entende do exposto pelo cossujeito:* As perguntas e as respostas que compuseram esse momento do curso serão comentadas nas discussões e nos comentários sobre o encontro síncrono correspondente.

## **REPRODUÇÃO EM GEOMETRIA**

### **FÓRUM 2.1.1**

*Proposta: A REALIDADE, A IMAGEM E A LINGUAGEM: como você entende a relação vivida entre essas perspectivas na educação geométrica? Qual a importância da REPRESENTAÇÃO na educação geométrica?*

ALUNA 18 - sábado, 13 Jun 2015, 23:21

De acordo com Freudenthal, o fato de uma criança reproduzir um círculo, um quadrado, ou qualquer outra figura não implica, necessariamente, que ela esteja de posse do objeto mental (dos conceitos geométricos). Para ele, é incompreensível que pesquisadores interpretem a falta da competência em reproduzir figuras por congruência ou semelhança como uma prova de que a intuição geométrica da criança é mais topológica do que euclidiana, ou seja, para uma criança, interessam primeiramente as relações de estar dentro ou estar fora, pertencer e não pertencer, estar perto ou estar longe, estar junto ou estar separado, por exemplo, que são relações topológicas (<http://www.centroedumatematica.com/memorias-icemacyc/201-380-1-DR-C.pdf>. Acesso em 10/06/2015).

Assim, segundo Freudenthal, a não competência da criança em desenhar ou mesmo em completar uma figura, mesmo nos testes não-verbais, não confirma se são capazes ou não de reconhecer figuras congruentes ou similares. E este é um fato, pois desenhar é uma habilidade que não tem relação com a capacidade de reconhecermos elementos numa imagem ou figura, mesmo para a maioria dos adultos. É possível perceber isto, pois sempre que faço um esboço de um círculo na lousa, com imperfeições em seu contorno, alunos do 6º ano, já comentam que não está bem feito. Sabem reconhecer como é o contorno do círculo, mesmo não estando de posse de conhecimentos mais profundos de pontos equidistantes de um ponto central, por exemplo.

Segundo o autor, este equívoco fica mais claro quando se observa como a **relação entre a realidade, a imagem e a linguagem** é vivida.

Em suas reflexões, questiona se realmente podemos estabelecer uma faixa de idade limite entre a representação icônica e a simbólica da criança. Se podemos saber se a criança não estará se movendo de uma esfera, onde o icônico e o simbólico ainda não estão separados. E mesmo que façam essa separação em tenra idade, quanto tempo dura esse processo? E como podemos saber se uma imagem desenhada, por exemplo, de uma casa representa a realidade (a casa que a criança mora, ou vê) ou um símbolo (uma casa idealizada de uma imagem, de um desenho visto, sem relação com a casa onde mora, por exemplo)?

Voltando para a reprodução de um objeto geométrico, novamente, questiona: se pedir para uma criança copiar o desenho de um triângulo circunscrito num círculo, como será que ela o vê? Como uma figura sem sentido ou ornamental ou uma imagem icônica (sabe o que deve representar) ou simbólica (uma figura sem significado geométrico)? O círculo precisa ser bem redondo, o triângulo equilátero terá que ser preciso, com todos os lados iguais ou pode ter uma pequena diferença de medida e qual o limite permitido?

Complementa que desenhar símbolos conhecidos traz dificuldade até para adultos, que precisam olhar o modelo para copiá-lo com maior fidelidade, porque é um símbolo arbitrário, sem contexto claro. Já o **círculo com o triângulo inscrito pode ser colocado em um contexto geométrico**, construído a partir de objetos geométricos. Conforme o autor diz, para copiar alguma coisa, é preciso saber o que deve ser considerado, o que importa.

"O modelo a ser copiado é um ícone ou um símbolo?"

Saber o que importa é uma condição prévia de cópia. Ou seja, ao pedir para a criança completar um desenho de um quadrado, por exemplo, ela poderá errar ou acertar, mas se for orientada sobre quais elementos são importantes em um quadrado dentro de um contexto geométrico, aí ela terá as condições necessárias para completar a figura corretamente.

A representação geométrica assim é importante para compreender conceitos, mas não pode prescindir de um contexto geométrico, do que importa ou não nessa representação.

*Professora entende do exposto pelo cossujeito:* A aluna 18 se baseia fortemente nas reflexões do autor a respeito das relações entre realidade, imagem e linguagem, o que leva a pesquisadora a entender que a aluna concorda com o que lê nos textos em referência nessa aula. A relação em si, entretanto, que a própria aluna entende entre as três perspectivas citadas, não foi explicitada. Isso faz com que a pesquisadora não identifique a reflexão da aluna e toma as conclusões do autor comuns à aluna. Quanto à questão da representação na instrução geométrica, a aluna 18 se estende mais em suas observações, mostrando que o texto do autor a fez refletir e a evidenciar sua compreensão sobre a necessidade do contexto geométrico e do detalhamento sobre o que se espera, quando se solicita uma representação geométrica em situação de ensino e aprendizagem.

### O que diz:

#### **USg 121 a aluna se move em torno do texto matemático como é apresentado**

*Professora comenta:* Aluna 18. Gostaria apenas de pedir que você colocasse a sua compreensão da leitura do conteúdo de Freudenthal. Como VOCÊ entende a relação posta?

### FÓRUM 2.1.2

*Proposta: Comente sobre sua compreensão de ICÔNICO e SIMBÓLICO. Reflita sobre isso, relacionando sua reflexão ao que você compreendeu em relação ao contexto da educação geométrica.*

ALUNA 18 - domingo, 14 Jun 2015, 21:51

Ícônico é a representação com exatidão de um modelo, a reprodução ou cópia de um objeto. As representações e as reproduções icônicas necessitam de habilidade, de um talento individual e que podem ser aprendidas através de técnicas, de instruções específicas.

Dentro de determinados contextos, um objeto real pode estar representado de forma icônica ou simbólica.

O simbólico é uma representação abstrata, criação de signos (símbolos), cuja imagem para ser compreendida precisa ser interpretada a partir de informações que esclareçam o seu significado, como logomarcas, placas de trânsito, símbolos religiosos, etc. As representações simbólicas podem ser copiadas; mas, para reproduzi-las, é necessário que se olhe repetida vezes para o modelo, pois não apresenta um contexto claro como na reprodução de um objeto real.

Relacionando esses fatos com a educação geométrica, na qual a representação de objetos geométricos é de grande utilidade para o estudo das suas características, propriedades, da formação de conceitos, e refletindo sobre as representações que habitualmente se faz dos objetos geométricos percebe-se que elas são convencionalmente simbólicas, visto que se desprezam algumas características dos objetos reais como aspereza, saliência, cor, tamanho, e se dá ênfase a outras características, como por exemplo: a forma, o perpendicularismo, o paralelismo, a congruência, etc., e portanto, se a criança não for instruída para observar o que realmente importa, poderá estar reproduzindo sem dar sentido ao que está fazendo. Nesse caso, não está tendo desenvolvimento geométrico.

Além disto, reproduzir corpos geométricos tridimensionais não é tarefa fácil, daí se lançar mão de alguns recursos de reprodução justificados por sua utilidade e intuitividade, para que o aluno consiga reproduzi-lo.

Assim, o professor, ao apresentar os objetos geométricos através de desenhos feitos na lousa ou em papel (livros ou folhas) e outras formas como modelos de cartão de figuras tridimensionais, modelos de arame, modelos de gesso, deve se certificar se a criança está

reproduzindo a partir de um contexto geométrico e, em caso negativo, intervir para que ela tenha oportunidade de desenvolver competências a partir do contexto geométrico.

*Professora entende do exposto pelo cossujeito: A pesquisadora entende que as explicitações das representações icônica e simbólica ficam mais claras quando se faz uma reflexão sobre os exemplos que Freudenthal traz em seu texto. Ao que parece, a aluna 18 não atentou para isso. Apesar de a representação icônica procurar reproduzir uma cópia de um objeto, há duas observações que precisam ser pontuadas para que isso fique claro: ao procurar fidelidade às formas do objeto, quem o representa o faz, considerando suas próprias percepções; e, ainda, o resultado pode ser ‘perfeito’ para quem o produziu; embora, muitas vezes, não aparente semelhança com o objeto representado, conforme é percebido por outras pessoas. Com relação ao simbólico, ele tem como característica a identificação com um ‘símbolo’, ou seja, mesmo que o desenho em si não seja ‘perfeito’ ou exatamente ‘igual’ ao seu modelo, a semelhança a este modelo ou símbolo denuncia a representação simbólica. A aluna 18 não explicitou essa compreensão de forma clara em sua participação, apesar de ter demonstrado caminhar nessa direção.*

### **O que diz:**

**USg 122: percepção de si constituindo conhecimento**

**UG123: a cossujeito não se explicita de modo claro**

*Professora comenta:* Aluna 18. Como você classificaria um "rabisco" feito por uma criança que quer representar a imagem da sua mãe? E, também...como você classificaria o desenho "padrão" de uma casa, ao se pedir que uma criança desenhe a sua própria casa? Esses foram exemplos de Freudenthal. Como você os relaciona com o que nos trouxe em sua postagem?

### **FÓRUM 2.1.3**

*Proposta:* De acordo com o texto, qual a sua compreensão de "perspectiva" enquanto reprodução? Qual a importância da "perspectiva" no trabalho com objetos mentais na educação geométrica?

ALUNA 18 - segunda, 15 Jun 2015, 16:24

A perspectiva dentre os princípios de reprodução é um processo ícono, pois traz para o plano bidimensional (folha de caderno, lousa, tela) a visão de um objeto em suas três dimensões, ou mesmo de um objeto bidimensional em suas duas dimensões como é visto na realidade (um chão, uma parede, um teto).

Como a criança e até adultos têm dificuldade de representar um objeto tridimensional, ou mesmo um objeto bidimensional da forma como o vê, o aprendizado de reprodução de objetos geométricos em perspectiva permite maior desenvolvimento conceitual em geometria, pois amplia sua capacidade de fazer representações, possibilita melhor reconhecimento da tridimensionalidade desses objetos, e reforça conceitos de paralelismo e de perpendicularismo, de diagonal, de vértice, acrescentando um recurso que é o estabelecimento de pontos de fuga dado pela perspectiva, para permitir que o objeto seja visto a partir do ângulo de visão do observador. Os recursos multimídia ainda ajudam o aluno a visualizar esse objeto em perspectiva em várias posições no espaço e suas várias dimensões, o que facilita a separação entre o objeto real e sua representação simbólica na geometria plana.

Um bom exemplo de uma aula que mostra como a Geometria Projetiva com foco na perspectiva reforça os objetos mentais na Educação Geométrica pode ser encontrado no vídeo Aula 10 - Geometria Projetiva: Perspectiva – 6º ano CAp UFRJ, acesso 14/06/2015.

*Professora entende do exposto pelo cossujeito:* A aluna 18 procura explicitar ‘perspectiva’, relacionando-a a uma maneira de representação do mundo e de objetos geométricos.

Para a pesquisadora, a aluna não revela suas próprias compreensões, ainda que busque, buscando no ciberespaço, como fonte de informação útil, exemplos que a auxiliassem a entender a relação entre a perspectiva e a representação.

**O que diz:**

**USg 124: a cossujeito não se explicita de modo claro**

ALUNA 18 - segunda, 15 Jun 2015, 20:45

Complementando a postagem anterior e reformulando a minha visão para o texto da aula, Freudenthal esclarece que “perspectiva é *representation de l'espace*, não no sentido de um objeto mental, mas da reprodução em um pedaço de papel, **um método adquirido por imitação**, que é sistematicamente exercido pelo ensino ao aluno a ver o que ele vê, linhas, planos, luz, sombra e que é finalmente racionalizado em um teoria completamente desenvolvida.”

Segundo o autor, perspectiva não é um contexto geométrico, mas uma espécie de reprodução, e isso não se sustenta só para a perspectiva, pois em nível mais elevado (para os adultos) a reprodução é uma questão de imitação. Depois prossegue, analisando desenhos de crianças, constatando que o método da criança é predominantemente "*compository*" , exemplificando: se quer desenhar o interior de uma casa com dois andares, após que o cômodo da frente, do térreo, tenha sido traçado, ela tem de resolver o problema de composição dos cômodos de trás dos térreos e do cômodo frontal superior. De alguma forma, ela resolve isso, que poderíamos dizer de uma forma primitiva, não fosse o fato de que a maioria dos adultos não sabe como fazer.

Salienta, então, que o método *do "compository"* de reprodução, dando exemplos de um cilindro representado por meio de um retângulo e de dois círculos, ou de um cone por um triângulo e um círculo, de nenhum jeito produzem evidência de objetos mentais incompletos. Considera que "pelo contrário, esta forma de reprodução pode provar uma melhor visualização dos objetos mentais do que reprodução por meio de perspectiva adquirida por imitação."

*Professora entende do exposto pelo cossujeito:* Em resposta às provocações que a professora faz mediante sua postagem inicial neste fórum, a aluna 18 se volta ao texto de Freudenthal para relacionar perspectiva, representação e imitação no contexto do ensino de Geometria. A aluna pareceu se empenhar no estudo que aborda também o método ‘compository’, citado pelo autor.

### O que diz.

#### **USg 125: a cossujeito articula o pensar**

*Professora comenta:* Aluna 18. Mais uma vez, peço que nos envie a **sua** compreensão do texto. O que você compreendeu sobre a **imitação** de que fala Freudenthal?

Você menciona também o chão e as paredes como figuras bidimensionais representadas em perspectiva: por quê? Ou melhor, por que essas superfícies são representadas em perspectiva? Você já pensou sobre isso?

Por que é importante a perspectiva na representação de objetos mentais?

#### **FÓRUM 2.1.4**

*Proposta:* De que forma o contexto geométrico influencia a representação de um objeto mental ?

ALUNA 18 - segunda, 15 Jun 2015, 19:50

Freudenthal reforça que o "objeto mental" é a imaginação visual, mas é diferente daquela que temos de animais, de árvores, de pedras. O contexto da geometria implica que elas são imaginações normativas. Por esta razão, para o desenvolvimento geométrico, deve ser dada ênfase preliminarmente na **representação** desse objeto mental, e não na definição, no conceito, mas perguntar, por exemplo, como fazer um círculo, um quadrado, como reduzir algo pela metade? Pode-se ajudar na resposta, entregando o material ou deixando a criança escolher entre o material que é oferecido. Pode-se também ter por alvo uma construção mental, afixando a pergunta para: "Como você pode fazer isso de forma mais precisa?"

Não significa que o contexto geométrico só será compreendido quando o aluno for capaz de construir com precisão, pois isto estará também dentro de outro contexto (objetivos a serem atingidos, idade, habilidades).

O autor esclarece que os sintomas que indicam a capacidade de compreender um contexto geométrico e colocar objetos dentro dele são verificados ao mostrar o conhecimento do que é importante no contexto, por meio de: reconhecimento; classificação; reprodução mental; nomeação de objetos e de processos mentais, tornando-se consciente de si mesmo e descrevendo essas atividades.

Para tanto, cabe ao professor determinar o que importa no contexto geométrico, usando de diversos recursos que adquiram significado para o aluno, como: reproduções naturais, artesanais, fabricadas, industriais; exemplos paradigmáticos; explicitação.

*Professora entende do exposto pelo cossujeito:* A aluna 18 foi teórica em sua postagem, trazendo os argumentos que aprendeu do texto de Freudenthal. Para a pesquisadora, a aluna reproduziu a teoria e não deixou evidente seu próprio entendimento sobre o que estudou. Isso pode ser entendido como uma falta de reflexão sobre o estudo na direção de relacioná-lo com sua prática com professora de Geometria.

### O que diz

**USg 126 : o cossujeito se move entorno do texto matemático como apresentado, sem transcendê-lo.**

*Professora comenta:* Aluna 18. Por favor, nos esclareça este seu último parágrafo: "Para tanto cabe ao professor determinar o que importa no contexto geométrico, usando de diversos recursos que adquiram significado para o aluno, como: reproduções naturais, artesanais, fabricadas, industriais; exemplos paradigmáticos; explicitação". O que importa num contexto geométrico? O que importa num contexto geométrico a partir dos objetos mentais?

## ESTUDAR GEOMETRIA

### FÓRUM 2.2.1

*Proposta:* A Álgebra transformou a Geometria em fórmulas e, junto com a Aritmética, tornaram-se mais "importantes" que a Geometria. Você concorda com essa afirmação em termos de educação matemática? Argumente.

ALUNA 18 - quinta, 18 Jun 2015, 21:27

Sim. Concordo. O estudo da Geometria Analítica é um bom exemplo. A preocupação em representar no plano cartesiano, por exemplo, a distância entre dois pontos, a equação reduzida da reta, etc., e, a partir daí, deduzir as fórmulas (equações) que traduzam essas representações geométricas, distanciam totalmente da finalidade principal para as quais foram criadas, ou seja, compreender o espaço. É uma viagem pela dedutividade matemática e geométrica, que encanta pela lógica, mas que se distancia da realidade. Parece que este

conteúdo só interessa para quem seguir a área de exatas, pois será rapidamente esquecido por não mostrar a conexão com o espaço vivido.

*Professora entende do exposto pelo cossujeito:* A aluna 18 parece compreender que o autor está tratando da Geometria Analítica, quando este se refere à transformação da Geometria em fórmulas e argumenta sobre essa sua reflexão. A pesquisadora, entretanto, identifica outro contexto possível, que condiz com o explicitado pelo autor: o fato do ensino de Geometria ter se distanciado da dedutividade, aproximando-se da axiomática, de maneira a reduzir a aprendizagem geométrica ao estudo de fórmulas e afastando-se do mundo vivenciado pelo aluno. Esta diferença, no modo de entender o texto, provoca a percepção sobre a interpretação do discurso. Não há certo ou errado. O importante é que haja o movimento da reflexão sobre o dito pelo autor. A aluna pensa, ainda, que a Geometria Analítica não tem relação com o mundo ao redor. A professora, além da interpretação diferente sobre o texto, discorda sobre esse distanciamento, o que a leva a novo questionamento dirigido a esta aluna, neste mesmo fórum.

### **O que diz**

**USg 127: articulação do pensar**

**USg 128: a pesquisadora constituindo conhecimento**

**USg 129: pensamento dissonante entre o texto estudado e as interpretações da professora e a da aluna.**

*Professora comenta:* Aluna 18. Por favor, esclareça melhor a sua colocação: "distanciam totalmente da finalidade principal para as quais foram criadas ou seja compreender o espaço. É uma viagem pela dedutividade matemática e geométrica, que encanta pela lógica, mas que se distancia da realidade. Parece que este conteúdo só interessa para quem seguir a área de exatas, pois será rapidamente esquecido por não mostrar a conexão com o espaço vivido."

A finalidade da Geometria Analítica é compreender o espaço?

O que encanta pela lógica? A dedutividade? Ela se distancia da realidade?

Por que a Geometria Analítica só interessa a quem vai estudar Exatas?

ALUNA 18 - quarta, 15 Jul 2015, 17:55

A finalidade da Geometria Analítica é o estudo da Geometria através de Coordenadas Cartesianas, relacionando álgebra a pontos, a retas, etc... Não é portanto o estudo do espaço em si, mas o estudo da própria Geometria em outra estrutura que não a axiomática. É uma estrutura lógica que é encantadora, pela relação que estabelece entre a geometria e a álgebra. Tem aplicações na Física, na Engenharia, nos satélites, nos sistemas atuais de GPS.

Entretanto, como disciplina dentro do Ensino Médio, acaba sendo um estudo que não se mostra significativo para o aluno, com exceção dos que pretendem seguir os estudos na área de exatas. É nesse sentido que quis dizer que se distancia da realidade. Foi apenas um exemplo para mostrar que a Geometria é frequentemente mal interpretada, quando perde (para o aluno) a conexão com o mundo real.

*Professora entende do exposto pelo cossujeito: Por que a Geometria Analítica não é um estudo do espaço? Por que não tem estrutura axiomática? A pesquisadora continua não concordando com o exposto pela aluna 18. E, ainda, se a Geometria Analítica ‘tem aplicações na Física, na Engenharia, nos satélites, nos sistemas atuais de GPS’, não está ‘aplicada’ ao mundo em que se vive?*

*A aluna 18 argumenta que no Ensino Médio esta geometria ‘não se mostra significativa’. A pesquisadora argumenta: não seria a maneira como está sendo ensinada/praticada o que a torna menos interessante ou significativa?*

*A postagem da aluna, portanto, provoca muitas reflexões na pesquisadora e a faz pensar mais sobre como as geometrias podem ser significativas no curso fundamental e no médio, como exercício de reflexão sobre o mundo-vida.*

### **O que diz:**

**USg 130: A postagem da aluna provoca muitas reflexões na pesquisadora, levando-a ao movimento de constituir conhecimento.**

**USg 131: a geometria analítica não se mostra significativa para os alunos do ensino médio segundo a cossujeito**

### **FÓRUM 2.2.2**

*Proposta: "Geometria é uma das melhores oportunidades que existe para aprender como matematizar a realidade" Como você justificaria esta afirmação?*

ALUNA 18 - sexta, 19 Jun 2015, 16:58

Quando Freudenthal aponta que "Geometria é uma das melhores oportunidades que existem para aprender como matematizar a realidade", após lembrar que a Geometria só pode ser significativa se tiver relação com o espaço experienciado, está mostrando que ao estudar geometria, sem a imposição de fórmulas, a partir da realidade, abrem-se possibilidades de descobertas pela própria experimentação o que se torna muito mais significativo para o desenvolvimento do raciocínio lógico do educando e, conseqüentemente, das relações matemáticas que ele pode estabelecer e depois confrontar com as já estabelecidas por outros estudiosos. Matematizar a realidade é traduzir o mundo em que vive, a partir de deduções lógicas percebidas pela sua própria experiência, é produzir a autoconfiança e o desejo cada vez maior de investigar e fazer novas descobertas.

*Professora entende do exposto pelo cossujeito: A aluna 18 discorre sobre o quão o estudo de Geometria é significativo para uma compreensão do mundo pelo aluno, em sua opinião. A aluna explicita como compreende o que o autor quer dizer, quando se refere à matematização da realidade.*

A pesquisadora, ao ler esta participação, percebe que a aluna vai além do estudado na aula, registrando reflexões sobre o ensino da Matemática e como o seu aprendizado pode ser 'facilitado' quando se instala em suma ambientação de observação e reflexão sobre o mundo vivenciado pelo aluno.

### **O que diz.**

**USg 132: a cossujeito constituindo conhecimento.**

**USg 133: a professora percebendo a aluna constituindo conhecimento**

*A professora comenta: Aluna 18. Qual é a sua compreensão do que é Matemática? A partir dela é que podemos compreender o que o autor fala, quando usa o verbo "matematizar". Qual a relação que você pode apontar entre a Lógica e a Matemática?*

ALUNA 18 - quarta, 15 Jul 2015, 16:47

Prof. Tais: relendo minha resposta e sua indagação, percebo que não respondi ao que foi pedido, pois me ative ao fato de que para incentivar a criança nas suas descobertas ao explorar o espaço físico, a melhor didática não é apresentar-lhe axiomas, definições, fórmulas prontas, pois lhe é tirada a oportunidade de matematizar a realidade. Aliás, este é o caminho que frequentemente tem sido usado para ensinar matemática que leva tantas pessoas a não compreenderem a matemática e até a odiarem.

Mas, voltando à pergunta, matematizar a realidade é olhar para o mundo com os olhos de um verdadeiro matemático, aquele que faz matemática, ou seja, buscar compreender as leis da natureza, através de um rigor do raciocínio lógico dedutivo para afastar distorções que a simples percepção dos nossos sentidos físicos pode provocar, e reescrever essas leis numa linguagem universal (equações, definições, teoremas, etc.) que não permite erros. Como disse Galileu "As leis da natureza estão escritas numa linguagem matemática". A geometria permite assim que ensinemos nossas crianças a perceber relações e propriedades na natureza (simetria, continuidade, movimento, rigidez, e tantas outras) e, ao conceituar e/ou definir, exige que passe pelo crivo das indagações lógicas dedutivas (próprias da matemática) e, essencialmente, a necessidade de organizar, de ordenar as informações, dentro de uma linguagem matemática (universal).

A Lógica é a base do pensamento matemático. A lógica matemática fundamenta o raciocínio e as ações. O pensamento lógico é criativo e inovador.

*Professora entende do exposto pelo cossujeito: Não seriam as percepções ‘dos nossos sentidos físicos’ que nos levariam à matematização? A aluna enfatiza uma lógica matemática que ela declara compreender criativa e inovadora que permite a definição e a conceituação fundante do raciocínio e das ações. A Geometria, por sua vez, permite a percepção das relações e das propriedades na natureza. A aluna 18 defende, na compreensão da pesquisadora, uma axiomatização da geometria que é percebida pelo aluno na natureza. A pesquisadora percebe que a aluna 18 faz reflexões sobre a Matemática e sobre a Lógica e que pretende relacioná-las na direção de explicitar suas compreensões sobre a proposta da atividade.*

**USG 134: a professora constituindo conhecimento**

**USg 135: a cossujeito constituindo conhecimento.**

**USg 136: a professora percebendo a aluna constituindo conhecimento**

## **FÓRUM SOBRE O RESUMO DAS AULAS 1 E 2**

Ninguém respondeu a este fórum.

*Comentários da Pesquisadora:* O silêncio é sempre significativo nas relações humanas. Ninguém ter respondido a este fórum induz a algumas interpretações: ninguém compreendeu as provocações, ninguém se interessou pelos assuntos tratados, ninguém teve dúvidas sobre os temas dessas aulas, ninguém vai participar do encontro síncrono que virá a seguir.

De qualquer forma, a preparação para o encontro foi necessária e relevante. A professora-pesquisadora repensou os temas, tirou novas conclusões, reviu conceitos, revivenciou fóruns.

## **MATERIAL CONCRETO E OUTRAS EXPERIÊNCIAS**

### **FÓRUM 2.3.1**

*Proposta: Como você compreende a afirmação de Dina van Hiele de que "o objetivo do material concreto é o ato de pensar das crianças"? Isso que essa autora afirma faz sentido para você, em termos do que o ensino de Geometria promove ou que gostaria de promover?*

ALUNA 18 - quinta, 25 Jun 2015, 22:07

A afirmação de Dina Van Hiele que "o objetivo do material concreto é o ato de pensar das crianças" significa que a criança ao manipular os objetos concretos para dar respostas de como uma determinada coisa é feita, está acionando, ao mesmo tempo, dispositivos mentais (cognitivos) e sensórios motor (com o uso das mãos) para tirar suas conclusões ou definições. Este trabalho com material concreto não deve ser concebido como uma fase de experimentações como nos laboratórios de aula de física, para comprovar esta ou aquela propriedade, esta ou aquela definição, mas em Geometria, como em Matemática, a proposta de atividades experimentais deve ser feita para que a criança, a partir de manipulação dos objetos, possa tirar suas próprias conclusões, fazer suas próprias descobertas, e elaborar suas

respostas, mesmo que incompletas inicialmente. A intervenção do professor, nessa fase, deve ser cuidadosa e adequada, para que as crianças possam avançar e aperfeiçoar suas definições, sem imposição. Ações como estas permitem que a criança desenvolva seu raciocínio lógico dedutivo, e dão significado ao seu aprendizado, sendo mais fácil de memorizar o conhecimento adquirido.

Esta concepção sobre o material concreto clareou minha visão sobre seu uso. Confesso que o usava mais no sentido de experimentação do que para propiciar a descoberta pelos meus alunos. E por esta razão, provavelmente, não via o resultado que esperava.

Assim, pelo que entendi, ao trabalhar o material concreto, os objetivos dos conteúdos devem estar claros, mas não se deve iniciar por: conceitos, definições, propriedades, mas sim apresentar-lhes o material, solicitar que realizem a atividade prevista e aguardar as descobertas pelas próprias crianças, observando e mediando suas descobertas para ajudar na resolução de conflitos cognitivos ou equívocos sem antecipar conceitos.

*Professora entende do exposto pelo cossujeito: A aluna 18 relata sua compreensão sobre a relevância das atividades com material concreto para a constituição de conhecimento geométrico de maneira genuína. Em atitude de auto-análise, a aluna, ainda, relata como seu entendimento não está de acordo com o que tem praticado, revelando disposição para assumir uma nova postura e novos procedimentos ao dinamizar o ensino de Geometria.*

*A pesquisadora percebe a modificação na atitude de professora na aluna, como resultado da reflexão sobre o estudado e a percepção de como sua atividade pedagógica poderá se modificar para benefício da aprendizagem de seus alunos.*

### **O que diz**

**USg. 137: a cossujeito afirma a relevância das atividades estudadas no curso**

**USg 138: a cossujeito realiza auto-análise sobre sua prática**

**USg. 139 a professora percebe mudança na atitude de professora da aluna**

*Professora comenta: Aluna18. Muito boa a sua contribuição! Inclusive trazendo exemplos de como você faz uso desse material em sala de aula e de como entendeu as colocações do autor sobre como utilizá-lo de maneira mais proveitosa! Ótimo!*

### **FÓRUM 2.3.2**

*Proposta: Considerando a descrição dos experimentos de Dina van Hiele, construa uma atividade que você julgue realizável em alguma de suas turmas. Indique os conceitos geométricos que você vai trabalhar, justificando essa indicação.*

ALUNA 18 - sábado, 27 Jun 2015, 19:51

Estou aproveitando a estrutura de apresentação da atividade desenvolvida pela colega 5 (que usou blocos lógicos) para desenvolver a minha.

**Atividades para turma do 6º ano** - atividade para explorar os elementos do cubo, da reta e da região quadrada (uma aula).

**Objetivo:** reconhecer e nomear os elementos do cubo (faces, arestas, vértices). Perceber a tridimensionalidade do cubo, fazendo a reconstituição do cubo a partir de sua planificação. Reconhecer um ângulo reto, vértices como pontos e arestas como segmentos de reta.

#### **Desenvolvimento da atividade:**

Mostrar cubos feitos de diversos materiais (caixas com faces quadradas de papelão, de plástico, de cubo mágico, de cubo de madeira, de dado)

Entregar alguns cubos mágicos para os alunos aprenderem as noções de aresta, de vértice e de faces.

Mostrar quais são as arestas, os vértices e as faces. Elas deverão contar as arestas e os vértices e as faces e anotar no caderno.

Verificar acertos e erros individualmente e, em caso de erro, averiguar como o aluno contou e, ainda, oferecer diretrizes para ele fazer a recontagem. Alguns alunos se perdem na contagem, ora contam a menos ou a mais.

Mostrar uma face e pedir que eles identifiquem qual é a sua forma geométrica. (Elas já reconhecem um quadrado).

Entrego-lhes uma planificação de um cubo e peço que construam um cubo a partir dessa planificação. Eles provavelmente irão conseguir, pois grande parte dos alunos já realizou essa atividade em séries anteriores ou pelo menos já viu algum colega realizando.

Peço que desenhem a planificação do cubo em uma folha de papel sulfite. Peço que dobrem para formar o cubo. Se perceberam que há uma conexão entre os quadrados formarão outro cubo. Os que eventualmente errarem, deverão verificar por que não conseguiram. Eles devem perceber como devem estar dispostos os quadrados na planificação.

Realizada essa etapa, verificar se sabem o que é um ângulo reto. (Eles já tiveram contato com ângulo reto no 5º ano). De qualquer forma, entregar uma folha de papel sulfite e pedir que dobrem a folha de forma a produzir um ângulo reto. Mostrar que, dobrando uma folha duas vezes, forma-se um ângulo reto. Todos deverão dobrar a folha e identificar o ângulo reto formado.

Pedir que identifiquem os ângulos retos formados nos cubos.

Finalizar a tarefa, escrevendo no caderno: O que aprendi hoje?

Escolhi os elementos do cubo, conforme os experimentos de Dina Van Hiele, porque este ano já trabalhei conceito de Volume com as turmas do 6º ano; no entanto, mesmo tendo revisado os elementos do cubo, antes de introduzir as noções de Volume, percebi que muitos alunos ainda fazem confusão, quando no problema é informado "um cubo de aresta de ...".

Na minha prática, quando introduzi o conceito de volume, usei o material dourado e os alunos realizaram atividade de construção de prismas e de cubos, mas a parte em que percebi que falhei foi por não aguardar que os alunos com mais dificuldade refizessem a atividade até conseguirem concluí-la satisfatoriamente. Parece que ficou claro para mim agora, o quanto é incorreto avançar nas etapas sem que o aluno tenha assimilado a anterior.

A aluna 18, em sua resposta, traz à presença desse diálogo o dito pela colega 5

ALUNA 5 - quinta, 25 Jun 2015, 09:14

Atividades para explorar o conceito de classificação:

Objetivo: classificar considerando mais de um atributo (tamanho, cor, forma).

Material: blocos lógicos.

Atividade: separar as peças circulares das peças quadradas, depois as amarelas das azuis, depois as grandes das pequenas.

A atividade pode ser ampliada: separar as peças vermelhas grossas e as peças quadradas, das azuis grossas e triangulares, fazer vários conjuntos, combinando critérios variados.

A classificação poderá ser feita pelo critério escolhido pela criança, depois perguntar se as peças podem ser separadas de outra forma.



*Professora entende do exposto pela aluna 5:* Faltou à aluna descrever o nível de escolarização a que ela faria a proposta, o que implica compreender a idade dos alunos, os conhecimentos prévios (ou a falta deles) e os parâmetros que delimitam as classificações solicitadas.

A despeito disso, a professora considera a atividade válida e de acordo com o solicitado na proposta do fórum.

*Professora entende do exposto pelo cossujeito:* No entender da pesquisadora, foram descritas várias atividades propostas e não apenas uma como foi solicitado. Incluem-se nessas atividades manipulação, dedução, nomeação de objetos geométricos, etc. Bastante significativo para a pesquisadora é a última frase da postagem da aluna 28: ‘Parece que ficou claro para mim agora, o quanto é incorreto avançar nas etapas sem que o aluno tenha assimilado a anterior’. Essa conclusão da aluna evidencia transformações pedagógicas na aluna: o quanto ela se propõe a realizar, de maneira mais produtiva, depois do estudo das experiências relatadas e estudadas de Dina van Hiele .

### **O que diz:**

#### **USg 140: a professora percebe mudança na atitude de professora da aluna**

Professora comenta: Aluna 18. Algumas observações.

Você anuncia que vai trabalhar também com reta e região quadrada. Nesta aula, você só falou do cubo? Fiquei curiosa com a exploração da reta.

O reconhecimento e a nomeação foram realizadas em um movimento único? Tudo em uma só aula? Como é "perceber a tridimensionalidade"? O que é uma dimensão? Eles já conhecem a classificação dos ângulos? Como é "reconhecer um vértice como um ponto"? Por quê? Por que arestas são segmentos de reta?

...

Perceba que só aí você já tem uma aula, se for trabalhando os conceitos mais devagar.

...

Mostrar cubos feitos de diversos materiais (caixas com faces quadradas de papelão, de plástico, cubo mágico, cubo de madeira, dado) **Por quê?**

Entregar alguns cubos mágicos para os alunos aprenderem as noções de aresta, de vértice e de faces. **Por que cubos mágicos? Essas noções serão aprendidas ou reconhecidas ou percebidas?**

Mostrar quais são as arestas, os vértices e as faces. Elas deverão contar as arestas e os vértices e as faces e anotar no caderno. !!

Verificar acertos e erros individualmente e, em caso de erro, averiguar como o aluno contou e oferecer diretrizes para ele fazer a recontagem. Alguns alunos se perdem na contagem, ora contam a menos ou a mais. **Por que eles não são deixados a descobrir?**

Mostrar uma face e pedir que eles identifiquem qual é a sua forma geométrica. (Elas já reconhecem um quadrado). **O que é um quadrado? O que isso acarreta para o cubo?**

Entrego-lhes uma planificação de um cubo e peço que construam um cubo a partir dessa planificação. Eles provavelmente irão conseguir, pois grande parte dos alunos já realizou essa atividade em séries anteriores ou pelo menos já viu algum colega realizando.

**Por quê?**

Peço que desenhem a planificação do cubo em uma folha de papel sulfite. Peço que dobrem para formar o cubo. Se perceberam que há uma conexão entre os quadrados formarão um outro cubo. Os que eventualmente errarem, deverão verificar, porque não conseguiram. Eles devem perceber como devem estar dispostos os quadrados na planificação. **Isso é uma repetição da anterior? Por que não faz só essa etapa?**

Realizada essa etapa, verificar se sabem o que é um ângulo reto. (Eles já tiveram contato com ângulo reto no 5º ano). De qualquer forma, entregar uma folha de papel sulfite e pedir que dobrem a folha de forma a produzir um ângulo reto. Mostrar que, dobrando uma folha duas vezes, forma-se um ângulo reto. Todos deverão dobrar a folha e identificar o

ângulo reto formado. **Atenção ao "como" dobrar essa folha!! É importante sempre explicitar o "como" bem claramente!**

Pedir que identifiquem os ângulos retos formados nos cubos. **Quais cubos?**

Finalizar a tarefa, escrevendo no caderno: O que aprendi hoje? **Essa tarefa será lida por você? É importante saber o que eles estão registrando e fazer uma análise crítica com eles.**

(...) Na minha prática, quanto introduzi o conceito de volume, usei o material dourado e os alunos realizaram atividade de construção de prismas e cubos, ... **Queria saber melhor sobre como você utilizou o material dourado para definir volume, já que as peças desse material já possuem volume também: você definiu volume com outro volume? Como foi isso?**

### **FÓRUM 2.3.3**

*Proposta: O autor propõe uma comparação entre os experimentos de van Hiele e van Albada. Explícite esta comparação acrescentando sua compreensão sobre essas experiências.*

ALUNA 18 - sábado, 27 Jun 2015, 17:58

Segundo o autor, os cursos introdutórios em Geometria de van Albada e van Diele (Hiele) apresentam um grande diferença em relação aos cursos de geometria tradicional, por isso os denominou de cursos anticlássicos.

A forma clássica de se ensinar geometria é iniciar pelo estudo do plano (pontos, retas, plano), para depois estudar as relações espaciais. Inicia-se, geralmente, com noções dadas como intuitivas de ponto, reta e plano e se houver alguma prática é usada para provar uma propriedade já apresentada, um conceito já revelado ao aluno pelo professor. Seria uma prática experimental e não uma prática através da qual a criança poderá fazer suas próprias descobertas.

Tanto van Albada como van Diele (Hiele) iniciam o estudo pelo espaço e não pelo plano, e usam o material concreto como recurso para o desenvolvimento do raciocínio lógico geométrico. A diferença entre esses dois métodos é que Van Albada inicia o curso com recursos de geometria descritiva, e van Diele (Hiele) com sólidos geométricos, usando cubos.

Em ambos os cursos, são propostas questões para as crianças explorarem figuras e objetos e, através deles, descobrirem padrões, relações, propriedades, sempre relacionando a descoberta anterior com a da próxima etapa. Não importa se a resposta não é a correta ou até a esperada pelo adulto, pois ao ser estimulada a investigar suas próprias descobertas com outras proposições, aos poucos, sem pressa, a criança vai construindo seu conhecimento, descobrindo as relações e se apropriando da estrutura geométrica. Antecipar os resultados para a criança é ser um desmancha-prazeres, tirando-lhe a alegria da descoberta.

*Professora entende do exposto pelo cossujeito: a aluna 18 expõe o que compreendeu no estudo dos trabalhos de van Hiele e van Albada, identificando semelhanças e diferenças entre eles. A aluna parece ter percebido como pode aproveitar em sua prática as experiências relatadas e ênfatiza seu interesse em incluir o material concreto em seu planejamento pedagógico.*

Os exemplos estudados foram significativos para promover modificações didático-pedagógicas na aluna, como percebe a professora.

### **O que diz**

**USg 141: o cossujeito articula seu pensar**

**USg 142: evidência de forma/ação profissional**

**USg 143 a professora percebe mudança na atitude de professora da aluna**

*Professora comenta: Aluna 18. Não compreendi essa parte: "Seria uma prática experimental e não uma prática através da qual a criança poderá fazer suas próprias descobertas." O que seria "prática experimental" diferente de" prática para a descoberta"?*

## **DEDUTIVIDADE E AXIOMÁTICA**

### **FÓRUM 2.4.1**

*Proposta: Ao mostrar figuras geométricas aos alunos, Dina van Hiele os fez entender do que se tratava sem fornecer-lhes definições. Como você entende a constituição de conhecimento geométrico nesta atividade?*

ALUNA 18 - sexta, 3 Jul 2015, 16:23

Concordo com a aluna 5, complementando apenas que a descoberta dos objetos geométricos são realizadas através de experiências visuais e motoras, pois além de ver os objetos escolhidos pela professora, a criança irá pensar, manipulando os objetos com as mãos, observando com os olhos e os movimentos. A criança é conduzida a pensar nos objetos, tirando conclusões, formulando conceitos ou definições que irá associar a uma próxima etapa de experiências, estimulando o desenvolvimento do seu raciocínio lógico e dedutivo. É um pensar matemático para o adulto que observa a criança e sabe matemática.

Vale observar que a criança pode ficar muito tempo neste nível, em geometria, antes de chegar ao ponto no qual ela vai consubstanciar seu aprendizado inicial, para atingir níveis mais altos.

A aluna 18, em sua resposta, traz à presença desse diálogo o dito pela colega 5.

ALUNA 5 - terça, 30 Jun 2015, 15:15

As atividades que estimulam a exploração e a descoberta das figuras geométricas são realizadas através de experiências visuais e, por este motivo, possibilitam a formação de conceitos geométricos que levam a uma representação mental correta por parte do aluno, auxiliando no processo da construção do conhecimento geométrico.

*Professora entende do exposto pela aluna 5:* A aluna 5 não explicita sua compreensão. Apenas afirma o que a própria proposta da atividade já anuncia. Para a professora, a aluna não mostra sua compreensão sobre o assunto tratado.

*Professora entende do exposto pelo sujeito:* A aluna 18 se preocupa em detalhar as atividades de van Hiele de maneira a ressaltar as percepções sensoriais que a autora descreve.

As experiências de tocar os objetos concretos que são apresentados nas experiências relatadas são direcionadoras, conforme pensa a pesquisadora, de promover possibilidades aos alunos, percepções de formas e características físicas que são, dessa forma, diretamente apreendidas pelos aprendentes.

A complementação da aluna 18 à postagem da aluna 5 evidenciou sintonia com o que está se passando no curso de modo atento.

**O que diz:**

**USg 144: compreensão do texto.**

**USg 145: a pesquisadora constituindo conhecimento**

**USg 146: modos de estar com o outro**

*Professora comenta:* Alunas 5 e 18. Foi interessante a complementação da fala da aluna 5 pela aluna 18. Quando nos referimos ao trabalho com material concreto, todos os sentidos são importantes na constituição do conhecimento que acontece na atividade e na reflexão sobre a atividade. Muito boas as contribuições!

### **FÓRUM 2.4.2**

*Proposta:* O autor faz uma descrição e uma crítica à obra *Os Elementos*, de Euclides. O que você pensa a respeito?

ALUNA 18 - sexta, 3 Jul 2015, 17:48

Aluna 5, você fez suas considerações sobre as áreas da matemática, destacando a Geometria como sendo a primeira a se emancipar. Mas não consegui compreender com relação à descrição e à crítica feita no texto sobre a obra "Os elementos" qual é o seu pensamento.

Considero importantes e válidas as descrições e as críticas de Freudenthal sobre a obra de Euclides, visto que tomar *Os Elementos* como o tesouro da verdade, e sua organização como a organização correta e definitiva, como ocorreu no início e foi levada para o ensino nas escolas, permanecendo como base inquestionável para o ensino nas escolas até em época recente, representou um distanciamento do objetivo da Geometria, sem significado para os estudantes em sua fase inicial, tornando-se a Geometria tão incompreensível que muitos passaram a questionar a sua existência na grade curricular.

Freudenthal classificou o Curso de van *Diele*, que se distanciou dos princípios da geometria clássica para ensinar Geometria nos níveis mais baixos, como a demonstração dos **primeiros sinais de organização lógica.**

Classifica a axiomática de Geometria Euclidiana como atividade de organização local, visto que, devido a longa tradição, muitos ainda a consideram indispensável e global.

Antes de Euclides, já era hábito introduzir um tratado matemático com uma série de princípios, que eram chamados de axiomas, postulados, hipóteses, teses, definições, pressupostos e outros termos. Assim, o autor esclarece que Euclides, ao introduzir as partes da matemática em seu livro, inseriu uma lista de princípios que ele já conhecia da literatura. Os Elementos assim são uma soma de partes logicamente organizadas de matemática, mas não é uma organização lógica da matemática.

Não há, assim, para o autor, uma organização global axiomática, e para que se chegasse a uma axiomática global moderna, teria que ter sido buscado um compilador mais independente do que Euclides. Apesar de ter sido dedutividade rigorosa, sua base foi adaptável ao invés de preconcebida. Denomina, então, que o trabalho de Euclides foi um trabalho autoritário em sua época; sendo, prontamente, canonizado. Então, o que houve de errado sobre a lógica desse sistema, não foi a ideia de organização local, mas a pretensão de ser global (pelo próprio Euclides e seguidores).

A aluna 18, em sua resposta, traz à presença desse diálogo o dito pela colega 5.

ALUNA 5 - terça, 30 Jun 2015, 15:21

A matemática compreende duas áreas principais: a *análise*, que trata dos números e suas relações (expressas por equações, por inequações, etc.), e a *geometria*, que estuda as propriedades relativas a pontos e a conjuntos de pontos (lugares geométricos). Destas duas áreas, foi a geometria a que primeiro se emancipou, graças aos antigos Gregos, que souberam conferir-lhes aquele grau de racionalidade, de rigor lógico, com que vem exposta nos “Elementos”, de Euclides.

*Professora entende do exposto pela aluna 5:* Mas o que a aluna 5 pensa a respeito da obra de Euclides ou do que Freudenthal fala sobre ela?

A proposta do fórum não foi correspondida pela postagem dessa aluna. O caráter superficial como redigiu sua participação, mostra à pesquisadora que a aluna 5 não refletiu sobre o texto de Freudenthal.

*Professora entende do exposto pelo colega 5:* A aluna 18 responde à colega 5 e complementa com sua reflexão sobre o estudado.

O explicitado por Freudenthal revela um Euclides, ao mesmo tempo, apresentando uma organização da Geometria, de maneira axiomática, e o que falta ao seu trabalho para que se tornasse uma axiomática global moderna. O elogio e a crítica feitos pelo autor ao filósofo foram relatados pela aluna 18.

Com relação ao movimento proposto pelo curso, a pesquisadora percebe que esta aluna estudou, refletiu e expressou sua compreensão, como é a proposta da atividade. Dessa maneira, essa aluna mostra, em sua participação, o conhecimento corroborado a esse respeito.

### **O dito:**

**USg 147: modos de estar com o outro**

**USg 148 a pesquisadora constituindo conhecimento**

**149: percepção da pesquisadora sobre a constituição do conhecimento na aluna**

*Professora comenta:* Alunas 5, 18 e 20. Vocês três fizeram uma boa síntese dos escritos de Freudenthal. Apesar de considerar a obra de Euclides um marco na história de Matemática e da Geometria, ele explicita que *Os Elementos* não devem ser considerados uma obra definitiva e, ainda, que a sua utilização cega pode derivar em um processo de ensino da Geometria, baseado em definições e em verdades absolutas, retirando a possibilidade da reflexão e de um processo de constituição do conhecimento geométrico pelo próprio aprendiz.

### **FÓRUM 2.4.3**

*Proposta: Como você responderia ao questionamento do autor: "Poderia a axiomática ser ensinada nas escolas?" (p. 23) Como você entende essa (im)possibilidade?*

ALUNA 18 - sexta, 3 Jul 2015, 19:03

Ensinar geometria é propiciar à criança o desenvolvimento do seu raciocínio lógico matemático, através da compreensão do espaço físico em que vive. Pode-se estimular as crianças no seu desenvolvimento através de atividades adequadas ao seu nível de compreensão. Ela pode aprender a tirar conclusões lógicas, elaborar definições (mesmo que incompletas) através de atividades experimentais. Pode avançar para outros níveis.

Já os axiomas são premissas consideradas, necessariamente, evidentes e verdadeiras, ou fundamentos de uma demonstração, porém estes mesmos indemonstráveis, então como ensinar a criança a elaborar axiomas? Em um nível mais elevado é até possível elaborar axiomas, questioná-los, com bastante legitimidade.

Mas começar a ensinar Geometria, através de um sistema axiomático, é impor à criança a compreensão de um sistema de definições axiomáticas, que não a levará a adquirir autonomia de pensamento e a distanciará da compreensão do espaço em que vive. É tirar o prazer da descoberta. Pode até entender a lógica do que foi demonstrado, mas o que fará é copiar sem dar o devido significado para o que está reproduzindo.

*Professora entende do exposto pelo cossujeito: A aluna 18 defende de maneira consistente seu ponto de vista.*

Para a pesquisadora, a aluna compreende as condições em que a axiomática deve ou não, pode ou não, é adequada ou não para ser ensinada na escola.

A explicitação que a aluna 18 apresenta em sua participação evidencia como as informações e os textos estudados se consolidaram em conhecimento acerca do ensino de Geometria.

**O dito:**

**USg 150 a linguagem explicitada de modo claro**

**USg 151 percepção da pesquisadora sobre a constituição do conhecimento na aluna**

**FÓRUM 2.4.4**

*Proposta: Comente a afirmação do autor: "Axiomatização não é o ápice da honestidade" (p. 28). Como você compreende isso?*

ALUNA 18 - sábado, 4 Jul 2015, 06:30

Como a aluna 5 escreveu e Freudenthal também esclarece "Axiomatização não a é o ápice da honestidade e rigor", pois há níveis de aprendizado acima, bem como abaixo. Ser honesto, no Ensino da Geometria, é aplicar o rigor de cada fase, de cada nível.

Para quem defende a sistematização do ensino da geometria através do sistema axiomático, considerando que geometria dedutiva tradicional também é axiomática, esquece que numa organização "local" a axiomática se coloca muito bem, é simples de compreender, (é o que o autor denomina de dedutividade tradicional, "local"); mas, a partir de determinado nível, ela vai exigindo cada vez mais formalização, a ponto de axiomas e outras declarações também terem que ser formalizados.

Também uma didática voltada para um sistema axiomático corre o risco de pressionar o aluno para atingir um nível de abstração maior, antes que ele tenha feito as conexões necessárias numa etapa precedente, o que o leva a memorizar padrões, definições, fórmulas, sem compreender o seu verdadeiro significado, o que não ajuda em nada a construção do seu raciocínio lógico e dedutivo e até pode desestimular o aprendizado.

A aluna 18, em sua resposta, traz à presença desse diálogo o dito pela colega 5.

ALUNA 5 - quarta, 1 Jul 2015, 12:27

A Geometria estuda as propriedades geométricas, partindo de certos raciocínios lógicos, sendo que as descobertas das novas formas ocorreu pela necessidade humana. Como qualquer sistema dedutivo, é comparada a um jogo, devemos aceitar algumas regras básicas, que na Geometria recebem o nome de axiomas. Os teoremas devem ser deduzidos através do raciocínio lógico e a partir dos axiomas fixados nestes. Isso não implica dizer que se deve utilizar um método de ensino muito formal, quando o assunto é Geometria, mas sim introduzir os axiomas necessários, bem como exercícios e aplicações práticas, os quais juntos irão despertar o interesse pelo estudo dessa área da matemática, tudo isso para que o aluno tenha um melhor entendimento sobre o estudo da Geometria e vença as dificuldades e os obstáculos que lhe faz não ter uma aprendizagem significativa, pois uma apresentação axiomática da Geometria é longa e exige tempo, levando em consideração que esta só pode ser feita com proveito, quando os alunos já tiverem adquirido bastante familiaridade com os fatos que envolvem a Geometria, visto que essa é uma condição necessária e indispensável para levar os alunos a entenderem e apreciarem o porquê da axiomatização.

*Professora entende do exposto pela aluna 5: A aluna 5 descreve sua compreensão a respeito do ensino da Geometria que inclui a axiomatização em seu processo, mas não deixa claro como entende uma 'axiomatização honesta'. Seria essa descrita? Essa que deduz teoremas por*

raciocínios lógicos com auxílio de verdades conhecidas e descobertas de novas formas? E os axiomas? Como, no processo de dedução, os axiomas se encaixam ‘perfeitamente’? Há sempre uma ‘honestidade’ na escolha dos axiomas? Ou a ‘honestidade’ deve ser investigada na dedutividade?

*Professora entende do exposto pelo cossujeito:* A aluna descreve como entendeu o explicitado por Freudenthal. A aluna 18 não dispensa as justificativas para cada compreensão expressa e, por isso, sua contribuição se revela completa.

A pesquisadora percebe nesta participação que a aluna 18 estudou e refletiu sobre o conteúdo do texto desta aula, permitindo, assim, alargar seu conhecimento sobre o ensino de Geometria.

### **O dito**

**USg 152: a linguagem explicitada de modo claro**

**USg 153 percepção da pesquisadora sobre a constituição do conhecimento na aluna**

*Professora comenta:* Muito bem colocado pelas três, o entendimento que Freudenthal não defende, mas também não despreza, totalmente, a axiomática no ensino de Geometria. Há níveis em que ela está presente e há outros em que a introduzir pode significar forçar o aluno a uma compreensão para a qual ainda não está pronto.

A consideração sobre as Geometrias não-euclidianas não deve descartar a axiomática, mesmo que de outra ordem. Devemos estar atentos a isso!

### **FÓRUM SOBRE O RESUMO DAS AULAS 3 E 4**

ALUNA 18 - segunda, 29 Jun 2015, 09:50

A geometria experimental para crianças deve ser realizada, através de material concreto (objetos geométricos), de tal forma que a criança ao manipular os objetos, esteja ao mesmo tempo pensando sobre como ele é feito. Deve ser estimulada a dar respostas de como pensou sobre esse objeto, mas não devem ser dadas definições para a criança e nem esperar que elas teorizem suas percepções.

Ela pode formular sua definição e, depois, numa outra sequência de trabalho exploratório também com material concreto pode perceber que sua definição precisa ser reformulada, ou ampliada, mas a nova definição deve estar conectada à anterior. Todo o desenvolvimento do raciocínio lógico precisa, nessa fase, estar sempre fundamentado no material concreto.

Nos experimentos de Dina van Diele, vemos, claramente, como as crianças já na faixa de 12 anos vão construindo o seu aprendizado em Geometria a partir de material concreto, sendo, primeiramente, apresentados alguns objetos e, através da manipulação, vão interagindo com esses objetos, à medida que vão se familiarizando com as ferramentas da geometria (pontos, retas, ângulos, planos) sem que lhes seja dada definição, o professor apresenta novas situações para instigar novas descobertas, como no caso do cubo que, após o reconhecimento de seus elementos, dos ângulos retos, passa para superfícies diagonais, desenhando sobre a superfície de um cubo de cartão as diagonais, pedindo que os alunos as conte e meçam. E depois propõem um novo desafio, como medir os espaços diagonais? Novamente, o material concreto é que é o apoio para os alunos responderem essa questão: a professora insere dentro do cubo um plano diagonal e os alunos percebem que é um retângulo. Depois vai pedindo que as crianças contem de quantas maneiras podem ser encaixados os retângulos (plano diagonal) no cubo.

O que parece incorreto é usar o material concreto apenas numa fase inicial, ou sem o objetivo claro de fazer a criança pensar sobre ele e, ainda, sem fazer uma conexão com os demais conteúdos que se pretende atingir. Muitas vezes, é usado com finalidades artísticas, achando que a criança relacionou conceitos geométricos, que sequer passou pelo seu pensamento. Como o autor nos fala "coisas se encaixam", mas as crianças perguntam por quê? Raramente, uma ou outra criança o fará.

Geometria experimental é possibilitar o desenvolvimento do pensamento geométrico, instigando o aluno a fazer descobertas, com o uso do material concreto, em todas as etapas do conteúdo curricular que se pretende trabalhar, relacionando as descobertas anteriores com as estruturas seguintes.

*Professora entende do exposto pelo cossujeito: Nesta postagem, a aluna 18 faz um resumo de suas leituras e reflexões. Mostra que compreendeu as atividades de van Hiele e os seus objetivos. A aluna expressa conclusões e se declara favorável ao uso de material concreto, expondo justificativas para essa posição assumida.*

A pesquisadora percebe que a aluna, por meio de seu discurso, apresenta um resumo das aulas de modo bem completo, emite sua opinião, demonstra que refletiu sobre o estudado e conforma seu próprio entendimento sobre o assunto tratado.

**O que diz:**

**USg 154: linguagem explicitada de modo claro**

**USg 155: formação profissional da aluna**

**USg 156 percepção da pesquisadora sobre a constituição do conhecimento na aluna**

ALUNA 18 - segunda, 29 Jun 2015, 10:20

2) "A chave da geometria é a palavra "por quê".

Se o objetivo da Geometria é compreender o espaço, então, além da observação, das distinções de diversas formas que podemos perceber, através de um olhar mais apurado, da beleza das formas simétricas, de objetos construídos, seja artisticamente ou fabricados para fins utilitários, ou da natureza, deve-se avançar para o rigor científico de aprofundar as relações que existem entre essas formas, sem o que o homem jamais teria calculado distâncias inacessíveis como a da Terra à Lua. Como teria chegado até o espaço sideral?

No estudo em questão, é levar a criança e até os jovens a perceberem os objetos, descobrindo o que está por trás de sua aparência, e isto só é possível através de perguntas como e por que isto acontece? Por que as coisas se encaixam? Por que a menor distância entre dois pontos é uma reta? Por que há triângulos em determinadas estruturas? Por que os prédios são na maioria blocos retangulares?

*Professora entende do exposto pelo cossujeito: A aluna mostra à professora que constituiu compreensões sobre o contexto e pôde, dessa maneira, chegar a conclusões.*

A importância do 'porquê' no estudo da Geometria, conforme explicitado pela aluna 18, é propulsora do aprofundamento na busca de novas experiências e mais conhecimento.

Como que essa expressão levasse os alunos a etapas mais avançadas nos estudos e nas descobertas que estejam realizando.

**O que diz:**

**USg 157: a cossujeito expressa, de modo claro, o movimento de constituição de conhecimento**

**USg158: a pesquisadora dá-se conta da importância da pergunta *por quê* no movimento de constituição de conhecimento**

### **APÊNDICE 3 – Relação das Unidades de Significado (USg)**

- USg 001: Percepção de dificuldade na descrição de si mesma e insegurança.
- USg 002: A leitura do autor abriu possibilidades para a criação de um curso diferenciado
- USg 003: Foram necessários processos administrativos para a atualização do curso.
- USg 004: A preparação do curso foi complexa e teve algumas etapas.
- USg 005: A importância da escolha do autor para trazer inovações para o curso.
- USg 006: A leitura trouxe lembranças do vivenciado em situações em que se posicionou como aluna ou como professora.
- USg 007: Possibilidades pedagógicas que se mostram.
- USg 008: A abordagem da Geometria abrindo possibilidades.
- USg 009: Percepção de um novo modo de compreender Geometria.
- USg 010: Percepção do que faz enquanto faz.
- USg 011: A lembrança como fonte para as descrições do vivenciado.
- USg 012: A afetação psicológica da pesquisadora.
- USg 013: Sentimento de satisfação da pesquisadora.
- USg 014: O que se mostra na possibilidade de atualização do curso
- USg 015: Lembranças de vivências deflagradas na realização da atividade
- USg 016: Dar-se conta da lembrança de vivências na temporalidade do vivenciado.
- USg 017: Entraves provenientes do aparato tecnológico.
- USg 018: Facticidade na realização do curso
- USg 019: Dar-se conta do cuidado com o que está realizando.
- USg 020: Dar-se conta do modo de sentir em nível psicológico.
- USg 021: O que acontece na atualização do curso não corresponde ao esperado.
- USg 022: A atualização do curso mostra-se consoante à perspectiva .
- USg 023: Desassossego que se mostra na vivência.
- USg 024: O foco está mais nas atividades de ensino do que no conhecimento geométrico que pode se constituir.
- USg 025: Percepção de alteração no modo de ser professora à distância.
- USg 026: Dar-se conta da preocupação com relação à concretização do projeto de pesquisa.
- USg 027: Abertura de horizontes.
- USg 028: Ampliação de compreensões de conceitos e de relações geométricas.
- USg 029: A tecnologia dificultando a realização de atividades à distância.

USg 030: A percepção de *estar-com-o-outro* na modalidade à distância que não conhecia em outra situação

USg 031: Esforço para fazer-se clara ao outro.

USg 032: A prática docente do professor de matemática de acordo com a disponibilidade material onde atua.

USg 033: A valorização do planejado no curso como experiência didática dos alunos.

USg 034: A dúvida sobre a compreensão do explicitado no conteúdo do curso.

USg 035: O modo de estar: desânimo.

USg 036: Modificações no modo de atualizar o projeto em decorrência de facticidades que criam dificuldades com o aparato tecnológico.

USg 037: Dar-se conta do próprio aprender ao pensar a Geometria.

USg 038: *Estar-com-o-computador* e *estar-com-os-cossujeitos* se mostra na vivência do pensar o curso.

USg 039: A inclusão da informática como ferramenta para armazenamento de informações depende de sua disponibilidade.

USg 040: Outras lembranças se juntam no próprio processo de lembrar

USg 041: Autoquestionamento da prática de registro.

USg 042: A atitude do *outro* se mostrando incompreensível à pesquisadora por ser diversa da praticada por ela mesma.

USg 043: Busca de justificativas para as atitudes do *outro* na maneira pela qual como as vivências co-muns se deram.

USg 044: Sentimento de *não-estar-com-os-outros*.

USg 045: Trabalho para resgate da participação dos alunos no curso.

USg 046: Esforço para promover maior participação de alunos no curso.

USg 047: A pesquisadora lança-se a novas habilidades no campo da informática para realizar algo diferenciado.

USg 048: Sentimento de segurança para realizar as tarefas de ordem técnica, retornando à lembrança de suas vivências em sua prática e em sua formação específica

USg 049: A expectativa de melhoria a partir da modificação da técnica empregada.

USg 050: A tecnologia como razão da falência de processos que dela dependem.

USg 051: O processo de interação *online* se realizando com relativo sucesso.

USg 052: A importância da percepção do *outro* como interlocutor.

USg 053: Dando-se conta do movimento que está realizando, tendo em vista a interrogação da pesquisa.

USg 054: A atitude de pesquisadora influenciando na vivência do pesquisar.

USg 055: *Eu*, sujeito, pesquisadora, *como* o outro, objeto de pesquisa, professora, criadora, coordenadora do curso.

USg 056: Lembranças das vivências e lembranças das lembranças ocorridas na temporalidade do curso.

USg 057: Abertura de horizontes para compreender o indagado na investigação.

USg 058: O *estar-com-o-outro* à distância.

USg 059: Percepção do *outro* no *estar-junto-à-distância*.

USg 060: A satisfação de perceber-se *estando-com-o-outro-à-distância*.

USg 061: Articulação do pensar

USg 062: O que é dito: a professora atenta à exposição da aluna

USg 063: Ampliação do âmbito da compreensão

USg 064: O que é dito: a professora atenta à exposição da aluna

USg 065: Articulação do pensar

USg 066: Processo de constituição do conhecimento

USg 067: Aluna está com o cossujeito, texto e internet

USg 068: Aluna está com o cossujeito, texto e internet

USg 069: Busca por mais conhecimento de técnica

USg: 070: Esforço para compreender

USg 071: Percepção de si como professora

USG 072: Estar-com o cossujeito

USg 073: Aluna se fecha a novas perspectivas

USg 074: A professora se percebe satisfeita com o movimento de atualização do curso

USg 075: Movimento de atualização do curso

UGs 076: Modo de *estar-com* buscando incorporar à sua prática novas ideias e novas experiências.

USg 077: A professora percebe o curso como viabilização de transformações metodológicas e modificação de pensar a geometria

USg 078: O pensar incide sobre o entorno da questão

UGs 079: Discurso se dispersa

USg 080: O pensar incide sobre o entorno da questão

USg 081: O pensar incide sobre o entorno da questão

USg 082: Articulação do pensar

USg 083: A professora realização auto-avaliação do curso

USg 084: A aluna se move em torno dos textos matemáticos como são apresentados

USG 085: Presença da aluna

USg 086: Busca dar conta da atividade proposta sem transcendê-la

USg 087: Percebe a ligação entre Geometria e espaço, pois mostra que percebe a conexão geometria e realidade

USg 088 : Movimento de constituição de conhecimento realizado pelo pensar da professora

USg 089: Movimento de reflexão e de transcendência do dito nos textos

USg 090: Percepção de tentativa de teorização

USg 091: Postagens repetidas.

USg 092: Constata problemas técnicos no uso da tecnologia

USg 093: Dúvidas da professora sobre a resposta da aluna

USg 094: Movimento do pensar da aluna, adentrando o conhecimento da geometria

USg 095: A aluna se move em torno de textos matemáticos não indicados sem articulá-los ao objetivo proposto.

USg 096: Dúvida da professora sobre sua prática

USg 097: A aluna se move em torno do solicitado

USg 098: Questão de linguagem que não explicita o pensado de modo claro.

USg 099: Linguagem clara explicitando o compreendido

USg 100: Articulação do pensar

USg 101: Modo de a aluna estar-junto-ao-curso

USg 102: Recursos computacionais não está à disposição nas escolas públicas, em geral.

USg 103: A régua e o compasso são recursos que podem contribuir com a compreensão dos objetos geométricos

USg 104: Para a aluna o uso de computadores e softwares apropriados podem ser uma boa opção para o ensino da geometria

USg105: Diálogo com o cossujeito

USg 106: Linguagem não explícita, claramente, o pensado

USg 107: Modo de os cossujeitos estarem juntos

USg 108: Modo de estar com os cossujeitos

USg 109: Modo de estar com os cossujeitos

USg 110: A aluna se move em torno dos textos matemáticos como são apresentados

USg 111: O pensar incide sobre o entorno da questão

USg 112: Ampliação de ideias

USg 113: A aluna se move em torno dos textos matemáticos como são apresentados

USg 114: A aluna se move em torno do textos matemáticos como são apresentados

USg 115: Explicitação do pensar

Usg 116: Exposição de pensar articulado entre textos estudados e o mundo vivenciado

USg 117: Pensar evidenciando a constituição de conhecimento geométrico

USg 118: Percepção de si constituindo conhecimento

USg 119: Interesse do cossujeito pela aprendizagem dos alunos

USg 120: O cossujeito não se percebe como sua aprendizagem pode se presentificar na aprendizagem

USg 121: A aluna se move em torno do texto matemático como é apresentado a seus alunos

USg 122: Percepção de si constituindo conhecimento

USg 123: O cossujeito não se explicita de modo claro

USg 124: O cossujeito não se explicita de modo claro

USg 125: O cossujeito articula o pensar

USg 126: O cossujeito se move entorno do texto matemático como apresentado, sem transcendê-lo.

USg 127: Articulação do pensar

USg 128: A pesquisadora constituindo conhecimento

USg 129: Pensamento dissonante entre o texto estudado e as interpretações da professora e a da aluna.

USg 130: A postagem da aluna provoca muitas reflexões na pesquisadora, levando-a ao movimento de constituir conhecimento.

USg 131: A geometria analítica não se mostra, significa para os alunos do ensino médio segundo o cossujeito.

USg 132: O cossujeito constituindo conhecimento.

USg 133: A professora percebendo a aluna constituindo conhecimento.

USg 134 A professora constituindo conhecimento.

USg 135: O cossujeito constituindo conhecimento.

USg 136: A professora percebendo a aluna constituindo conhecimento.

USg 137: O cossujeito afirma a relevância das atividades estudadas no curso.

USg 138: O cossujeito realiza auto-análise sobre sua prática.

USg 139: A professora percebe mudança na atitude de professora da aluna.

USg 140: A professora percebe mudança na atitude de professora da aluna.

USg 141: O cossujeito articula seu pensar.

USg 142: Evidência de forma/ação profissional.

USg 143: A professora percebe mudança na atitude de professora da aluna.

USg 144: Compreensão do texto.

USg 145: A pesquisadora constituindo conhecimento.

USg 146 Modos de estar com o outro.

USg 147: Modos de estar com o outro.

USg 148: A pesquisadora constituindo conhecimento.

USg 149: Percepção da pesquisadora sobre a constituição de conhecimento da aluna.

USg 150: A linguagem explicitada de modo claro.

USg 151: Percepção da pesquisadora sobre a constituição de conhecimento da aluna.

USg 152: A linguagem explicitada de modo claro.

USg 153: Percepção da pesquisadora sobre a constituição de conhecimento da aluna.

USg 154: A linguagem explicitada de modo claro.

USg 155: Formação profissional da aluna.

USg 156: Percepção da pesquisadora sobre a constituição de conhecimento da aluna.

USg 157: O cossujeito expressa de modo claro o movimento de constituição do conhecimento.

USg 158: A pesquisadora dá-se conta da importância da pergunta *por quê* no movimento de constituição do conhecimento.

## APÊNDICE 4 – Constituição das Convergências de Sentido e Significado (CSs)

### CONVERGÊNCIAS DE SENTIDO E SIGNIFICADO

O que é dito	Unidades de Significado (USg)	Convergências de Sentido e Significado
Percepção de dificuldade na descrição de si mesma e insegurança.	USg 001	CSs 01
A leitura do autor abriu possibilidades para a criação de um curso diferenciado	USg 002	CSs 02
Foram necessários processos administrativos para a atualização do curso.	USg 003	CSs 03
A preparação do curso foi complexa e teve algumas etapas.	USg 004	CSs 04
A importância da escolha do autor para trazer inovações para o curso.	USg 005	CSs 02
A leitura trouxe lembranças do vivenciado em situações em que se posicionou como aluna ou como professora.	USg 006	CSs 05
Possibilidades pedagógicas que se mostram.	USg 007	CSs 06
A abordagem da Geometria abrindo possibilidades.	USg 008	CSs 02
Percepção de um novo modo de compreender Geometria.	USg 009	CSs 02
Percepção do que faz enquanto faz.	USg 010	CSs 07
A lembrança como fonte para as descrições do vivenciado.	USg 011	CSs 05
A afetação psicológica da pesquisadora.	USg 012	CSs 08
Sentimento de satisfação da pesquisadora.	USg 013	CSs 08
O que se mostra na possibilidade de atualização do curso.	USg 014	CSs 09
Lembranças de vivências deflagradas na realização da atividade.	USg 015	CSs 05
Dar-se conta da lembrança de vivências na temporalidade do vivenciado.	USg 016	CSs 10
Entraves provenientes do aparato tecnológico.	USg 017	CSs 11
Facticidade na realização do curso.	USg 018	CSs 12
Dar-se conta do cuidado com o que está realizando.	USg 019	CSs 13

Dar-se conta do modo de sentir em nível psicológico.	USg 020	CSs 08
O que acontece, na atualização do curso, não corresponde ao esperado.	USg 021	CSs 15
A atualização do curso mostra-se consoante à perspectiva.	USg 022	CSs 15
Desassossego que se mostra na vivência.	USg 023	CSs 08
O foco está mais nas atividades de ensino do que no conhecimento geométrico que pode se constituir.	USg 024	CSs 14
Percepção de alteração no modo de ser professora à distância.	USg 025	CSs 16
Dar-se conta da preocupação com relação à concretização do projeto de pesquisa.	USg 026	CSs 17
Abertura de horizontes.	USg 027	CSs 18
Ampliação de compreensões de conceitos e de relações geométricas.	USg 028	CSs 18
A tecnologia dificultando a realização de atividades à distância.	USg 029	CSs 11
A percepção de <i>estar-com-o-outro</i> na modalidade à distância que não conhecia em outra situação.	USg 030	CSs 19
Esforço para fazer-se clara ao outro.	USg 031	CSs 19
A prática docente do professor de matemática, de acordo com a disponibilidade material, onde atua.	USg 032	CSs 20
A valorização do planejado no curso como experiência didática dos alunos.	USg 033	CSs 21
A dúvida sobre a compreensão do explicitado no conteúdo do curso.	USg 034	CSs 21
O modo de estar: desânimo.	USg 035	CSs 08
Modificações no modo de atualizar o projeto em decorrência de facticidades que criam dificuldades com o aparato tecnológico.	USg 036	CSs 11
Dar-se conta do próprio aprender ao pensar a Geometria.	USg 037	CSs 18
<i>Estar-com-o-computador</i> e <i>estar-com-os-cossujeitos</i> se mostra na vivência do pensar o curso.	USg 038	CSs 22
A inclusão da informática como ferramenta para armazenamento de informações depende de sua disponibilidade.	USg 039	CSs 23
Outras lembranças se juntam no próprio processo de lembrar.	USg 040	CSs 23
Autoquestionamento da prática de registro.	USg 041	CSs 23

A atitude do <i>outro</i> se mostrando incompreensível à pesquisadora por ser diversa da praticada por ela mesma.	USg 042	CSs 24
Busca de justificativas para as atitudes do <i>outro</i> na maneira pela qual como as vivências comuns se deram.	USg 043	CSs 24
Sentimento de <i>não-estar-com-os-outros</i> .	USg 044	CSs 19
Trabalho para resgate da participação dos alunos no curso.	USg 045	CSs 25
Esforço para promover maior participação de alunos no curso.	USg 046	CSs 25
A pesquisadora lança-se a novas habilidades no campo da informática para realizar algo diferenciado.	USg 047	CSs 18
Sentimento de segurança para realizar as tarefas de ordem técnica, retornando à lembrança de suas vivências em sua prática e em sua formação específica.	USg 048	CSs 16
A expectativa de melhoria a partir da modificação da técnica empregada.	USg 049	CSs15 – CSs 16
A tecnologia como razão da falência de processos que dela dependem.	USg 050	CSs 11
O processo de interação <i>online</i> se realizando com relativo sucesso.	USg 051	CSs 15
A importância da percepção do <i>outro</i> como interlocutor.	USg 052	CSs 19
Dando-se conta do movimento que está realizando, tendo em vista a interrogação da pesquisa.	USg 053	CSs 26
A atitude de pesquisadora influenciando na vivência do pesquisar.	USg 054	CSs 26
<i>Eu</i> , sujeito, pesquisadora, <i>com</i> o <i>outro</i> , objeto de pesquisa, professora, criadora, coordenadora do curso.	USg 055	CSs 27
Lembranças das vivências e lembranças das lembranças ocorridas na temporalidade do curso.	USg 056	CSs 28
Abertura de horizontes para compreender o indagado na investigação.	USg 057	CSs 26
O <i>estar-com-o-outro</i> à distância.	USg 058	CSs19
Percepção do <i>outro</i> no <i>estar-junto-à-distância</i> .	USg 059	CSs 19
A satisfação de perceber-se <i>estando-com-o-outro-à-distância</i> .	USg 060	CSs 08
A articulação do pensar.	USg 061	CSs 29
A professora atenta à exposição do cossujeito.	USg 062	CSs 10

Ampliação do âmbito da compreensão.	USg 063	CSs 30
A professora atenta à exposição do cossujeito.	USg 064	CSs 10
A articulação do pensar.	USg 065	CSs 29
O processo de constituição do conhecimento.	USg 066	CSs 31
O cossujeito está com outros cossujeitos, texto e o computador/internet.	USg 067	CSs 19
O cossujeito está com outros cossujeitos, texto e o computador/internet.	USg 068	CSs 19
A busca por mais conhecimento de técnica.	USg 069	CSs 13
O esforço para compreender.	USg070	CSs 30
A percepção de si como professora.	USg 071	CSs 10
O estar-com o cossujeito.	USg 072	CSs 19
O cossujeito se fecha a novas perspectivas.	USg 073	CSs 32
A professora se percebe satisfeita com o movimento de atualização do curso.	USg 074	CSs 08
O movimento de atualização do curso.	USg 075	CSs 21
O modo de <i>estar-com</i> buscando incorporar à sua prática novas ideias e novas experiências.	USg 076	CSs 16 – CSs 33
A professora percebe o curso como viabilização de transformações metodológicas e modificação de pensar a Geometria.	USg 077	CSs 06 – CSs 34
O pensar incide sobre o entorno da questão.	USg 078	CSs 35
O discurso se dispersa.	USg 079	CSs 36
O pensar incide sobre o entorno da questão.	USg 080	CSs 35
O pensar incide sobre o entorno da questão.	USg 081	CSs 35
A articulação do pensar.	USg 082	CSs 29
A professora realiza auto-avaliação do curso.	USg 083	CSs 10
O cossujeito se move em torno dos textos matemáticos como são apresentados.	USg 084	CSs 35
A presença do cossujeito.	USg 085	CSs 37

A busca de dar conta da atividade proposta sem transcendê-la.	USg 086	CSs 38
O cossujeito percebe a ligação entre Geometria e espaço, pois mostra que percebe a conexão geometria e realidade.	USg 087	CSs 39
O movimento de constituição de conhecimento realizado pelo pensar da professora.	USg 088	CSs 18
O movimento de reflexão e de transcendência do dito nos textos.	USg 089	CSs 31
Percepção de tentativa de teorização.	USg 090	CSs 31
Postagens repetidas.	USg 091	CSs 11
Constatação de problemas técnicos no uso da tecnologia.	USg 092	CSs 11
Dúvidas da professora sobre a resposta do cossujeito.	USg 093	CSs 40
O movimento do pensar do cossujeito adentrando o conhecimento da geometria.	USg 094	CSs 29
O cossujeito se move em torno de textos matemáticos não indicados sem articulá-los ao objetivo proposto.	USg 095	CSs 35
Dúvida da professora sobre sua prática.	USg 096	CSs 06 – CSs 10
O cossujeito se move em torno do solicitado.	USg 097	CSs 35
A questão de linguagem que não explicita o pensado de modo claro.	USg 098	CSs 40
A linguagem clara explicitando o compreendido.	USg 099	CSs 41
A articulação do pensar.	USg 100	CSs 29
O modo de o cossujeito <i>estar-junto-ao-curso</i> .	USg 101	CSs 19
Os recursos computacionais não estão à disposição, nas escolas públicas, em geral.	USg 102	CSs 20
A régua e o compasso são recursos que podem contribuir com a compreensão dos objetos geométricos.	USg 103	CSs 06 – CSs 20
Para o cossujeito, o uso de computadores e softwares apropriados pode ser uma boa opção para o ensino da geometria.	USg 104	CSs 06 – CSs 20
Diálogo com o cossujeito.	USg 105	CSs 41
A linguagem não explicita claramente o pensado.	USg 106	CSs 54
O modo de os cossujeitos estarem juntos.	USg 107	CSs 19

O modo de estar com os cossujeitos.	USg 108	CSs 19
O modo de estar com os cossujeitos.	USg 109	CSs 19
O cossujeito se move em torno do texto matemático como é apresentado.	USg 110	CSs 35
O pensar incide sobre o entorno da questão.	USg 111	CSs 35
Ampliação de ideias.	USg 112	CSs 30
O cossujeito se move em torno do texto matemático como é apresentado.	USg 113	CSs 35
O cossujeito se move em torno do texto matemático como é apresentado.	USg 114	CSs 35
A explicitação do pensar.	USg 115	CSs 41
A exposição de pensar articulado entre textos estudados e o mundo vivenciado.	USg 116	CSs 29
O pensar evidenciando a constituição de conhecimento geométrico.	USg 117	CSs 31
Percepção de si constituindo conhecimento.	USg 118	CSs 18
O interesse do cossujeito pela aprendizagem dos alunos.	USg 119	CSs 42
O cossujeito não se percebe como sua aprendizagem pode se presentificar na aprendizagem.	USg 120	CSs 42
O cossujeito se move em torno do texto matemático como é apresentado aos seus alunos.	USg 121	CSs 35
Percepção de si constituindo conhecimento.	USg 122	CSs 18
Cossujeito não se explicita de modo claro.	USg 123	CSs 40
Cossujeito não se explicita de modo claro.	USg 124	CSs 40
Cossujeito articula o pensar.	USg 125	CSs 29
Cossujeito se move entorno do texto matemático como apresentado, sem transcendê-lo.	USg 126	CSs 35
A articulação do pensar.	USg 127	CSs 29
A pesquisadora constituindo conhecimento.	USg 128	CSs 18
O pensamento dissonante entre o texto estudado e as interpretações da professora e a do cossujeito.	USg 129	CSs 43

A postagem do cossujeito provoca muitas reflexões na pesquisadora, levando-a ao movimento de constituir conhecimento.	USg 130	CSs 18
A Geometria Analítica não se mostra significativa para os alunos do Ensino Médio, segundo o cossujeito.	USg 131	CSs 42
O cossujeito constituindo conhecimento.	USg 132	CSs 31
A professora percebendo a aluna constituindo conhecimento.	USg 133	CSs 31
A professora constituindo conhecimento.	USg 134	CSs 18
O cossujeito constituindo conhecimento.	USg 135	CSs 31
A professora percebendo a aluna constituindo conhecimento.	USg 136	CSs 31
O cossujeito afirma a relevância das atividades estudadas no curso.	USg 137	CSs 33
O cossujeito realiza auto-análise sobre sua prática.	USg 138	CSs 42
A professora percebe mudança na atitude de professora da aluna.	USg 139	CSs 42
A professora percebe mudança na atitude de professora da aluna.	USg 140	CSs 42
O cossujeito articula seu pensar.	USg 141	CSs29
Evidência de forma/ação profissional.	USg 142	CSs 34
A professora percebe mudança na atitude de professora da aluna.	USg 143	CSs 42
Compreensão do texto.	USg 144	CSs 41
A pesquisadora constituindo conhecimento.	USg 145	CSs 18
Modos de estar com o outro.	USg 146	CSs 37
Modos de estar com o outro.	USg 147	CSs 37
A pesquisadora constituindo conhecimento.	USg 148	CSs 18
Percepção da pesquisadora sobre a constituição de conhecimento da aluna.	USg 149	CSs 31
A linguagem explicitada de modo claro.	USg 150	CSs 41
Percepção da pesquisadora sobre a constituição de conhecimento da aluna.	USg 151	CSs 31
A linguagem explicitada de modo claro.	USg 152	CSs 41

Percepção da pesquisadora sobre a constituição de conhecimento da aluna.	USg 153	CSs 31
A linguagem explicitada de modo claro.	USg 154	CSs 41
Formação profissional da aluna.	USg 155	CSs 42
Percepção da pesquisadora sobre a constituição de conhecimento da aluna.	USg 156	CSs 31
O cossujeito expressa de modo claro o movimento de constituição do conhecimento.	USg 157	CSs 41
A pesquisadora dá-se conta da importância da pergunta <i>por quê</i> no movimento de constituição do conhecimento.	USg 158	CSs 34

## APÊNDICE 5 – Constituição das Ideias Nucleares (IN)

Convergências de Sentido e Significado (CSs)	Ideias Nucleares (IN)
CSs 01	Percepção de si projetando o curso.
CSs 02	Percepção de si produzindo conhecimento.
CSs 03	Percepção do movimento de atualização do curso.
CSs 04	Percepção de si projetando o curso.
CSs 05	Percepção de si projetando o curso.
CSs 06	Percepção de si produzindo conhecimento.
CSs 07	Percepção de si como professora/pesquisadora.
CSs 08	Percepção dos modos psíquicos de ser professora/pesquisadora.
CSs 09	Percepção do movimento de atualização do curso.
CSs 10	Percepção de si como professora/pesquisadora.
CSs 11	Percepção do movimento de atualização do curso.
CSs 12	Percepção do movimento de atualização do curso.
CSs 13	Percepção do movimento de atualização do curso.
CSs 14	Percepção de si como professora/pesquisadora.
CSs 15	Percepção do movimento de atualização do curso.
CSs 16	Percepção de si como professora/pesquisadora.
CSs 17	Percepção de si como professora/pesquisadora.
CSs 18	Percepção de si produzindo conhecimento.
CSs 19	Percepção dos modos de estar com o outro à distância.
CSs 20	Percepção do movimento de atualização do curso.
CSs 21	Percepção do movimento de atualização do curso.

CSs 22	Percepção do movimento de atualização do curso.
CSs 23	Percepção de si como professora/pesquisadora.
CSs 24	Percepção dos modos de estar com o outro à distância.
CSs 25	Percepção dos modos de estar com o outro à distância.
CSs 26	Percepção de si como professora/pesquisadora.
CSs 27	Percepção de si como professora/pesquisadora.
CSs 28	Percepção do movimento de atualização do curso.
CSs 29	Percepção do outro articulando ideias.
CSs 30	Percepção do outro articulando ideias.
CSs 31	Percepção do outro constituindo conhecimento.
CSs 32	Percepção do resultado da atualização do curso.
CSs 33	Percepção dos modos de estar com o outro à distância.
CSs 34	Percepção do movimento de atualização do curso.
CSs 35	Percepção das dificuldades de articulação pelos cossujeitos.
CSs 36	Percepção da importância da linguagem na atualização do curso.
CSs 37	Percepção dos modos de estar com o outro à distância.
CSs 38	Percepção das dificuldades de articulação pelos cossujeitos.
CSs 39	Percepção do outro constituindo conhecimento.
CSs 40	Percepção da importância da linguagem na atualização do curso.
CSs 41	Percepção da importância da linguagem na atualização do curso.
CSs 42	Percepção do outro constituindo conhecimento.
CSs 43	Percepção das dificuldades de articulação pelos cossujeitos.

## APÊNDICE 6 – Totalidade da atualização do curso

### GEOMETRIA: DO QUE TRATA?

#### 1) MÓDULO 1 - (RE) CONSTRUINDO CONCEITOS / Aula 1 - O QUE É GEOMETRIA?

##### FÓRUM 1.1.1

*Proposta:* Comente os trechos destacados do texto base desta aula. Como você compreende?

- 3) "Houve uma época em que a geometria não era apenas uma parte irresistível da ciência dedutiva; era o mais antigo e sincero exemplo de didática" (p. 2)
- 4) "A estrutura dedutiva da geometria tradicional não teve exatamente um sucesso didático" (p.2)

*Postagens*

ALUNA 8 - segunda, 18 Mai 2015, 15:34

Para Freudenthal (1973), a Geometria não é apenas uma parte irresistível de uma ciência dedutiva, ela é o exemplo mais antigo e mais explícito da didática. Segundo outro autor, Fainguelernt (1999, p. 20), “a Geometria é considerada uma ferramenta para a compreensão, descrição e interrelação com o espaço em que vivemos.” Ela é a parte da Matemática mais intuitiva, concreta e ligada com a realidade. Atualmente, existem pessoas que acreditam que a Geometria falhou por não ter sido suficientemente dedutiva. Para Veloso (1998), o fracasso se deve ao fato de a dedução não ter sido ensinada como reinvenção, mas sim imposta ao aluno. A Geometria é uma área que vem sendo negligenciada no ensino, frequentemente, é ensinada de forma mecânica com a preocupação em destacar os conceitos sem relacioná-los com o espaço que nos cerca. Como ciência dedutiva, está desaparecendo devido àqueles que tem resistência em inovar o ensino da matemática. Para Freudenthal, se a Geometria for imposta como sistema lógico para os alunos, muito melhor seria aboli-la, pois ela só pode ter significado se for explorada, juntamente, com o espaço experimentado pelos alunos. O autor diz ainda que a “Geometria é uma das melhores oportunidades que existe para

aprender como matematizar a realidade.” Portanto, a Geometria oferece inúmeras oportunidades de o estudante fazer descobertas matemáticas.

PROFESSORA - segunda, 18 Mai 2015, 21:22

Aluna 8:

Você cita Freudenthal e mais outros dois autores (Fainguelernt (1999, p. 20; Veloso (1998)), sobre os quais gostaria que você nos falasse um pouco, inclusive quais foram as obras a que você referenciou.

Além disso, gostaria que você nos mostrasse o que você mesma pensa sobre as afirmações trazidas do texto. Você concorda com eles? O que você vê de aproximação ou de afastamento entre as ideias desses autores?

O que você quis dizer com "resistência em inovar o ensino da matemática."?  
Comente esta afirmação!

ALUNA 8 - terça, 19 Mai 2015, 09:12

A obra referenciada foi a de Estela Kaufman FAINGUELERNT, *Educação matemática: representação e construção em Geometria* (FAINGUELERNT, Estela Kaufman. *Educação matemática: representação e construção em Geometria*. Porto Alegre: Artes Médicas Sul, 1999).

Para Fainguelernt, assim como para Freudenthal, há uma grande importância em se introduzir a Geometria no ensino, em qualquer idade, como forma de construção do conhecimento. A geometria, em minha opinião, é a fonte para o exercício do aprender a fazer e aprender a pensar.

Esses autores se aproximam nas ideias no que se refere à habilidade de qualquer ser humano em: perceber, representar, transformar, descobrir e refletir sobre o espaço que o cerca.

Quanto à "resistência em inovar o ensino da matemática", entendo que é de fundamental importância desenvolver pensamentos que levem nossos discentes a desenvolver habilidades que modifiquem a leitura do mundo que o cerca, saindo de seu papel de espectador passivo, para explorador e construtor de seu próprio conhecimento.

A resistência de certos profissionais em inovar a matemática e, por consequência, a Geometria, se dá porque a matemática, nos dias de hoje, é axiomática e seus elementos essenciais são unificadores baseados na Matemática Moderna.

ALUNA 18 - segunda, 18 Mai 2015, 15:57

A leitura do diálogo entre Sócrates e Menon, descrita por Platão, mostra como a Geometria foi usada, num diálogo que não envolvia matemática ou mesmo um estudo de formas, mas quando se buscava uma definição para a "virtude", com o objetivo de responder a pergunta de fundo filosófico: "a virtude é coisa que se ensina?". (p. 9) É interessante perceber o uso natural de termos geométricos para demonstrar que uma definição tem que possuir o rigor necessário para abranger as multiplicidades.

Mais adiante no interrogatório do escravo para mostrar que não se ensina ninguém, mas o que se pode é ajudar uma pessoa a rememorar ou aprender, Sócrates também se vale da geometria, desenhando figuras geométricas, fazendo questionamentos de uma forma simples e progressiva de dificuldade, levando o próprio escravo a responder corretamente as perguntas. E, numa situação de equívoco, este também é desfeito com questionamentos que levam o próprio escravo a deduzir ou a inferir a resposta correta.

Assim, parece-me ficar bem ilustrado que a geometria não era apenas uma parte irresistível da ciência dedutiva, mas o mais antigo e sincero exemplo de didática.

TAIS BARBARIZ - segunda, 18 Mai 2015, 21:27

Aluna 18:

Gostaria que você nos mostrasse o que você concluiu, a partir do exemplo que você nos traz, dentro do texto de Platão, com relação à dedutividade apontada.

Por que você define a Geometria como "uma parte irresistível da ciência dedutiva"?

ALUNA 18 - segunda, 18 Mai 2015, 16:53

Freudenthal, ao afirmar que a "estrutura dedutiva da geometria tradicional não teve exatamente um sucesso didático", explica que esse insucesso se deve, provavelmente, ao fato

de ela não ter sido apresentada ao aluno da forma como Sócrates o fez, como observamos no diálogo entre Sócrates e o escravo, citado abaixo.

- Sócrates: "estás te dando conta mais uma vez, Menon, .... de que (este menino) no início não sabia qual era a linha de superfície de oito pés, como tampouco agora ainda não sabe. Mas o fato é que então acreditava, pelo menos, que sabia, e respondia de maneira confiante, como quem sabe, e não julgava estar em aporia, e, assim como não sabe, tampouco acredita que sabe. ... E não é verdade que agora está melhor a respeito do assunto que desconhecia?" ... (p. 59) ...

E, mais adiante, prossegue (p. 65): "E ele terá ciência, sem que ninguém lhe tenha ensinado, mas sim interrogado, recuperando ele mesmo, de si mesmo, a ciência, não é?"

De fato, a Geometria com suas definições, axiomas e teoremas deduzidos a partir de uma estrutura lógica, sem que a pessoa compreenda para que serve estudar as formas, calcular as distâncias, etc. distancia o aluno da realidade, carece de significado prático e se torna uma matéria com um fim em si mesma. Como lembra bem o autor, "Geometria não é apenas dedutividade"(p. 4), embora dela se precise para que seja uma ciência.

PROFESSORA - segunda, 18 Mai 2015, 21:32

Aluna 18:

Você nos trouxe um exemplo a partir do texto complementar fornecido. Foi ótimo o link que você faz entre os autores, mas gostaríamos que você explicitasse sua própria compreensão sobre as colocações de Freudenthal.

Como seria, por exemplo, essa forma como Sócrates apresenta no texto? Qual é o significado dessa aproximação para você? Como ela se dá?

ALUNA 18 - terça, 19 Mai 2015, 19:19

A colega 8 bem explicitou em seu comentário o que também compreendi e com o qual concordo, que se a Geometria fosse ensinada como reinvenção ao invés de ser imposta ao aluno a partir de: definições, teoremas, relações e construções, mas dada a oportunidade para o próprio aluno descobrir, tendo o professor apenas como orientador e ajudando-o a avançar no conhecimento, com certeza ela seria mais atrativa e poderia ser a base para o desenvolvimento do pensamento matemático e físico.

É neste ponto que Freudenthal (p. 4) cita como a primeira lição a ser recordada: Sócrates permitiu que, através de perguntas ou através de aporias, o próprio escravo descobrisse os conceitos e avançasse no conhecimento, sem lhe impor ou adiantar o que ele, Sócrates, já sabia.

Quanto à dedutividade, penso que ela é necessária, pois é nela que se estrutura o pensamento matemático. Não acredito que o sistema euclidiano seja a causa do problema, mas a falha foi impormos aos alunos como um sistema pronto e acabado, sem que eles tivessem a oportunidade de descobrir por si só, conforme relatado acima.

E penso que, quando Freudenthal fala que "Geometria não é apenas dedutividade", alude ao fato de que precisa ser ensinada em conexão com a realidade, com o espaço em que vivemos. Nesse quesito, deve também ser dado mais espaço para que os alunos façam pesquisas (aplicações práticas da geometria), explorem o espaço, tendo o professor como mediador.

ALUNA 12 - segunda, 18 Mai 2015, 19:23

A história da Matemática nos mostra que, durante muito tempo, foi sinônimo de Geometria. Os outros ramos matemáticos foram desenvolvidos experimentalmente, através de situações problema que apareciam, enquanto a Geometria era um sistema conceitual perfeito, onde as afirmações resultavam, rigorosamente, umas das outras e, finalmente, tudo das definições, das demonstrações e dos axiomas. A Geometria não era apenas uma poderosa peça de ciência dedutiva, era o mais antigo exemplo didático ligado à experimentação. Atualmente, existem pessoas que acreditam que a Geometria falhou por não ter sido suficientemente dedutiva, não tendo sido ensinada como reinvenção, mas sim imposta ao aluno, sendo negligenciada no ensino e ensinada, de forma mecânica, sem a preocupação em destacar os conceitos envolvidos. Para Freudenthal, ela só pode ter significado se for explorada sua relação com o espaço experimentado pelos aprendizes. O autor diz ainda que a "Geometria é uma das melhores oportunidades que existe para aprender como matematizar a realidade." (p. 407). Portanto, a Geometria oferece inúmeras oportunidades de o estudante fazer descobertas matemáticas. O resgate do ensino da Geometria tem levado muitos professores e pesquisadores a se dedicarem à reflexão e à elaboração, implementação e avaliação de alternativas, que busquem superar as dificuldades encontradas na abordagem desse tema, na escola básica ou em níveis superiores de ensino.

PROFESSORA - segunda, 18 Mai 2015, 21:36

Aluna 12:

Você nos trouxe trechos do pensamento do próprio Freudenthal.

Gostaríamos que você nos mostrasse o que compreendeu sobre isso.

Se ficar mais fácil, dê exemplos de como esses fatos trazidos no texto podem ocorrer em situação real de ensino de Geometria. Ou de situações que você tenha conhecimento que evidenciem este posicionamento do autor.

Você concorda com ele? Argumente a respeito.

ALUNA 12 - terça, 19 Mai 2015, 09:01

Minha experiência e atuação são no campo de educação infantil e ensino fundamental I, mais precisamente, alfabetização. Percebemos que a geometria, no dia a dia deste ciclo, tem se resumido em ensino das formas geométricas. Mesmo com propostas, trazidas pelos livros didáticos como "diferenciadas ou inovadoras", não há um olhar especial para seus conceitos, ficando em segundo plano. Em sala de aula, a maioria dos professores "pula" este conteúdo nos livros, voltando-se para o que é considerado "mais importante", como números e operações, e se der tempo, no final do ano, o conteúdo da geometria é retomado. Felizmente, as pesquisas e os estudos na área da alfabetização tem resgatado a importância desse trabalho, apresentado por Freudenthal como "uma das melhores oportunidades que existem para aprender a matematizar a realidade". A geometria é veículo para o desenvolvimento de habilidades e de competências, tais: como a percepção espacial e a resolução de problemas, pois oferece aos alunos as oportunidades de: olhar, comparar, medir, adivinhar, generalizar, abstrair, favorecendo o desenvolvimento de um pensamento crítico e autônomo. A geometria não se restringe às formas, mas abrange a localização e a movimentação no espaço, a cartografia, a lateralidade e a representação apresentando conexão essencial com a arte. Voltada para a minha área de atuação, é impossível desenvolver um processo global de aprendizagem e de alfabetização sem trabalhar, de forma dinâmica e constante, com conteúdos da geometria. Complemento com mais um trecho do autor, "[...] as descobertas feitas pelos próprios olhos e mãos são mais surpreendentes e convincentes. Até

que possam de algum modo ser dispensadas, as formas no espaço são um guia insubstituível para a pesquisa e a descoberta”.

ALUNA 9 - terça, 19 Mai 2015, 19:22

Amei seu comentário! Resume, perfeitamente, aquilo que penso.  
Obrigada

ALUNA 12- segunda, 25 Mai 2015, 11:16

Obrigada! Que bom poder contribuir!!!

ALUNA 4 - terça, 19 Mai 2015, 15:31

Eu entendi que houve uma época em que se rodeava o conteúdo da matemática, até chegar ao que queriam, mostrando a beleza da matemática e, através dela, enxergavam-se a beleza e a arte da sabedoria. O sucesso didático não foi alcançado creio eu, de acordo com o que se percebe, por haver imposição ao aluno. A beleza da matemática não foi desenvolvida como na época de Sócrates.

PROFESSORA - terça, 19 Mai 2015, 21:08

Aluna 4:

Por favor, explique o que você quer dizer com "houve uma época em que se rodeava o conteúdo da matemática, até chegar ao que queriam, mostrando a beleza da matemática e, através dela, enxergavam-se a beleza e a arte da sabedoria."

Que tipo de imposição para o aluno você percebeu: por meio da leitura do texto?

Explicita como você compreendeu que "A beleza da matemática não foi desenvolvida como na época de Sócrates".

ALUNA 4 - quarta, 20 Mai 2015, 07:17

Em houve uma época, referi-me à época de Sócrates, onde ele tratava as palavras com um dom que era só dele. Hoje em dia, essa beleza não se faz mais presente. Hoje as aulas estão diferentes daquela época, bem diferentes! Não sei, ao certo, que tipo de imposição seria essa. Isso levaria mais de um fórum para discutirmos. Mas acho que, naquela época, não tinham que correr atrás de conteúdos como hoje. O conteúdo dado pelas escolas, pelo governo, pela gestão e pela coordenação, às vezes, deixa o professor tão afogado em prazos que não conseguem expor a matéria como Sócrates, (que não tinha essa burocracia que enfrentamos hoje) não que não tenham competência, mas hoje o que falta é tempo...

ALUNA 2- terça, 19 Mai 2015, 18:00

A respeito da minha compreensão sobre os trechos:

- 1) Tempos atrás, a Geometria foi considerada um sistema conceitual perfeito, onde tudo ( no que se dizia a respeito dela ) poderia ser provado por definições e por axiomas. Portanto, didaticamente, trabalhar com a Geometria, a partir dessas deduções, parecia "bem confortável".
- 2) O que considero insucesso didático foi desconsiderar a "realidade", esta, por sua vez, não apresenta uma geometria apenas dedutiva, apresenta, acima de qualquer coisa, uma interpretação geométrica de mundo.

PROFESSORA - terça, 19 Mai 2015, 21:15

Aluna 2:

O sistema conceitual perfeito a que você se refere teve sua origem em Euclides? Em Hilbert? Você acredita "confortável" trabalhar a Geometria a partir de teoremas e de axiomas? Você acredita que axiomática é uma maneira "confortável" de trabalhar a Geometria? Por quê?

Esse tipo de trabalho pode ser considerado um sucesso didático?

Conte-nos mais sobre sua reflexão.

ALUNA 2 - quarta, 20 Mai 2015, 18:07

O que chamei de "perfeito" e depois "confortável" é que focado nos axiomas, você apresenta respostas rápidas que justificam o conceito, enquanto que, quando o aluno traz o mundo real, nem sempre se consegue de imediato dar uma resposta, ou remeter a uma única definição. Portanto, não é muito "confortável" a posição do professor que deverá também agir como pesquisador.

Sucesso didático é quando existe a sintonia entre os interesses do aluno e do professor.

ALUNA 9 - terça, 19 Mai 2015, 19:33

Depois de ler todos os comentários até aqui, fica difícil expressar-me melhor do que nossa colega 12, que detalhou muito bem o que penso sobre o assunto.

Bom, tudo aquilo que é imposto aos alunos, como obrigação, ensinado de maneira tradicional e arcaica, sem fundamentação e sem contextualização, os alunos vão simplesmente decorar para conseguir fazer a prova e depois vão esquecer. Isso porque eles nem sabem para quê estão aprendendo determinado conteúdo, não sabem no quê vão utilizar esses conhecimentos (às vezes, nem o professor sabe...)

Por isso, o autor cita um possível fracasso da Geometria. O ensino da mesma, para alcançar o sucesso, precisa ser contextualizado e a metodologia deve envolver o aluno, de maneira que ele entenda os porquês, como, onde, para quê. Enfim, perceber que a Geometria é mais do que formas, figuras e sólidos geométricos. Ela está em todo lugar, no espaço em que vivemos. Seus princípios são utilizados em muitas situações do nosso dia a dia.

PROFESSORA - terça, 19 Mai 2015, 21:23

Aluna 9:

Explicito o que você quis nos dizer com "imposto aos alunos".

O que você entende por "tradicional e arcaica"? Você acredita que a didática tradicional é arcaica? Pense no exemplo do diálogo. Este seria que tipo de exemplo de didática?

Trabalhar com a axiomática e a dedutividade inclui "fundamentação e contextualização"?

É preciso saber o objetivo das aulas de Geometria. Aprender Geometria, para você, como seria? Nos dê um exemplo!

Envolver o aluno promove a resposta às suas perguntas [do aluno]?

Como seria para você não ensinar formas, figuras e sólidos na aula de Geometria?

Exemplifique para nós essa situação.

ALUNA 9 - quinta, 21 Mai 2015, 00:16

Boa noite!

Quando digo "imposto ao aluno", penso numa sala de aula onde o ensino da geometria seja, basicamente, a "decoreba" de fórmulas e de nomenclaturas, com exercícios no caderno ou no livro didático como únicos recursos e aulas, unicamente, expositivas como metodologia.

Para mim, isso é arcaico.

Na minha maneira de pensar, (posso estar errada...), para que o aprendizado seja, realmente, efetivado, o aluno precisa praticar a Geometria, experimentar, construir e aplicar em alguma situação da sua vida, contextualizar.

Este ano, com minha turma de 3º ano do E.F, cada aluno construiu seus próprios sólidos geométricos a partir de moldes. Puderam ver de várias perspectivas, tocar, manipular prismas, pirâmides, paralelepípedos, cones, cilindros. Assim, ficou muito mais fácil identificar o que são arestas, vértices e faces. Fizeram pesquisas e encontraram lugares e objetos que possuem esses formatos.

Minha aluna disse que o tijolo que seu pai (pedreiro) usa para construir casas é como o paralelepípedo. Outros se lembraram da casquinha do sorvete (cone), das pirâmides do Egito, da caixa de bombom, enfim ... a lista é longa! Eles trouxeram vários objetos com os formatos dos sólidos geométricos e cada um explicou para a classe o porquê (um aluno trouxe uma caixa de creme dental, disse que era como um paralelepípedo, porque tinha 6 lados, sendo 2 no formato de quadrado e 4 de retângulos). Então, ele entendeu a teoria, a fundamentação e colocou-a em prática).

Acredito que consegui envolver meus alunos e trazer a geometria para a vida deles, pois houve momentos de fundamentação teórica (explicações sobre medidas, quantidade de lados, nomenclatura dos sólidos geométricos) bem como os momentos práticos.

Abraços

ALUNA 5 - quarta, 20 Mai 2015, 06:44

A Geometria, como natureza lógica e ciência dedutiva, foi criada pelos gregos. Ela é formulada por postulados, axiomas e noções comuns a todos. Alguns livros, apesar de dedicarem um espaço à teoria dos números, ganharam fama por apresentarem um enfoque geométrico que chamou, e chama a atenção de muitos matemáticos por ser um texto escrito na forma axiomático-dedutiva. Foi a aplicação sistemática do método dedutivo de Euclides para desenvolver a geometria a partir de axiomas, que teve o maior impacto na sociedade, influenciando o ensino e a ciência. A Geometria Tradicional foi o primeiro sistema de ideias desenvolvido pelo homem, no qual algumas afirmações são aceitas sem demonstração e utilizadas para provar outras mais complexas. Um sistema chamado dedutivo. Na Grécia antiga, axioma e postulado, significavam respectivamente, uma verdade geral comum a todos os campos de estudo e uma verdade específica de um dado campo. Contudo a Geometria Tradicional apresenta seus teoremas na forma de um texto, ou seja, sem intercalar exercícios ou aplicações práticas, um texto não didático, um texto axiomático, que, naquela época, poderia não ter um grande significado, mas hoje faz toda diferença, principalmente, quando se trata da técnica de dirigir e de orientar a aprendizagem do ensino da Geometria. A geometria estuda as propriedades geométricas, partindo de certos raciocínios lógicos. Quanto ao desenvolvimento da geometria, podem-se perceber que as mudanças que aconteceram e as descobertas das novas formas da geometria foi pela necessidade humana. Foi exatamente isso que Adrien Marie Legendre (1752-1833) fez em seus *Elementos de Geometria*, ele conseguiu criar um texto que reorganizava muitos livros da Geometria Tradicional com rigor e preocupação didática, apresentando novas demonstrações, porém mais simples, o que facilitou a compreensão e foi um grande êxito na época. No ensino da Geometria, é necessário buscar, caminhar, navegar, testar, transitar por outros ambientes de aprendizagem que propiciem ao aluno, antes de qualquer coisa, o prazer de investigar para produzir novos saberes e, com isso, construir conhecimento. Entendemos que a habilidade de visualização é muito mais do que “ver com os olhos”, isto é, perceber determinado objeto com o órgão físico da visão, e essa

habilidade tem sido dada por autores como (Costa (2000), Zimmermann e Cunningham (1991), Guzmán (1997), Arcavi (1999), Fischbein (1987)). Leivas (2009, p. 22) assim define essa habilidade: “Visualização é um processo de formar imagens mentais, com a finalidade de construir e comunicar determinado conceito matemático, com vistas a auxiliar na resolução de problemas analíticos ou geométricos”.

ALUNA 11 - quarta, 20 Mai 2015, 16:54

Olá pessoal , boa noite.

Completando os comentários que muitos colegas fizeram a respeito do ensino da Geometria com base nos textos dessa semana, fiquei pensando: é tão bonito ler tantas opiniões diversas que perpassam, em sua grande maioria, pelos diversos problemas enfrentados em uma sala de aula, até porque estão atrelados às concepções de ensino (isso deve ser, efetivamente, considerado) que o professor assume. Dessa forma, resalto que um dos maiores problemas para o ensino da geometria se pautem, justamente, na falta de domínio dessa ciência. Como fazer demonstrações e como trabalhar de forma dedutiva ou se ter uma boa didática se o conhecimento que se tem dessa área é muito raso? Esse, em minha opinião, é um dos assuntos mais sérios.

Abs e vamos conversando.

ALUNA 11 - quarta, 20 Mai 2015, 17:18

Ao analisar as frases supracitadas, coloco-me na posição de professora que investiga por um tempo a melhor metodologia para abordar esse conteúdo, confesso que não encontrei uma receita, mas tenho tido sucesso ao apresentar essa disciplina de forma investigativa aos alunos. Eles constroem seu conhecimento à medida que apresento o objeto de estudo para eles. Por exemplo, todos os sólidos geométricos são construídos por meio de uma técnica chamada Kusudama, então, eles constroem as faces dos sólidos e, depois, com uma técnica de encaixe, eles montam o sólido. Ao construir as faces, muitos questionamentos surgem, do tipo, “por que dobrando desse jeito eu não chego ao resultado?”, daí escuto o colega responder: “claro, você não percebeu que este lado precisa ter a mesma medida desse....veja....esses triângulos são iguais... E aula é construída toda dessa forma, eles precisam perceber as regularidades dessas figuras, isso ocorre, principalmente, quando o

trabalho de auxílio entre eles existe. Sou, neste espaço, apenas uma mediadora. Dessa forma, compreendo que a frase 1, mostra, justamente, essa situação e acaba, a meu ver, percebendo “como” as coisas acontecem em sua essência. Com relação à segunda frase, penso que levar os alunos a perceberem a geometria que nos envolve e está presente nas construções espaciais, por exemplo, de forma a “eu” demonstrar, a “eu” querer que eles guardem axiomas, é bem complicado. Creio que este é o ponto falho, o dar tudo como se fosse pronto e acabado.

Abs e vamos conversando.

ALUNA 18- quarta, 20 Mai 2015, 22:50

Interessante, aluna 11. Não conheço essa técnica Kusudana. Anotei e vou pesquisar. Se não encontrar ou não entender, volto a falar com você.

PROFESSORA - quinta, 21 Mai 2015, 07:26

Aluna 11:

Gostaria que você, nas próximas oportunidades, pudesse interagir com seus colegas, mais efetivamente, participando dos fóruns em tempo mais tranquilo para isso.

Obrigada!

PROFESSORA - quinta, 21 Mai 2015, 07:11

Aluna 5:

Você já trabalhou com Geometria em suas turmas? Traga também experiências suas para nossa discussão.

Gostaria também que você dialogasse com seus colegas, comentando as considerações e as situações por ele trazidas.

Obrigada.

ALUNA 1 - quarta, 20 Mai 2015, 21:42

A Geometria não era apenas uma parcela importante da ciência dedutiva, era um exemplo claro de experimentação. Atualmente, muitas pessoas acreditam que a Geometria não foi, suficientemente, dedutiva. Para Veloso (1998), o fracasso se deve ao fato de a dedução não ter sido ensinada como reinvenção, mas sim imposta ao aluno.

A Geometria é uma área que tem sido ensinada de forma mecânica, sem a preocupação de destacar os conceitos envolvidos. Frequentemente, nas aulas de Geometria, os alunos apenas ouvem definições, propriedades e são apresentados a figuras estáticas - contrariando a idéia de forma e de movimento proposta por Fainguelernt (1999).

PROFESSORA - quinta, 21 Mai 2015, 07:20

Aluna 1:

Você nos traz autores que já foram citados por outra colega. Gostaria que você tivesse comentado a postagem que já estava no fórum, promovendo um diálogo entre vocês, já que partem dos mesmos teóricos.

Perguntas para você pensar.

Como você justificaria sua afirmação: "A Geometria não era apenas uma parcela importante da ciência dedutiva, era um exemplo claro de experimentação"?

O que seria, então, "uma ciência suficientemente dedutiva"?

Para além de Veloso ..... a que você atribui o fracasso mencionado?

Como você explica a falta de preocupação em destacar CONCEITOS em aulas que apresentam DEFINIÇÕES? Você vê diferença entre CONCEITO e DEFINIÇÃO? Explícite!

Continue participando! Interaja!

ALUNA 3 - segunda, 25 Mai 2015, 09:46

1) "Houve uma época em que a geometria não era apenas uma parte irresistível da ciência dedutiva; era o mais antigo e sincero exemplo de didática" (p. 2)

Entendo que Freudenthal considere a geometria como "o mais antigo e sincero exemplo de didática" por ser uma parte mais concreta e intuitiva da matemática, em que os alunos aprendem por meio de desenhos, construções e observações.

2) "A estrutura dedutiva da geometria tradicional não teve exatamente um sucesso didático" (p. 2)

No texto, Freudenthal afirma sobre algumas pessoas, que o insucesso da estrutura dedutiva da geometria se deve à falta de dedução e, por si mesmo, como a falta de reinvenção da mesma.

### **FÓRUM 1.1.2**

*Proposta:* O autor enumera uma série de questões (30), observando que são significativas para a compreensão do "espaço". Destaque algumas (de 3 a 5) que demonstram como o "espaço físico" se relaciona com a geometria e "com a realidade que dia a dia se apresenta no pensamento de cada um de nós".

*Postagens:*

ALUNA 8 - segunda, 18 Mai 2015, 16:00

Por que a linha reta é o menos caminho?

9. Como pode o nível de um líquido, em algum vaso, mudar, se certa quantidade de líquido é colocada?
10. Qual a diferença entre aparafusar para a direita ou para a esquerda e por que não são equivalentes sob um movimento rígido?
11. Por que uma mesa de quatro pernas pode cambalear e qual é a diferença com uma mesa de três pernas?
12. O que é maior: a superfície de uma tampa esférica ou a do cilindro ao seu redor?

ALUNA 18 - segunda, 18 Mai 2015, 20:24

Li as questões, postadas pela aluna 8 e havia escolhido algumas delas para postar por serem as mais presentes de nossa realidade no dia a dia. Agora destaco outras para complementar:

Por que triângulos congruentes se encaixam para cobrir o plano, e por que pentágonos congruentes, em geral, falham ao fazer isso? É uma situação interessante, quando observamos que os triângulos que possuem a mesma medida podem ser colocados de forma a se encaixarem e a não deixarem sobras (cobrindo todo o plano), o que não ocorre com o pentágono, que deixará espaços.

Como você pode medir a inclinação de uma linha e de um plano, ou de 2 planos? Neste caso pensando em acessibilidade, em construção de rampas, ou mesmo para suavizar o esforço de levantar objetos pesados. Aqui se entra no estudo de ângulos.

O que é um movimento rígido na esfera? pensando nos rolamentos que são compostos por corpos rolantes, como a esfera.

Por que um poliedro convexo é rígido? Objetos rígidos são aqueles que não podem ser deformados, continuamente, de modo a se transformar em outro. E a condição para que seja rígido é que seja convexo. Por exemplo, o triângulo é rígido, porque só podemos transformá-lo em outro polígono, se rompermos um de seus lados. (esqueletos no espaço - guia do professor-pdf).

PROFESSORA - segunda, 18 Mai 2015, 21:49

Aluna 18:

Ótimos exemplos e todos bem justificados.

Como você havia escolhido os que foram citados pela aluna 8, você pode ajudá-la a compor a argumentação como fez com esses? Será uma boa discussão não acha?

ALUNA 18 - quarta, 20 Mai 2015, 23:06

A colega já havia complementado os argumentos; outras postagens também complementaram as argumentações. Acredito que estão satisfatórias.

PROFESSORA - segunda, 18 Mai 2015, 21:43

OK, aluna 8.

Você destacou 5 perguntas.

Agora precisamos que você justifique as suas escolhas, dentro do que foi indicado no enunciado do fórum: de que maneira elas demonstram como o "espaço físico" se relaciona

com a geometria e "com a realidade que dia a dia se apresenta no pensamento de cada um de nós"?

ALUNA 8 - terça, 19 Mai 2015, 14:27

1. Por que a linha reta é o menor caminho? Para mostrar aos alunos que no plano a linha reta é o menor caminho, embora tenhamos outra visão ao medir distâncias no globo terrestre.
2. Como pode o nível de um líquido em algum vaso mudar se certa quantidade de líquido é colocada? Como experiência em ao encher um copo, para ver que o líquido se molda ao espaço que o limita.
3. Qual a diferença entre aparafusar para a direita ou para a esquerda e por que não são equivalentes sob um movimento rígido? Para aprender sentido no sentido horário e no sentido anti-horário. Que eles são contrários entre si e não existe nenhuma tendência lógica para usar um ou outro para influenciar sua noção de sentido.
4. Por que uma mesa de quatro pernas pode cambalear, e qual é a diferença com uma mesa de três pernas? Mostrar a importância dos Triângulos no dia a dia. como o triângulo aparece nas diversas áreas do conhecimento.
5. O que é maior: a superfície de uma tampa esférica ou a do cilindro ao seu redor? Já que todos nós convivemos com o cilindro, destacar sua influência no ensino da matemática.

PROFESSORA - terça, 19 Mai 2015, 21:31

Aluna 8:

1. Você já pensou que a superfície da Terra não é plana? Você já percebeu que a mirada de osso olhar é uma linha reta?
2. Vamos pensar aqui no volume que aumenta ao se colocar mais líquido no recipiente ...
3. O "aparafusar" tem um sentido convencional na engenharia industrial. Você pensou o que seria um movimento rígido?
4. Lembre-se de figuras rígidas ...
5. Será que isso sempre acontece? Qual é a relação entre essas duas áreas?

ALUNA 12 - terça, 19 Mai 2015, 09:25

Pensando na realidade de alunos em fase de alfabetização, escolhi 3 dos exemplos que acredito mais se aproximarem da realidade desta faixa etária, podendo ser experimentadas e provadas através de experiências corporais:

Como se originam as projeções? – é possível problematizar através da projeção do corpo, em dias de sol e realizar diversas experiências que validem ou não as hipóteses que podem ser registradas antes dos experimentos.

Por que a linha reta é o menor caminho? – através de trajetos estabelecidos dentro de sala de aula pode-se ter essa confirmação, pensando também no trajeto da criança até a escola e lançando várias hipóteses para serem resolvidas, através de vivências corporais ou projeções em mapas.

O que é um movimento rígido de esfera? – mesmo com linguagem avançada para o nível, os conceitos envolvidos podem ser aprendidos por meio de manipulação de objetos do meio ao seu redor.

PROFESSORA - terça, 19 Mai 2015, 21:35

Aluna 12:

Observe as respostas de seus colegas e comente o que pensou a respeito.

Seria interessante você imaginar experiências em outras faixas etárias. O que acha?

ALUNA 9 - terça, 19 Mai 2015, 19:15

Escolhi as perguntas, ao imaginar os olhinhos curiosos dos meus alunos.

1. Como funciona o Caleidoscópio?

Já fiz essa experiência com uma turma de 5º ano, deu certo e as crianças compreenderam bem os conceitos. Confeccionamos um caleidoscópio, utilizando 3 espelhos no formato retangular, unidos por fita adesiva, que formaram um prisma triangular. Com ele, pudemos observar muitas formas e muitas cores, através da luz e dependendo da imagem colocada no fundo. Na época, também aproveitei pra ensinar ângulos.

2. Por que a linha reta é o menor caminho?

Na verdade, pelo que sei, a linha reta é o menor caminho somente no espaço plano. Com campo tridimensional, a linha curva é o menor caminho. Corrijam-me, se estiver errada. Podemos comprovar, medindo espaços planos e espaços curvos (como por exemplo, o globo terrestre).

3. Por que uma mesa de quatro pernas pode cambalear e qual a diferença com uma mesa de três pernas?

Com três pontos (pernas da mesa), você pode formar um plano. Num plano, tem-se o equilíbrio destes pontos. É mais difícil colocar mais do que 3 pontos no mesmo plano de três pernas por possuir maior equilíbrio.

PROFESSORA - terça, 19 Mai 2015, 21:40

Aluna 9:

A experiência do caleidoscópio, realmente, é interessante. Você pensou em simetrias?

No caso 2., você fala em "campo tridimensional". Por favor, defina! O globo terrestre no caso das pernas da mesa .... em um plano não podemos ter 4 pontos? Vamos pensar nisso!

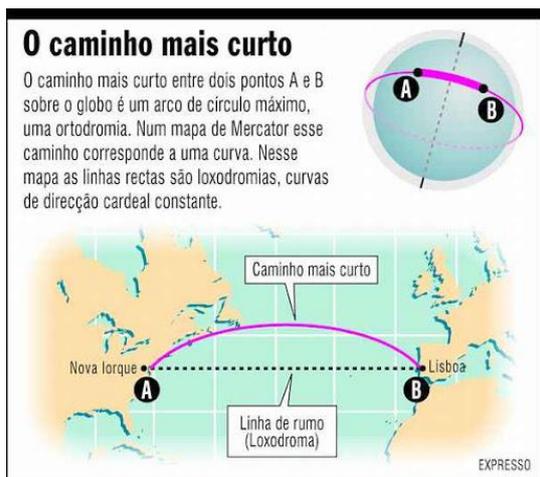
ALUNA 9 - quinta, 21 Mai 2015, 00:49

Boa noite, professora!

Na verdade, não pensei em simetria! Olha só como existem muitas possibilidades de ensino com uma única atividade!!

Quanto ao caso da mesa, fiquei pensando que podemos formar um plano com 4 pontos, porém com 3 pontos, no mesmo plano, conferimos-lhe a rigidez do triângulo, que dará à mesa maior estabilidade e equilíbrio.

No caso de a linha ser a menor distância, confesso que fiquei em dúvida e fui pesquisar. Aparentemente, é óbvio que sim, mas encontrei na internet a seguinte explicação:



Fiquei com dúvida ainda sobre isso...

Abraços

PROFESSORA - quinta, 21 Mai 2015, 07:32

Aluna 9:

A Geometria na esfera funciona de maneira diferente da Geometria Plana.

Faça outras pesquisas nesse sentido.

Vamos conversando ....

ALUNA 2 - terça, 19 Mai 2015, 20:55

1) Como funciona o caleidoscópio: o que a reflexão da luz pode "fazer" com uma imagem num prisma. Aparece a simetria mesmo não tendo objetos simétricos, a "mágica" se faz pela reflexão da luz... cria-se um espaço apenas visual.

2) Por que a mesa de quatro pernas pode cambalear e qual a diferença com uma mesa de três pernas: observa-se a estabilidade do triângulo...pode-se relacionar também com a construção da "tesouras" que garantem a estabilidade dos telhados,

3) Como se originam as sombras: através da mudança do ângulo de incidência da luz

PROFESSORA - terça, 19 Mai 2015, 21:45

Aluna 2:

- 1) Qual a relação entre a "simetria" e os objetos simétricos"? No caleidoscópio, os objetos são simétricos? Formam objetos simétricos? A imagem aparece num prisma? Quando se constrói um caleidoscópio, a luz está no interior do prisma?
- 2) Explícite melhor seu exemplo das tesouras em comparação com as 3 pernas da mesa.
- 3) "O ângulo de incidência da luz", simplesmente, forma as sombras? Sempre iguais?

ALUNA 2 - quarta, 20 Mai 2015, 17:55

Oi professora,

- 1) Penso que, num caleidoscópio, podemos colocar pequenos objetos não simétricos, ex: pedras de bijuterias, porém as imagens que eles vão formar serão simétricas (cada imagem em relação ao seu objeto). OBS: num caleidoscópio, a luz só pode incidir por uma base do prisma, o restante não deve receber luz externa.
- 2) Na construção de telhados, as tesouras servem para a sustentação da cobertura (telhas), suas barras são colocadas na forma de uma rede de triângulos, o que torna o sistema indeslocável, demonstrando a estabilidade do triângulo.
- 3) Não, as dimensões do objeto também.

ALUNA 5 - quarta, 20 Mai 2015, 12:42

### **Por que a linha reta é o menor caminho?**

Todo mundo aprende na escola que a menor distância entre dois pontos é uma reta. Mas isso é válido apenas em um espaço plano. Em um espaço tridimensional, a coisa muda de figura. Einstein mostrou que no Universo (na superfície da Terra, por exemplo), pode haver obstáculos que imponham uma forma para o espaço. Para ele, a menor distância entre dois pontos no *espaço-tempo* é dada por uma curva chamada geodésica.

Pode ser um pouco complicado entender assim, mas você pode pensar em uma bola de canhão, que ao ser disparada precisa fazer um arco (chamado, geralmente, de parábola) para alcançar seu alvo.

### **Como se originam as projeções (sombras)?**

A palavra projeção vem do latim - "*projectione*". Projeção é o processo pelo qual se incidem raios sobre um objeto em um plano chamado plano de projeção.

Uma sombra é uma região escura, formada pela ausência parcial da luz, proporcionada pela existência de um obstáculo. Uma sombra ocupa todo o espaço que está atrás de um objeto com uma fonte de luz em sua frente. A sombra muda de posição conforme a origem da luz. Existem dois tipos de sombra: a sombra própria e a sombra projetada. A sombra própria é aquela que é formada pelo próprio objeto, por efeito de incidência da luz no objeto. A sombra projetada ocorre quando um objeto em contato com a luz forma uma sombra, que é projetada, posteriormente, num plano ou até mesmo num outro objeto.

### **Por que uma mesa de quatro pernas pode cambalear; e qual é a diferença com uma mesa de três pernas?**

A explicação para este fato é devido a Euclides, em seu livro *Os Elementos*, ele enuncia o seguinte postulado (ou axioma):

*"Três pontos não colineares determinam um único plano que passa por eles."*

### **Por que uma porta precisa de duas dobradiças, e como podemos colocar uma terceira?**

A dobradiça é um dispositivo mecânico que conecta dois objetos, permitindo a articulação entre eles. Móveis que contenham portas mais altas e pesadas exigem um número maior de dobradiças para que tenha um suporte mais efetivo.

ALUNA 11 - quarta, 20 Mai 2015, 17:33

Boa noite pessoal,

Completando a resposta de algumas colegas,

1. Por que a linha reta é o menor caminho?

Aqui podemos dar um exemplo bem prático, a geometria dos taxistas, que afinal, na maioria das vezes, no trânsito ( caminho percorrido pelo automóvel), a menor distância não será uma linha reta. Essa é uma reflexão importante de se fazer.

2 -Por que uma mesa de quatro pernas pode cambalear; e qual é a diferença com uma mesa de três pernas?

Temos aqui o caso da rigidez triangular, podemos perceber que o triângulo é a figura geométrica mais utilizada em construções. Isso se deve, essencialmente, ao fato de que o triângulo é uma figura rígida, isto é, não se deforma, o que é necessário ao fabricarmos casas e demais estruturas.

Abs e vamos conversando

PROFESSORA - quinta, 21 Mai 2015, 07:46

Aluna 11:

Seus exemplos são interessantes, mas ....

No caso dos motoristas de táxi, a interpretação da palavra "distância" pode ser diferente daquela que temos na Geometria ..... será? Pense sobre isso!

Quanto à rigidez do triângulo .... podemos pensar também na questão de que um plano é definido por três pontos. O que acontece quando temos 4? E ainda, como utilizamos estes fatos na construção de casas?

Você esqueceu uma terceira questão para discutir aqui .....

PROFESSORA - quinta, 21 Mai 2015, 07:40

Aluna 5:

Suas respostas me soaram muito teóricas e, na verdade, tive dificuldade de enxergar relações com o espaço físico.

Para você refletir...

Como estas situações podem ser exemplificadas no espaço em que vivemos? Traga situações que você tenha experimentado com alunos ou imagine-se trabalhando essas questões com eles ...

ALUNA 1 - quarta, 20 Mai 2015, 21:42

"Geometria — ciência do espaço, do espaço físico."

- Como se originam as projeções (sombras)?
- Por que a linha reta é o menor caminho?
- Como pode o nível de um líquido em algum vaso mudar, se certa quantidade de líquido é colocada?
- Por que uma mesa de quatro pernas pode cambalear, e qual é a diferença com uma mesa de três pernas?
- Por que uma porta precisa de duas dobradiças, e como podemos colocar uma terceira?

ALUNA 3- segunda, 25 Mai 2015, 09:55

1. Por que um pedaço de papel fica dobrado numa linha reta?
2. Por que um pedaço de papel enrolado se torna rígido?
3. Como se originam as projeções (sombras)?

### **FÓRUM 1.1.3**

*Proposta:* Tatiana Ehrenfest-Afanassyeva publicou uma obra, onde podemos encontrar uma relação de exercícios, voltados a aulas de Geometria para alunos de um nível equivalente ao nosso fundamental. Essa obra está disponível nas *Leituras Complementares*, numa versão em inglês. Comente o que você pensa sobre ensinar Geometria do modo como o texto descreve as ideias dessa autora.

*Postagens:*

ALUNA 8 - segunda, 18 Mai 2015, 18:40

A habilidade de visualização e o contato direto com diferentes objetos é um dos objetivos do ensino da Geometria. Podemos chamar de visualização, os objetos do pensamento, como as formas e aquilo que elas podem parecer. O espaço perceptivo deve ser

construído antes do representativo, a exploração de recursos manipulativos ou concretos pode ser um facilitador da aprendizagem.

Ensinar Geometria, priorizando a visualização e a manipulação, estaremos aumentando a habilidade de nossos alunos a: aprender, construir, determinar e comunicar um conceito matemático com vistas a auxiliar a resolução de problemas geométricos e até mesmo analíticos.

PROFESSORA - segunda, 18 Mai 2015, 22:00

Aluna 8:

Pense nessa afirmação: "A habilidade de visualização e o contato direto com diferentes objetos é um dos objetivos do ensino da Geometria."

Essa habilidade e esse contato não seriam meios para o ensino da Geometria, ao invés de objetivos? Vamos pensar sobre isso?

Será que o espaço perceptivo é construído pelo aprendiz ou ele é inato a este?

Como a exploração dos objetos manipulativos facilitam a aprendizagem e se relacionam com o espaço perceptivo e com o espaço representativo? Explique para nós!

ALUNA 8 - terça, 19 Mai 2015, 14:44

Justifico minha prerrogativa de que "a exploração dos objetos manipulativos facilitam a aprendizagem e se relacionam com o espaço perceptivo e com o espaço representativo", como na experiência da educação infantil, "contada" nesse forum pela aluna 12.

Concordo com você e acho que o vocabulário mais correto seria utilizar na afirmativa que a habilidade de visualização e o contato direto com diferentes objetos seria o *meio* de aprender Geometria.

Quanto ao espaço perceptivo, o Aprendiz, a criança assim que nasce observa e aprende através da observação, portanto o espaço perceptivo varia de acordo com a maneira que o ser humano escolhe para aprender e também com meio em que vive.

PROFESSORA - terça, 19 Mai 2015, 21:51

Aluna 8:

Você nos traz que a criança aprende pela observação.

Quando você faz uma "observação", você está pensando em percepção?

Há diferença para você entre observação e percepção?

Você acredita que "o homem escolhe" como vai aprender?

ALUNA 8 - quarta, 20 Mai 2015, 12:39

Cada pessoa tem uma história particular e única, formada por sua estrutura biológica, psicológica, social e cultural. É assim na vida, é assim na escola. As crianças são o resultado de suas experiências. Para compreender seu desenvolvimento, é preciso considerar o espaço em que elas vivem, a maneira como constroem significados, as práticas culturais etc. "Sabe-se hoje que cada ser humano tem um conjunto de células do sistema nervoso tão particular quanto a impressão digital", afirma a psicóloga Elvira Souza Lima. Não existe um modelo de criança, não existe modelo para aprender e não existe modelo para ensinar. Portanto, é através da EXPERIÊNCIA, da OBSERVAÇÃO e da EXPLORAÇÃO de seu ambiente, que a criança constrói seu conhecimento, modifica situações, reestrutura seus esquemas de pensamento, interpreta e busca soluções para fatos novos desenvolvendo assim sua intelectualidade.

ALUNA 12 - terça, 19 Mai 2015, 10:02

As ideias de Tatiana Ehrenfest-Afanassyeva vem de encontro com tudo que já citei nos dois fóruns anteriores: vivenciar, corporalmente, a geometria! Relacioná-la com o espaço vivido, manipular os objetos ao redor, mover-se, debater e discutir as conclusões. Em salas de educação infantil e de alfabetização, este é o trabalho que deve ocupar um espaço significativo. Acredito que não somente nesses dois segmentos e que deveria ser estendido a todo o restante da educação básica, mas ainda se percebe esse tipo de vivência como algo necessário apenas para crianças, devendo ser, progressivamente, abandonada ao longo da escolarização. Agindo sobre o meio, a construção do conhecimento se faz de forma bem mais significativa, independente da faixa etária do educando.

PROFESSORA - terça, 19 Mai 2015, 21:55

Aluna 12:

Parece-me que você pode ter se confundido ao escrever que "As ideias de Tatiana Ehrenfest-Afanassyeva vem de encontro com tudo que já citei nos dois fóruns anteriores:", entendo que as duas ideias são contrárias? É isso?

Também não compreendi "Agindo sobre o meio, a construção do conhecimento se faz de forma bem mais significativa, independente da faixa etária do educando." É preciso modificar o meio para que haja aprendizado?

ALUNA 12 - segunda, 25 Mai 2015, 11:40

Quando disse "de encontro", quis dizer confirmando, endossando. Acho que me expressei mal. No trecho "Agindo sobre o meio a construção do conhecimento se faz de forma bem mais significativa, independente da faixa etária do educando." meu destaque é para a palavra "agindo", não "sobre o meio", dizendo que é necessária a atuação da criança, não à receptividade de forma passiva.

ALUNA 18 - terça, 19 Mai 2015, 20:32

Li os relatos anteriores postados pelas colegas e são todos válidos.

Aprendi Geometria da forma tradicional, pelo método euclidiano de definições, postulados, teoremas que achava tedioso e, muitas vezes, não entendia para que servia, e assim, tenho buscado, na minha prática, introduzir os conceitos de Geometria a partir da observação do espaço da sala de aula, das construções, dos objetos, das medições em sala de aula, de objetos, construção de poliedros a partir de moldes, etc. Mas confesso que, a partir da leitura destes textos, percebi falha na minha prática, pois apesar dos alunos preferirem este tipo de aula, ficava preocupada; pois, em exercícios e em provas, a maioria não memorizava a nomenclatura e não fixava as relações estudadas, e acabava por questionar-me se, realmente, teria valido a pena ir por esse caminho. Se não tinha sido, perda de tempo.

O que percebi é que, depois da aula prática, passava para a aula tradicional, impondo-lhes a definição, nome dos elementos, etc. Assim, parece que antes de esperar memorização, posso propor que, junto com a atividade de construção, eles venham a "descobrir" ou a refletir sobre a nomenclatura, as definições, as relações necessárias para avançarem nos estudos de matemática e geometria, através de textos ou pesquisa.

PROFESSORA - terça, 19 Mai 2015, 22:03

Aluna 18:

Comente sobre alguma postagem de seus colegas que você tenha identificado semelhança ou grande diferença com relação à sua própria prática.

Será interessante saber a sua opinião.

ALUNA 19 - quarta, 20 Mai 2015, 23:25

A aluna 11 parece-me que desenvolve o trabalho da forma como gostaria de realizar, pois, através da prática, os alunos interagem e vão discutindo os erros e buscando respostas. Já anotei a Técnica que ela citou na postagem de outro fórum para compreender melhor o processo. Algumas colegas citaram que a preocupação com conteúdo acabam por tirar o prazer de desenvolver tais atividades que demandam sempre mais tempo, mas tenho observado que tempo maior perco em ter que dar atividades de recuperação quando eles demonstram não ter assimilado o conteúdo dado. Será uma nova experiência.

ALUNA 2 - terça, 19 Mai 2015, 21:54

O texto reflete uma prática de 1930, que defende o entendimento da Geometria sem o rigor da dedutividade,... Estando em 2015, com a contribuição de diversos trabalhos sobre o tema, ainda encontro ideias soltas, sem contexto no ramo da Geometria,..., como se quadrado fosse só da Matemática, não podendo ser "usado" por ninguém.

A falta do contexto na Geometria ainda é muito forte, não falando de conteúdo, já que, em vários livros didáticos, tem sido abordada no início do ano, mas da falta de relação com o espaço em que o aluno se vê, é no seu espaço que ele age e interage, assumindo papel de protagonista na sua aprendizagem e não mero expectador de uma aula.

PROFESSORA - terça, 19 Mai 2015, 22:01

Aluna 2:

Você acredita na maneira como Freudenthal e Tatjana indicam para o ensino da Geometria?

Você percebe a Geometria nos objetos? Na Natureza? Comente.

ALUNA 2 - quarta, 20 Mai 2015, 17:33

Acredito.

Todo conteúdo que parte da prática social, ou seja, da realidade do aluno torna-se mais significativo. A partir daí, ele consegue transpor o conteúdo científico para o que o cerca, o seu mundo "real".

Sempre utilizo objetos de uso cotidiano nas minhas aulas, como bacias, copos, embalagens, bolas, rodas,... Amanhã mesmo, vou dar uma formação para professores, o conteúdo não é a geometria, mas sobre a categoria "Grandezas e medidas" e estou preparando o material: uma bacia cheia de produtos como farinha, fermento em pó, gelatina, balança, ... o mundo real.

ALUNA 5 - quarta, 20 Mai 2015, 14:01

O conhecimento acerca da Geometria é, amplamente, útil no dia-a-dia e também está relacionado a outros conteúdos escolares, seja da Matemática ou de outras disciplinas. Muitos dos objetos, encontrados no cotidiano, são formas geométricas clássicas, já estudadas e conhecidas pelos alunos. Todos esses objetos possuem alguma forma, algum tamanho ou ocupam alguma posição no espaço. Medir, examinar formas, comparar tamanhos, analisar posições são preocupações cotidianas, ações necessárias para a sobrevivência no mundo e a Geometria pode transformar-se em ferramenta para estudar tais problemas. Propostas metodológicas que incluam os recursos de comunicação, associados a materiais virtuais e concretos, vinculados à sua respectiva visualização e análise, facilitam o entendimento e o estudo dos alunos. Nesta perspectiva, pode-se afirmar que, no ensino da Geometria, é importante basear o processo de aprender, principalmente, em atividades empíricas, com observação, manipulação e representação de objetos concretos, além de atividades de sistematização, com definições, conceitos, nomenclaturas, propriedades, teoremas e axiomas. A visualização e a manipulação dos objetos geométricos são itens fundamentais e essenciais para uma aprendizagem significativa, principalmente no que se refere ao trabalho com alunos

do ensino fundamental. Finalizo com Tatiana Ehrenfest-Afanassyeva, que afirmou sua pretensão de que, nas instruções iniciais de geometria, não se deveriam provar coisas que são óbvias ao olho nu ,é como geralmente é aceita hoje.

ALUNA 11- quarta, 20 Mai 2015, 17:46

Olá, pessoal, boa noite.

Trago mais um vez, o trabalho que venho realizando com os meus alunos há um tempo e que perpassa por vários pontos e relações que vocês fizeram com o texto proposto, ou seja, um trabalho pautado na forma como os alunos percebem o mundo, como eles tocam , como eles constroem ou percebem as construções porque participam ativamente de todo o aprendizado.

PROFESSORA - quinta, 21 Mai 2015, 07:59

Aluna 11:

Para refletir ....

A experimentação realizada em suas aulas, na verdade, repete sensações que os alunos já vivenciaram em outras situações do cotidiano.

Essa manipulação é diferente fora e dentro da escola? Por quê?

PROFESSORA - quinta, 21 Mai 2015, 07:55

Aluna 5:

Para você pensar ....

"Muitos dos objetos encontrados no cotidiano são formas geométricas clássicas, já estudadas e conhecidas pelos alunos."

Há aqueles que não são formas geométricas?

As formas geométricas, encontradas no cotidiano, são SEMPRE conhecidas pelos alunos? Quais alunos? De que faixa etária?

ALUNA 1 - quarta, 20 Mai 2015, 21:51

"Se hoje há motivos para se preocupar com o futuro do ensino da Geometria e, mesmo temer que ela possa desaparecer do currículo, em primeiro lugar, os culpados são aqueles que, ativa ou passivamente, têm resistido em inovar o ensino da Matemática." (p. 402).

Freudenthal defende que a Geometria só pode ter significado se for explorada sua relação com o espaço. O autor ainda diz que a "Geometria é uma das melhores oportunidades que existe para aprender como matematizar a realidade." (p. 407).

Portanto, a Geometria oferece aos alunos diversos meios para a exploração da Matemática.

PROFESSORA - quinta, 21 Mai 2015, 08:01

Aluna 1:

Para refletir ...

Você repetiu a fala de Freudenthal: você concorda? Acha válida esta maneira de ensinar Geometria? E sobre Tatjana? Como você vê o trabalho que ela realizou?

ALUNA 3 - segunda, 25 Mai 2015, 10:00

Como ressalta o texto: "Tatiana Ehrenfest não rejeitou a dedutividade. Ela sabia sobre matemática axiomática e a cultivava, mas como uma física, ela era familiarizada com as fortes interferências das teorias do espaço com a física." Assim, se relacionarmos geometria à física, com questionamentos como os exemplificados no fórum 2, aproximamos o nosso aluno à realidade, (re)descobrimos conceitos matemáticos não só da geometria, mas do mundo que o cerca.

## **2) MÓDULO 1 - (RE) CONSTRUINDO CONCEITOS / Aula 2 - O ESPAÇO**

### **FÓRUM 1.2.1**

*Proposta:* Neste texto, você encontra algumas expressões que devem ser bem compreendidas para o entendimento do que o autor está nos trazendo. Pesquise e explicita as expressões listadas, não se esquecendo de fornecer a fonte consultada.

- Axiomática De Pasch-Hilbert
- Abordagem Algébrica De Descartes
- Teoria Da Perspectiva
- Espaço Projetivo
- Espaço Afim (*affine*)
- Espaço Não-Euclidiano

*Postagens:*

ALUNA 18 - domingo, 24 Mai 2015, 16:32

Descartes criticou bastante as obras dos gregos em geral, pois a geometria grega o aborrecia. Ele desaprovava como os gregos haviam definido as curvas, por descrição, o que poderia, realmente, ficar cansativo e tornar as demonstrações bastante enfadonhas. (MLODINOW, 2010, p. 87). Como um exemplo de sucesso de Descartes, compare a definição de Círculo por Euclides com a definição de Descartes:

Euclides: Um círculo é uma figura plana, contida por uma linha (isto é, uma curva) tal que todas as linhas retas que vão até ela de um certo ponto de dentro do círculo - chamado de centro - são iguais entre si.

Descartes: Um círculo é todo  $x$  e  $y$  que satisfaça a  $x^2 + y^2 = r^2$  para qualquer número constante  $r$ . A questão não é a interpretação da equação, mas meramente que, no método de Descartes, o círculo é definido por uma equação. Descartes traduziu o espaço em números e, mais importante ainda, usou sua tradução para descrever a geometria em termos de álgebra. E fez isto convertendo o plano num tipo de gráfico, desenhando uma linha horizontal chamada "eixo  $x$ " e uma linha vertical chamada "eixo  $y$ ". Os pontos são descritos pelo par de coordenadas. O avanço real na ideia de coordenadas de Descartes não veio, propriamente, da ideia das coordenadas que já havia sido usada por Ptolomeu, no século II, com fins meramente geográficos, mas sim o uso que Descartes fez delas para explicar a álgebra, usando a geometria (MLODINOW. *A Janela de Euclides - a história da Geometria, das linhas paralelas ao hiperespaço*, 2010, p. 88- 89.).

PROFESSORA - sexta, 5 Jun 2015, 14:31

Aluna 18:

Obrigada por sua contribuição!

Gostaria que você tivesse exposto, mais especificamente, sobre a questão da Álgebra de Descartes.

No caso desta proposta, seria enriquecedora para o seu trabalho.

ALUNA 18 - domingo, 24 Mai 2015, 17:07

Espaço não- euclidiano

Gauss entre 1813 e 1816, como professor ensinando astronomia matemática, finalmente, fez o rompimento de barreiras definitivo com o espaço euclidiano, que estava sendo aguardado desde a época de Euclides, criando equações que relacionavam as partes de um triângulo num espaço não euclidiano, cuja estrutura denomina-se hoje como geometria hiperbólica. Refere-se ao fato de, através de sua teoria, demonstrar, de forma consistente, que a soma dos três ângulos internos de um triângulo é menor do que  $180^\circ$  (diferente da euclidiana).

O que Gauss, Bolay e Lobachvsky descobriram é o espaço hiperbólico, que resulta substituindo-se o postulado das paralelas de Euclides pela suposição de que, para qualquer reta, não existe apenas uma, mas muitas retas paralelas passadas, passando por qualquer ponto externo dado.

Outro tipo de espaço não-euclidiano é o espaço elíptico descoberto décadas depois do espaço hiperbólico. O espaço elíptico se obtém ao assumir outra violação do postulado das paralelas: que as retas paralelas não existem, isto é, todas as retas de um plano devem se cruzar. Por uma boa razão, tinha sido provado que, no sistema de Euclides, mesmo que fossem permitidas formas alternativas do postulado das paralelas, os espaços elípticos não deveriam existir (MLODINOW. *A Janela de Euclides - a história da Geometria, das linhas paralelas ao hiperespaço*, 2010, p. 88- 89.)

PROFESSORA - sexta, 5 Jun 2015, 14:33

Aluna 18:

A partir do conteúdo que você pesquisou, como você definiria "espaço não-euclidiano"? Faltou dizer ....

Obrigada!

ALUNA 18 - domingo, 7 Jun 2015, 21:09

Espaço não-euclidiano é o espaço curvo, é a geometria sobre superfícies curvas.

[...] as geometrias que estamos agora apresentando são definidas sobre a superfície de uma esfera ou de um hiperbolóide (algo parecido com a sela de um cavalo).

As imagens abaixo mostram essas duas geometrias. Dizemos que uma superfície esférica tem uma curvatura positiva, enquanto a superfície de um hiperbolóide tem curvatura negativa.

Vemos que, em uma superfície com curvatura positiva, a soma dos ângulos internos de um triângulo traçado nessa superfície é maior que 180 graus. No caso de uma superfície com curvatura negativa, a soma desses ângulos internos será menor que 180 graus ([http://www.miniweb.com.br/ciencias/artigos/a\\_geometria\\_dos\\_espacos\\_curvos.pdf](http://www.miniweb.com.br/ciencias/artigos/a_geometria_dos_espacos_curvos.pdf) - acesso em 08/06/2015).

ALUNA 18 - domingo, 24 Mai 2015, 17:47

Axiomática de Pasch-Hilbert

### **Os Axiomas de Hilbert**

"Os trabalhos de Gauss, Lobachevski e Bolyai mas, principalmente, dos dois últimos, foram levados às suas devidas proporções por Friedrich B. Riemann (1826 – 1866) que deu início a um segundo período no desenvolvimento das geometria Euclidianas e não-Euclidianas, período esse caracterizado pelas investigações sob o ponto de vista do Cálculo Diferencial, em contraste com os métodos sintéticos, previamente, utilizados. A preocupação com a fundamentação da geometria em bases sólidas dominou a pesquisa matemática sobre o assunto, culminando com a reconstrução da geometria Euclidiana por Hilbert o que, finalmente, encerrou a longa batalha com o quinto postulado de Euclides."

"O chamado *Postulado de Pasch* é uma referência ao matemático alemão, Moritz Pasch (1843-1931), que o enunciou pela primeira vez em 1882 e o utilizou em seu trabalho de sistematização da Geometria no lugar do *Postulado da Separação do Plano*."

"Hilbert usa o axioma de Pasch em seu tratamento axiomático da geometria euclidiana."

"A fundamentação da geometria estabelecida por David Hilbert (1862 – 1943) parte de dois termos primitivos que são as noções de ponto e reta. Entre estes termos primitivos, Hilbert supõe a existência de três relações primitivas que são expressas por um ponto pertencente a uma reta, um ponto está entre dois pontos e a relação de congruência. Esses termos e relações primitivas devem satisfazer uma série de axiomas. Hilbert apresenta esses axiomas, em seu trabalho *The Foundations of Geometry* [11], em cinco grupos:

1. Axiomas de Incidência,
2. Axiomas de Ordem,
3. Axiomas de Congruência,
4. Axiomas de Continuidade,
5. Axioma das Paralelas."

"Os axiomas de incidência expressam a noção de estar em, enquanto os axiomas de ordem expressam a noção de estar entre. Os axiomas de continuidade não envolvem uma nova relação primitiva, mas tratam de garantir que certas construções, que vão nos permitir medir distâncias entre pontos, são possíveis. O axioma das paralelas abre porta à Geometria Euclidiana."

"Percebe-se, diante dos Axiomas de Hilbert, sua intensa preocupação com o rigor matemático e, segundo R. Pietropaolo em [18, p. 57], “abandonando experiências com o mundo sensível e a intuição”. Ainda afirma que este trabalho se afastou, de alguma forma, da tradição aristotélica grega, onde “os axiomas deveriam simplesmente exprimir os fatos óbvios acerca de conceitos já conhecidos intuitivamente."

"Depois de escrever seu relatório sobre “A Teoria dos Campos de Números Algébricos”, conhecido como *Zahlbericht*, e de fazer conferências sobre geometria não-euclidiana, David Hilbert publicou um volume pequeno chamado *Grundlagen der Geometrie* (Fundamentos da geometria). Nessa época, a maior parte da matemática, exceto a geometria, foi axiomatizada. Com esta obra, “Hilbert deu um caráter formal à geometria, já presente na álgebra e análise”. (BOYER 1996, p. 424). Como a obra *Os Elementos* apresentava hipóteses ocultas, definições sem sentido e falhas lógicas, ele resolveu escrever um livro onde algumas relações e elementos matemáticos não poderiam ser definidos: ponto, reta, plano e as relações estar sobre, estar em, estar entre, ser congruente, ser paralelo e ser contínuo."

"Para Hilbert, "deve-se sempre poder substituir "pontos, retas, planos" por "mesas, cadeiras, canecas de cerveja" ". Ou seja, os termos não definidos devem fazer parte de uma teoria axiomática e podem ser substituídos por outros termos de modo que os axiomas e os teoremas permaneçam válidos.

Hilbert usa o axioma de Pasch em seu tratamento axiomático da geometria euclidiana.

Transcrições de textos feitas a partir de: [http://bit.profmatsbm.org.br/xmlui/bitstream/handle/123456789/911/2011\\_00688\\_DANILO\\_BERNARDINI\\_SILVA.pdf?sequence=1](http://bit.profmatsbm.org.br/xmlui/bitstream/handle/123456789/911/2011_00688_DANILO_BERNARDINI_SILVA.pdf?sequence=1), acesso 24/05/2015;  
<http://www.icmc.usp.br/pessoas/manfio/Fundamentos.pdf>- acesso em 24/05/2015;  
[http://en.wikipedia.org/wiki/Pasch's\\_axiom](http://en.wikipedia.org/wiki/Pasch's_axiom) (acesso em 24/05/2015).

PROFESSORA - sexta, 5 Jun 2015, 14:36

Aluna 18:

Ótima a sua contribuição!

Teria sido excelente uma interatividade de seus colegas com a sua postagem!

Muito bom!

ALUNA 18 - segunda, 25 Mai 2015, 22:30

Encontrei um resumo, comparando os conceitos gerais das expressões Geometria Euclidiana, Espaço Projetivo e Espaço Afim, através de um curso de laboratório de processamento de imagens que acredito satisfazer, no momento, uma visão ainda que superficial e geral das expressões Espaço Projetivo e Espaço (Affine).

A transcrição abaixo é de partes do conteúdo.

Geometria Euclidiana: descreve ângulos e formas.

duas retas se encontram em um ponto

. exceto quando são paralelas.

Como resolvemos isto? Adicionamos pontos no infinito (pontos ideais).

Espaço Projetivo: extensão do plano Euclideano (adicionamos pontos ideais)  
agora todas retas se encontram em algum ponto.

Geometria Euclidiana: sistema de coordenadas define o espaço

.origem pode ser qualquer ponto.

Transformações Euclidianas : translada origem e roda eixos.

Transformações afins: Transformação linear + translação

Também pode esticar o espaço.

Conceito de infinito dentro da Geometria Euclidiana: ponto especial

Espaço quase-democrático: quase todos pontos são iguais

. após uma transformação

. pontos no infinito continuam no infinito.

Para o espaço afim:

.escolher uma reta do espaço projetivo como reta no infinito. Ex. horizonte de uma fotografia

.assim retomamos o conceito de paralelismo

. são retas que se encontram no infinito.

. colocamos uma restrição no espaço

. logo, **espaço afim** é uma **especialização do espaço projetivo**.

(<http://www.lcg.ufrj.br/Cursos/cos857/01-intro.pdf>)

Em geometria, **espaço afim** é o espaço estudado pela geometria afim. É uma estrutura geométrica que generaliza as propriedades da geometria afim de um espaço euclidiano. Pode ser pensado, informalmente, como um espaço vetorial, onde se esqueceu que ponto é a origem. Em um espaço afim, podem-se subtrair pontos para obter vetores, ou adicionar um vetor para um ponto, a fim de obter um outro ponto, mas não se podem

adicionar pontos. Em particular, não há como distinguir que ponto serve como origem. ([http://pt.wikipedia.org/wiki/Espa%C3%A7o\\_afim](http://pt.wikipedia.org/wiki/Espa%C3%A7o_afim))

PROFESSORA - sexta, 5 Jun 2015, 14:39

Aluna 18:

Seu material ficou um pouco solto.

Gostaria que você retomasse estes temas e, se possível, explicasse-nos melhor o que entendeu.

Há uma leitura complementar sobre Espaço Afim ....você a leu?

ALUNA 5 - terça, 26 Mai 2015, 05:57

## **1. Axiomática De Pasch-Hilbert**

Hilbert (David Hilbert, 1862-1943, matemático alemão), em 1899, no seu célebre trabalho “Fundamentos da Geometria”, apresenta a ideia de que apenas um nome - axiomas - deve ser usado com relação às proposições fundamentais, e que certos termos básicos, como ponto e reta, são deixados completamente indefinidos.

Embora esse trabalho de Hilbert seja reconhecido por muitos como sendo o primeiro a tratar de método axiomático em sua forma moderna, devemos reconhecer que ideias análogas também apareceram em trabalhos de outros estudiosos da época.

Em 1882, apareceu a primeira edição do livro de Pasch (Moritz Pasch, 1843-1930, matemático alemão) “Vorlesungen über Neuere Geometrie.” Pasch baseou seu tratamento da geometria em um pequeno número de “conceitos nucleares” e “proposições nucleares” que são introduzidas, respectivamente, sem definição e sem demonstrações, mas que ele acredita ter uma base comum de aceitação pela nossa experiência. Depois que o sistema básico de proposições (axiomas) é introduzido, a dedução lógica das outras proposições do sistema são obtidas de forma rigorosa. Suas ideias foram descritas por ele mesmo como segue:

“Na realidade, se a geometria deve ser dedutiva, a dedução deve ser independente do significado dos conceitos geométricos, da mesma forma que deve ser independente de diagramas; somente as relações especificadas nas proposições e nas definições empregadas podem ser usadas. Durante a demonstração, é útil e correto, mas de modo algum necessário, pensar no significado dos termos; aliás, se for necessário proceder desse modo, a ineficiência

da prova está clara. Se, entretanto, um teorema é, rigorosamente, derivado de um conjunto de proposições (os axiomas), a demonstração tem um valor que transcende o objetivo inicial; pois, se substituirmos os termos geométricos nos axiomas por outros termos certos, proposições verdadeiras serão obtidas; desse modo, realizando substituições análogas nos teoremas, obteremos um novo teorema sem termos que repetir a demonstração”.

## **2. Abordagem Algébrica de Descartes**

René Descartes deve ser considerado um gênio da Matemática, pois relacionou a Álgebra com a Geometria, o resultado desse estudo foi a criação do Plano Cartesiano. Dessa fusão, resultou a Geometria Analítica. Descartes obteve grande destaque nos ramos da Filosofia e da Física, sendo considerado peça fundamental na Revolução Científica, por várias vezes, foi chamado de pai da Matemática moderna. Ele defendia que a Matemática dispunha de conhecimentos técnicos para a evolução de qualquer área de conhecimento. O Sistema de Coordenadas Cartesianas, mais comumente conhecido como Plano Cartesiano, consiste em dois eixos perpendiculares numerados, denominados abscissa (horizontal) e ordenada (vertical), que tem a característica de representar pontos no espaço.

Descartes utilizou o Plano Cartesiano no intuito de representar planos, retas, curvas e círculos através de equações matemáticas. Os estudos iniciais da Geometria Analítica surgiram com as teorias de René Descartes, que representavam, de forma numérica, as propriedades geométricas. A criação da Geometria Analítica por Descartes foi fundamental para a criação do Cálculo Diferencial e Integral pelos cientistas Isaac Newton e Leibniz. O Cálculo se dedica ao estudo das taxas de variação de grandezas e a acumulação de quantidades, sendo de grande importância na Física, na Biologia e na Química, no que diz respeito a cálculos mais complexos e detalhados.

Além do Cálculo e da Geometria Analítica, os estudos de Descartes permitiram o desenvolvimento da Cartografia, ciência responsável pelos aspectos matemáticos ligados à construção de mapas. (<http://www.brasilecola.com/matematica/a-matematica-rene-descartes-15961650.htm>).

## **3. Teoria da Perspectiva**

No Renascimento, a teoria da perspectiva levou à criação da geometria projetiva, expandindo a relação entre matemática e beleza, o domínio da perspectiva ampliou a concepção estética e construiu novas formas.

([http://www.portal.famat.ufu.br/sites/famat.ufu.br/files/Anexos/Bookpage/Famat\\_revista\\_10\\_refexoes.pdf](http://www.portal.famat.ufu.br/sites/famat.ufu.br/files/Anexos/Bookpage/Famat_revista_10_refexoes.pdf))

#### 4. Espaço Projetivo

Em matemática um **espaço projetivo** é um conjunto de elementos similar ao conjunto  $P(V)$  de linhas passando através da origem de um espaço vetorial  $V$ . Os casos quando  $V=\mathbf{R}^2$  ou  $V=\mathbf{R}^3$  são a reta projetiva e o plano projetivo, respectivamente. ([http://pt.wikipedia.org/wiki/Espa%C3%A7o\\_projetivo](http://pt.wikipedia.org/wiki/Espa%C3%A7o_projetivo))

#### 5. Espaço Afim (*affine*)

Em geometria, **espaço afim** é o espaço estudado pela geometria afim. É uma estrutura geométrica que generaliza propriedades da geometria afim de um espaço euclidiano. Pode ser pensado, informalmente, como um espaço vetorial, onde se esqueceu que ponto é a origem. Em um espaço afim, pode-se subtrair pontos para obter vetores, ou adicionar um vetor para um ponto, a fim de obter um outro ponto, mas não se podem adicionar pontos. Em particular, não há como distinguir que ponto serve como origem. ([http://pt.wikipedia.org/wiki/Espa%C3%A7o\\_afim](http://pt.wikipedia.org/wiki/Espa%C3%A7o_afim))

#### 6. Espaço Não-Euclidiano

Em matemática, uma **geometria não euclidiana** é uma geometria baseada num sistema axiomático distinto da geometria euclidiana. Modificando o axioma das paralelas, que postula que por um ponto exterior a uma reta passa exatamente uma reta paralela à inicial, obtêm-se as geometrias elíptica e hiperbólica. Na geometria elíptica, não há nenhuma reta paralela à inicial, enquanto que, na geometria hiperbólica, existe uma infinidade de retas paralelas à inicial que passam no mesmo ponto. Na geometria elíptica, a soma dos ângulos internos de um triângulo é maior que dois ângulos retos, enquanto, na geometria hiperbólica, essa soma é menor que dois ângulos retos. Na hiperbólica, temos que a circunferência de um círculo é menor do que  $\pi$  vezes o seu diâmetro, enquanto, na hiperbólica, esta circunferência é maior que  $\pi$  vezes o diâmetro.

O crédito pela descoberta das geometrias não euclidianas, geralmente, é atrelado às figuras dos matemáticos Carl Friedrich Gauss, Nikolai Lobachevsky, János Bolyai, e Bernhard Riemann. ([http://pt.wikipedia.org/wiki/Geometria\\_n%C3%A3o\\_euclidiana](http://pt.wikipedia.org/wiki/Geometria_n%C3%A3o_euclidiana))

PROFESSORA - sexta, 5 Jun 2015, 14:46

Aluna 5:

Sua contribuição sobre a axiomática de Pasch-Hilbert não indicou fonte. Você poderia fornecê-la?

Sobre Descartes, seu conteúdo está ótimo!

Alerto você sobre o uso do site pt.wikipedia.org. Ele é composto por contribuições espontâneas e nem sempre traz o melhor conteúdo e até há situações de erro. Cuidado com essa referência! Prefira pesquisar em trabalhos de autores com referências ou sites de universidades.

ALUNA 8 - terça, 26 Mai 2015, 13:59

### **Axioma de Pach- Hilbert**

Os **axiomas de Hilbert** são um conjunto de 20 (originalmente 21) premissas, propostas por David Hilbert, em 1899, no seu livro *Grundlagen der Geometrie* (tr.*Fundamentos da Geometria*), como a fundação de um tratamento moderno da geometria euclidiana.

O objetivo de Hilbert foi identificar um conjunto simples e completo de axiomas independentes, a partir do qual os mais importantes teoremas geométricos pudessem ser deduzidos.<sup>1</sup> Os objetivos principais eram tornar rigorosa a geometria euclidiana (para evitar pressupostos escondidos) e deixar claras as ramificações do postulado das paralelas.

As noções primitivas são: o ponto, a reta e o plano. E há três relações primitivas:

- *Estar entre*, uma relação ternária entre pontos;
- *Estar contido*, três relações binárias, uma ligando pontos e retas, uma envolvendo pontos e planos e outra entre retas e planos;
- *Ser congruente*, duas relações binárias, uma entre segmentos de reta e outra entre ângulos, ambas denotadas por um  $\cong$  infixado.(pt.wikipedia.org/wiki)

### **Abordagem Algébrica de Descartes**

**René Descartes é, sem dúvida, o pai da Geometria Analítica.**

**Descartes deu uma abordagem algébrica à Geometria e foi, a partir dele, que ela ganha um caráter mais analítico.**

O seu Método para o raciocínio correto é, principalmente, "nunca aceitar qualquer coisa como verdade se essa coisa não pode ser vista clara e distintamente como tal". *Descartes* assim implica a rejeição de todas as ideias e as opiniões aceitas até ser convencido por fatos auto evidentes. Outro preceito cartesiano é conduzir os pensamentos em ordem, começando com os objetos que são os mais simples e mais fáceis de saber e, gradualmente, preocupar-se com o conhecimento dos mais complexos.

Realmente, o grande avanço feito por *Descartes* foi criar uma fórmula algébrica para representar um fato, trivial e infantilmente, já conhecido por todos; de que um ponto em uma folha de papel retangular está infalivelmente, como é evidente, onde as duas linhas de suas duas distâncias medidas, perpendicularmente, a duas margens adjacentes da folha, se encontram.

Em linguagem geométrica, isto quer dizer que, um ponto em um plano pode ser representado pelos valores (hoje chamados "coordenadas cartesianas") das suas duas distâncias (x, y), tomadas, perpendicularmente, a dois eixos que se cruzam em ângulo reto nesse plano, com a convenção de lado positivo e negativo para um e outro lado do ponto de cruzamento dos eixos. (pt.wikipedia.org/wiki)

### **Espaço Projetivo**

O espaço projetivo generaliza o plano projetivo, podendo ser construído a partir de um espaço vetorial de dimensão três, em qualquer campo comutativa.

Espaço projetivo leva geometria em um novo território para além dos conceitos de euclidiana, ou cartesiana, geometria. Você está projetando o que ocorre, quando as linhas se estendem para sempre. Você tem uma explicação para a ideia de que as linhas paralelas se encontram no infinito. É semelhante à ideia de dois trilhos paralelos reunidos no horizonte. Coordenadas homogêneas, no espaço projetivo, explicar como homogêneo matemática, e, assim, homogênea vetores, trabalho. (pt.wikipedia.org/wiki)

### **Teoria Afim**

Em Geometria, Geometria afim é a geometria que não está envolvida em quaisquer noções de origem, extensão ou ângulo, mas com as noções de subtração dos pontos, gerando um vetor.

Ela ocupa um terreno intermediário entre a geometria euclidiana e a geometria projetiva. É a geometria do espaço afim, de uma dada dimensão  $n$ , coordenada sobre um corpo  $K$ .

Há também (em duas dimensões) uma generalização combinadora do espaço afim, desenvolvendo-se em um completo geometria finita, e a geometria afim está em dominante tradição nos Séculos XIX e vinte. (See more at: <http://www.jornallivre.com.br/138042/o-que-e-geometria-afim.html#sthash.Adr1o8hS.dpuf>)

### **Espaço não Euclidiano**

Suponha que a Terra é, perfeitamente, esférica e que ela é habitada por "seres planos", criaturas, absolutamente, sem graça que têm apenas duas dimensões e que não percebem o sentido de "altura". Lembre-se que estas criaturas se deslocam, arrastando-se sobre a superfície terrestre. O método usado por estas criaturas para identificar "linhas retas" como sendo as linhas de mais curta distância entre dois pontos consiste em estender linhas através da superfície, conectando dois pontos quaisquer. Para essas criaturas, essa linha parece ser uma reta, à medida que elas se movem ao longo delas, uma vez que as direções de chegada ou de partida dessas criaturas em qualquer ponto sobre a linha tem ângulo zero entre elas. Com esta definição, os "seres planos" declaram que todas as linhas retas se interceptam e que, movendo-se ao longo de qualquer linha reta, eles, finalmente, retornam ao seu ponto de partida (lembre-se que os "seres planos" estão vivendo sobre a superfície de uma esfera). Eles também descobrem que a soma dos três ângulos internos de qualquer triângulo que eles desenham sobre a Terra, não dá mais como resultado o valor correspondente a dois ângulos retos, como ocorre na geometria de Euclides. Em vez disso, a soma desses três ângulos internos sempre excede dois ângulos retos. A figura abaixo mostra uma situação onde a soma é igual a três ângulos retos.

([http://www.miniweb.com.br/ciencias/artigos/a\\_geometria\\_dos\\_espacos\\_curvos.pdf](http://www.miniweb.com.br/ciencias/artigos/a_geometria_dos_espacos_curvos.pdf))

PROFESSORA - sexta, 5 Jun 2015, 14:50

Aluna 8:

A partir do que pesquisou, como você poderia expressar o seu entendimento sobre esses temas?

Leia o alerta que eu fiz sobre o site da wikipedia!

ALUNA 2 - domingo, 31 Mai 2015, 15:45

### **Axiomática de Pasch - Hilbert**

O livro *Os Elementos*, de Euclides, apresenta uma geometria logicamente organizada, construída passo-a-passo, praticamente, inquestionável. A forma caracterizada por Euclides deixa evidente seu método didático, contemplando ao mesmo tempo aritmética e geometria, fazendo com que a última justifique a primeira.

A obra apresenta 5 postulados, os quais, por séculos, foram considerados únicas verdades. Porém, o fracasso de todas as tentativas de provar o 5º postulado levou, lentamente, os matemáticos a considerarem novas concepções a respeito da geometria.

No fim do século XIX, vários matemáticos começaram a se preocupar com os fundamentos da matemática e, em especial, com a axiomatização da geometria. O matemático Pasch percebeu que, utilizando somente os postulados de Euclides, não se podia provar que “se uma reta intersecta um lado de um triângulo então ela intersectará o outro lado do triângulo”. Tal fato foi adotado como postulado nas suas demonstrações. Ele também observou que a noção de “ordem” podia ser desenvolvida sem fazer referência à medida. Essa noção era, praticamente, desconhecida antes do século XIX. Em 1882, ele publica o livro *Lições de geometria moderna*, considerado o primeiro desenvolvimento axiomático da geometria projetiva plana. Muitos desses axiomas foram importantes para as axiomatizações das geometrias euclidianas e não euclidianas.

O sistema de Pasch foi, gradualmente, aperfeiçoado por Peano (1889) e Pieri. Mas a formulação axiomática da geometria de Hilbert (1862-1943) foi a que mais se consolidou entre os matemáticos. Hilbert apresentou o seu trabalho num curso dado por ele, em 1898 e publicado em 1899 com o título de *Fundamentos da geometria*. Ele baseou a sua exposição em três conceitos primitivos (ponto, reta e plano), em três relações fundamentais (incidente, estar entre e congruente) e em cinco grupos de axiomas (axiomas da incidência, axiomas da ordem, axiomas da congruência, axiomas da continuidade e o axioma do paralelismo). Os axiomas estabelecem as ligações entre os conceitos primitivos e as relações fundamentais. A geometria euclidiana pode ser construída passo a passo, partindo do primeiro grupo de axiomas até chegar ao quinto grupo. (BONGIOVANNI, V. , JAHN, A.P. *De Euclides às geometrias não euclidianas*. UNION Revista Iberoamericana de Educacion matemática. Junho/2010. disponível em <http://www.fisem.org/www/union/index.php> acesso em 26/05/15

FREUDENTHAL, H. *As principais tendências nos fundamentos da geometria no século dezanove*. Disponível em < <http://www.ime.usp.br>>)

### **Abordagem algébrica de Descartes**

Descartes, assim como os gregos, pensava que a geometria ajudava a educar o espírito. “Eu tiraria o prazer de aprendê-la por vós mesmos e a utilidade de cultivar vossos espíritos ao exercitá-la, o que é a meu ver o que de mais importante se pode retirar desta ciência”, diz ele, no início de seu *La Géométrie*, sobre sua opção em não explicar todas as construções necessárias já no começo do livro, mas deixá-las para quando isso fosse efetivamente preciso. O que faz a geometria da obra de Descartes diferir da grega é sua abordagem algébrica. Esta associação entre Geometria e Álgebra permitiu a Descartes ver a matemática como tendo “unidade”, pois os mesmos métodos – os algébricos – se aplicavam tanto à geometria quanto à aritmética, tanto ao número quanto ao espaço. Por mesmos métodos é preciso entender mesmos passos do espírito, o que nos mostra que o importante não eram os objetos – números ou linhas – mas justamente os passos, as ações, as operações com que o espírito ligava esses objetos, estabelecendo relações, comparando-as umas com as outras, medindo umas pelas outras e assim ordenando-as em séries (KOYRÉ, 1963). (MONTTOITO, R, GARNICA, A.V.M. **Ecos de Euclides: breves notas sobre a influência d’Os Elementos a partir de algumas escolas filosóficas**. Disponível em < <http://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/download/16736/14405>> acesso 26/05/2015.)

### **Teoria da perspectiva**

O Renascimento e a teoria da perspectiva, segundo Martin Kemp (1989), foi atribuída a Filippo Brunelleschi por volta de 1413, porém existem algumas evidências de que o surgimento dos estudos sobre a perspectiva seja numa data anterior a esta citada. A criação da teoria da perspectiva veio para satisfazer o anseio dos artistas daquela época de utilizar uma metodologia para mensurar o espaço em uma superfície plana, ou seja, que fosse possível que o trabalho artístico imitasse o real. Desta forma, era possível criar uma narrativa da situação representada em um quadro, por exemplo. Como a tentativa de Giotto de representar uma situação na pintura de São Francisco de Assis, porém, neste trabalho, não foi, de acordo com Kemp, utilizada uma metodologia muito consistente da perspectiva. Foi a contribuição de Brunelleschi que proporcionou uma metodologia mais consistente ao uso da perspectiva naquela época. Ele tinha uma formação diferenciada, pois recebeu instruções baseadas na

leitura, na escrita e na matemática prática. Percebe-se que hoje, com o advento das novas tecnologias, vários artistas também tendem a ter um conhecimento multidisciplinar para poder aproveitar os novos recursos, para que, por meio delas, possam expressar sua arte, como foi o caso de Brunelleschi. Na metodologia de Brunelleschi, o ponto de visão representava o cume de um triângulo, cuja base desde triângulo era gerada de acordo com a distância deste ponto com o objeto visualizado. A partir deste ponto, é possível, nos diversos ângulos, perceber a criação dos eixos que geram a projeção da imagem. Desta forma, seria provável destacar, de modo convincente, a ilusão da forma representada. Foi a partir deste momento que se teve a apreensão da visão da perspectiva. Muitos artistas começaram a empregar a visão perspectiva em suas obras de arte. Podemos citar o Donatello, com sua obra São George e o Dragão, no qual apresentou de forma, precisamente, geométrica uma situação, considerando os vários pontos focais. Artistas como o Masaccio deram também suas contribuições à teoria da perspectiva. Ele apresentou um sistema de ortogonais que convergem para um ponto único e central, metodologia empregada em sua obra Madonna. Outra contribuição dada foi perceber que algumas formas geométricas estavam presentes, regularmente, nas imagens representadas, como as de um quadrado ou de um cubo. Desta forma, era possível representar, com precisão, um corpo simples. Esta descoberta pode ser percebida em sua obra *Trindade*. A contribuição de Alberti foi esclarecedora, quando, ao analisar o triângulo criado pela visão perspectiva, na verdade era gerado uma pirâmide visual, simplificando uma série de teorias. Inclusive, a utilização do espaço lógico geométrico permitia a criação de objetos mais precisos, fazendo o papel de grades de projeções da imagem. Naquela época, alguns artistas, como o Paolo Uccello e o Piero della Francesca, começaram a utilizar, em suas pinturas, o chão quadriculado, como um tabuleiro de xadrez, que servia para orientar melhor o artista, bem como auxiliar seus espectadores a perceber melhor a representação do espaço. Mais contribuições foram dadas à teoria perspectiva a partir de 1500. Foi um período marcado por estudos que levaram a grandes progressos na arte fundamentada em técnicas matemáticas. O Albrecht Dürer, treinado na Alemanha, foi uma das pessoas que contribuíram, fortemente, com o desenvolvimento da perspectiva, mas com uma visão diferenciada dos italianos. Aprendeu, em suas visitas à Itália, a teoria empregada pelos artistas daquela época, porém desenvolveu um estilo próprio nas técnicas de mensuração precisa. Com os estudos de Dürer, foi possível aprender como utilizar das figuras geométricas na construção de outras, a fim de representar os mais diversos tipos de objetos presentes na realidade. Como exemplo, podemos citar, entre vários, os estudos sobre a determinação das seções oblíquas e a transformação da

figura humana em figuras geométricas. Enfim, ele procurou mostrar como a perspectiva geométrica é aplicável também para usos decorativos e não apenas para representar o espaço e demonstrou isso com seu trabalho São Jerome em Seus Estudos, cuja perspectiva e a distribuição das luzes o tornou um artista muito diferenciado. (FERREIRA, D.C.M. **A relação da teoria renascentista sobre a perspectiva com a criação DE OBJETOS 3D NO SECOND LIFE.** Disponível em <<http://www.esamcuberlandia.com.br/edicao1/2009v1n1art02.pdf>>)

### **Espaço projetivo**

Enquanto a geometria euclidiana se preocupa com o mundo em que vivemos, a geometria projetiva lida com o mundo que vemos. Na prática, os trilhos de trem não são retas paralelas, mas retas que se encontram no horizonte, no infinito. Essa é uma das características marcantes da geometria projetiva, duas retas quaisquer sempre se intersectam.

O espaço projetivo se refere à perspectiva e às projeções e tem início quando o objeto ou sua figura deixam de ser considerados em si mesmos (relações topológicas), passando a ser considerados sob um "ponto de vista", que pode ser do próprio sujeito, o qual envolve uma relação de perspectiva, ou de outros objetos sobre os quais se encontra projetado.( GRINGS, E. S. , "**A representação do espaço cibernético pela criança, na utilização de um ambiente virtual**" Dissertação de mestrado – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 1998.)

### **Espaço afim ( affine )**

Espaço afim é uma estrutura geométrica que generaliza certas propriedades de linhas paralelas no espaço euclidiano. Em um espaço afim, não existe um ponto distinto que serve como uma origem. ( <http://finslab.com/enciclopédia/letra-e/espaco-afim.php>)

### **Espaço não – euclidiano**

É o espaço não plano ou seja curvo.

PROFESSORA - sexta, 5 Jun 2015, 15:01

Aluna 2:

Sobre a axiomática de Pasch-Hilbert, a abordagem algébrica de Descartes, a teoria da perspectiva e o Espaço projetivo sua contribuição está completa. Muito boa.

Você leu o texto complementar sobre o Espaço Afim? teria mais alguma coisa a acrescentar ao que já enviou? E sobre espaço não euclidiano? Não acho que esteja de acordo. Pesquise mais um pouco, dê exemplos, OK?

## **FÓRUM 1.2.2**

*Proposta:* No texto estudado, há a afirmação “Geometria é compreender o espaço”. Explícite como você entende esta relação.

*Postagens:*

ALUNA 18 - segunda, 25 Mai 2015, 20:09

Esta frase está no texto da aula 1 "Geometria é compreender o espaço", p. 5, quando Freudenthal, explica que, no nível mais baixo (para crianças iniciantes no ensino da Geometria), a Geometria é compreender o espaço no qual a criança vive, respira e se move. O espaço que a criança deve aprender a conhecer, a explorar, a compreender e a conquistar para: viver, respirar e se mover da melhor forma nele mesmo.

Diferente da proposta de começar a se ensinar geometria à criança a partir de conceitos primitivos de ponto, reta e plano, que a criança teria que abstrair da sua realidade; pois, no espaço em que vive, não encontra ponto, nem reta; a proposta é: a partir do espaço que ela percebe e, após compreender a realidade, poder expandir para outros domínios como o da dedutividade através de axiomas ou de demonstrações algébricas.

As perguntas colocadas por Freudenthal, para investigar o espaço, mostra-nos o quanto temos que aprender sobre o mundo que nos rodeia e que nos passa despercebido pela familiaridade que temos com tais objetos.

PROFESSORA - sexta, 5 Jun 2015, 15:06

Aluna 18:

Observe que nossa provocação é saber como você compreende a Geometria definida como investigação do espaço.

Geometria É compreender o espaço? investigar o espaço? esta é uma maneira de "definir" Geometria?

Comente!

ALUNA 18 - quarta, 15 Jul 2015, 22:41

Lendo as demais postagens e pegando o gancho com a sua provocação para aaluna 2: Geometria é investigar o espaço para compreendê-lo.

Pode ser uma "definição" para Geometria, considerando que a Geometria como ciência dedutiva tem seu primeiro reconhecimento na Grécia antiga, quando a partir de observações do universo físico, vão modelando seus conhecimentos na linguagem lógica matemática.

A geometria investiga o espaço e as formas com o objetivo de conhecer a natureza e a estrutura do nosso Universo, valendo-se da linguagem e da lógica matemática.

ALUNA 18 - quarta, 15 Jul 2015, 22:42

Lendo as demais postagens e pegando o gancho com a sua provocação para a aluna 2: Geometria é investigar o espaço para compreendê-lo.

Pode ser uma "definição" para Geometria, considerando que a Geometria como ciência dedutiva tem seu primeiro reconhecimento na Grécia antiga, quando a partir de observações do universo físico, vão modelando seus conhecimentos na linguagem lógica matemática.

A geometria investiga o espaço e as formas com o objetivo de conhecer a natureza e a estrutura do nosso Universo, valendo-se da linguagem e da lógica matemática.

ALUNA 5 - terça, 26 Mai 2015, 06:03

A Geometria é conceituada como Ciência que investiga o espaço, as formas que pode conter e as propriedades dessas formas. Como parte da matemática, estuda as propriedades, as medidas e as relações de pontos, de linhas, de ângulos, de superfícies e de sólidos. No ensino da geometria, o aluno consegue compreender o espaço em que vive, em que respira e em que

se move. O espaço que o aluno deve aprender a conhecer, a explorar, a conquistar, de modo a poder aí viver, a respirar e a mover-se melhor, ou seja, daí, a importância de o aprender a matemática, deve estar intimamente ligada à realidade do mesmo.

PROFESSORA - sexta, 5 Jun 2015, 15:09

Aluna 5:

Observe que o espaço não é um recipiente. Portanto, devemos evitar dizer que ele **contém** alguma coisa. OK?

Nossa questão é se podemos definir Geometria como investigação do espaço. Esta afirmação é correta? Você concorda com ela?

Comente!

ALUNA 3 - terça, 26 Mai 2015, 12:12

Como temos refletido nos fóruns anteriores, a geometria tem nos auxiliado a resolver questões sobre o espaço e as formas que não conseguiríamos sem a ajuda desta.

PROFESSORA - sexta, 5 Jun 2015, 15:12

Aluna 3:

Acho que não compreendi sua colocação "a geometria tem nos auxiliado a resolver questões sobre o espaço e as formas que não conseguiríamos sem a ajuda desta."

Você pode nos explicar de outra forma?

E sobre a Geometria ser definida como investigação do espaço? Você concorda?

Comente!

ALUNA 8 - terça, 26 Mai 2015, 14:17

Para muitos, a geometria é o estudo do espaço e das formas do mundo que os rodeia, e os seus conhecimentos de geometria resumem-se a material simples para classificação de formas e a uma exposição a uma geometria pseudoaxiomática no ensino secundário.

A geometria no ensino da matemática deve ser uma geometria útil para todos: o conhecimento matemático do espaço. Uma geometria, baseada na intuição e na experimentação, aconselhada pelo sentido comum; rica em temas de representação e de interpretação; capaz de ordenar, de classificar e de mover figuras planas e espaciais; audaz na combinação de linguagens diversas (gráficas, analíticas e simbólicas...); apoiada no rigor das definições e das deduções sobre factos relevantes; com técnicas diversas para medir, para construir e para transformar; induzindo à compreensão do diálogo plano-espaço; aberta à interdisciplinariedade com as ciências e as artes.

PROFESSORA - sexta, 5 Jun 2015, 15:22

Aluna 8:

Por favor, explicita "pseudoaxiomática". Que axiomática? Por que pseudo?

Como você imagina a utilidade da Geometria? Uma utilidade pessoal ou coletiva?

"Intuição" filosoficamente tem alguns significados diferenciados. A qual você se refere?

"Sentido comum" seria o mesmo que "senso comum" no contexto e que você fala?

"ordenar, classificar e mover figuras planas e espaciais": você pode nos explicar como? Pode nos oferecer exemplos?

Você pode nos explicar também esta expressão "rigor das definições e das deduções sobre factos relevantes"? A partir de qual teoria? Euclidiana? Hilbertiana?

Enfim. Gostaria de mais comentários, explicitando o que você nos trouxe.

ALUNA 12 - terça, 26 Mai 2015, 14:35

O desenvolvimento do raciocínio espacial por meio do uso das propriedades métricas, dos elementos formais e do pensamento lógico, transmitidos pela Matemática, faz parte da característica fundamental do ensino da Geometria que tem como objetivo o incremento da capacidade de observação, de assimilação e de compreensão do espaço e dos objetos tridimensionais. Visando ampliar a habilidade necessária à visualização prévia do espaço e dos objetos a serem criados, bem como a compreensão do ato de representar, graficamente, o pensamento visual de forma sistêmica, os conteúdos relacionados à disciplina

de Geometria capacitam o estudante no desenvolvimento das suas capacidades intelectuais para o estudo do espaço.

PROFESSORA - sexta, 5 Jun 2015, 15:32

Aluna 12:

Minha questão ao ler a sua contribuição: você está se referindo, especificamente, à chamada "Geometria Espacial"? Quando você fala "O desenvolvimento do raciocínio espacial por meio do uso das propriedades métricas, dos elementos formais e do pensamento lógico" está se referindo a essa especificidade que é utilizada, didaticamente, para o estudo da Geometria?

Você diz, ainda que ... a " Geometria ... tem como objetivo o incremento da capacidade de observação, de assimilação e de compreensão do espaço e dos objetos tridimensionais." E os objetos geométricos, chamados planos - triângulos, quadriláteros, polígonos, em geral, por exemplo, não são objetos da Geometria?

Precisamos que você também nos esclareça sobre ... "ampliar a habilidade necessária à **visualização prévia** do espaço e dos **objetos a serem criados**, bem como a compreensão do ato de representar, graficamente, o **pensamento visual** de forma sistêmica, os **conteúdos relacionados à disciplina de Geometria** capacitam o estudante no desenvolvimento das suas capacidades intelectuais para o estudo do espaço. (principalmente, o sentido desta frase e os termos em negrito).

Aguardamos seu retorno!

ALUNA 9 - terça, 26 Mai 2015, 22:05

De acordo com o dicionário, a palavra espaço pode ser definida como lugar, sítio, extensão tridimensional que contém todos os seres e as coisas e é campo de todos os eventos.

Compreender o espaço é mais do que medi-lo. É explorá-lo, é interagir com ele e é entender como ele funciona, modificá-lo, transformá-lo por meio de criações e de construções que, muitas vezes, podem ser concretizadas a partir de estudo da Geometria.

PROFESSORA - sexta, 5 Jun 2015, 15:35

Aluna 9:

O que você acha: A Geometria é investigar o espaço **ou** o espaço precisa da Geometria para ser compreendido?

Comente!

ALUNA 2 - domingo, 31 Mai 2015, 19:27

Relendo o texto pela terceira vez, entendo que, durante nossas 24 horas por dia, vivemos em muitos espaços diferentes, os quais, às vezes, observamos ou não e como estamos tão acostumados, não percebemos o quanto é importante para nós. "Fazer" geometria é aprender a explorar os nossos espaços, compreendendo-o e interagindo com ele sob vários pontos de vista.

PROFESSORA - sexta, 5 Jun 2015, 15:37

Aluna 2:

Muito bem!

Você compreende então que a Geometria investiga o espaço de diversas formas e que isso nos auxilia na compreensão dos espaços em que vivemos.

Pense então: há vários espaços ou há apenas um espaço?

Comente!

### **FÓRUM 1.2.3**

*Proposta:* Como se mostra para você o espaço no qual se vive? Essa sua compreensão de espaço pode ser trabalhada em sala de aula? Como?

*Postagens:*

ALUNA 18 - segunda, 25 Mai 2015, 17:17

Vejo o espaço em que vivo sob diferentes prismas. Ora observo os objetos de minha casa, da sala de aula, da escola. Suas formas, utilidade, como funcionam, como foram idealizados e criados. Da água que sai das torneiras e do chuveiro para meu conforto. Da luz

que chega também até minha casa, que ilumina as ruas, na tecnologia que me permite assistir a uma TV, usar a Internet, ouvir e ver uma pessoa que está muito distante de mim.

Penso na forma dos diversos tipos de construções, de sua beleza arquitetônica ou pobreza de detalhes. Nas pontes, nos viadutos, nos túneis.

Na área que tenho disponível para morar. Nas áreas imensas ou muito pequenas em que se constroem moradias. Nas áreas destinadas aos locais públicos, aos parques, aos bosques, às matas. Na forma e na beleza das flores, das árvores, da natureza. Na forma como tratamos (bem ou mal) a natureza e dos recursos que ela nos disponibiliza. Nas pinturas artísticas, representando nosso espaço. Nas suas cores e na composição leve.

Da necessidade de saber a que distância estou do mercado, do centro de compras, do meu local de trabalho e de locais mais distantes para realizar viagens. Da necessidade que tenho de me localizar ou de localizar outras pessoas, outros locais.

De observar os meios de transportes, nas suas formas, como se deslocam, na observação de regras para locomoção e segurança. Na capacidade de romper barreiras de distâncias enormes na terra, como avião e navio. Nos foguetes, nos satélites colocados ao redor da órbita terrestre.

Da necessidade que tenho de ouvir notícias sobre o tempo, para prevenir-me de chuva, ventos, tempestades ou calor excessivo. De saber a hora em que o dia amanhece e a hora em que escurece. De observar o mar e perceber se está agitado ou calmo. De olhar para a linha do horizonte e ver os navios parados, aguardando entrarem no porto, ou se deslocando e sumindo de minha vista.

Da necessidade que temos de observar as pessoas, os animais, as aves, os peixes, os insetos, etc. Enfim, o espaço em que vivemos é finito, mas obter conhecimento sobre ele é imprescindível e uma tarefa inesgotável.

Essa sua compreensão do espaço pode ser trabalhada em sala de aula? Como?

Ao propor que a criança redescubra, através de uma observação dirigida, como funciona o mundo que a cerca, quais as leis que regem a natureza e como podem ser aplicados os conhecimentos adquiridos, seu aprendizado terá significado e são grandes as chances que aprenda com prazer.

As aulas de Geometria revelam-se como um meio excelente de desenvolvimento cognitivo para a criança, aguça a percepção e ajuda no desenvolvimento do raciocínio abstrato, quando, partindo dos objetos concretos, faz-se a ponte para abstração de

uma representação através de figuras geométricas, e da linguagem matemática para expressar as relações e as leis da natureza observada pela criança.

É necessário que uma aula de geometria seja separada por área de interesse, assim, se se deseja trabalhar com as formas, o ideal é que a criança tenha tempo para explorar o seu ambiente, observando formas (sala de aula, escola, natureza (área externa da escola), casa, espaço sideral, etc.) e relate como as percebeu. O recomendável é que se inicie a observação a partir de objetos tridimensionais, como armários, livros, cadernos, casas, etc. e depois relacioná-las com os sólidos geométricos, corpos redondos e poliedros, pois, dificilmente, vemos quadrados e triângulos isolados na natureza.

A segunda etapa é construir essas figuras em papel ou em cartolina e, a partir delas, introduzir a nomenclatura usada em geometria e levar o aluno a perceber essas relações, para depois expressá-las em linguagem matemática (Por exemplo, a relação entre a quantidade de vértices, de faces e de arestas de um poliedro, cuja descoberta dessa relação é atribuída a Euler) . Trabalhos em equipe são interessantes nessa situação.

Sempre que possível complementar com pesquisas sobre fatos históricos que originaram essas descobertas, e evolução.

PROFESSORA - sexta, 5 Jun 2015, 15:49

Aluna 18:

O que você descreveu é a sua percepção do que **está no espaço** em que você vive, não é? Entendo, então, que essa sua percepção avalia o que está em alguma outra coisa que você chamou de **espaço**. Mas o que é esse espaço? Você consegue definir sem nos contar o que está nele?

Daí a sua indicação de trabalho com espaço com alunos é a partir do que se percebe no espaço. Teria como trabalhar espaço sem se referir ao que se percebe nele?

Comente.

ALUNA 18 - domingo, 7 Jun 2015, 22:28

A Geometria estuda o espaço e as formas. Dependendo do contexto que queremos estudar, limitamos o estudo a determinados Espaços da Geometria. Para superfícies planas, o

Espaço Euclidiano é suficiente para estabelecer propriedades e relações no plano e objetos geométricos bidimensionais.

Já se queremos projetar imagens numa tela que mostre um espaço tridimensional a geometria projetiva é a indicada. O espaço projetivo então complementaria ou modificaria alguns postulados da Geometria Euclidiana, como por exemplo, as retas paralelas se encontram num ponto (perspectiva).

Já para o estudo de espaços curvos, das superfícies curvas, a geometria dos espaços curvos ou não euclidiana é que será utilizada.

ALUNA 5 - terça, 26 Mai 2015, 06:21

O espaço em que vivemos é tudo o que nos envolve, é o local onde podemos nos mover para a frente, para o lado e para cima. Pelo conceito exposto, observamos que vivemos em um ambiente tridimensional, ou seja, espaço cartesiano.

A geometria faz parte da vida humana e colabora na construção de conhecimentos necessários à vida cotidiana. O trabalho com a Geometria proporciona não só conhecimentos de formas, mas também dá noções de espaço, tempo, localização e movimento (CAMPOS, 2011).

A criança da Educação Infantil não aprende só observando formas, mas, sim, interagindo com o mundo. Uma figura geométrica desenhada em um papel, por exemplo, só para pintar, não proporciona um momento de aprendizagem mais amplo para a criança, pois ela precisa de exploração contínua do espaço para comparar objetos e retirar suas características. Exemplo: um triângulo, pode ser comparado a um telhado de uma casa. Trabalhando dessa maneira, interagindo e descobrindo propriedades surgirá um desenvolvimento espontâneo da criança para o conhecimento.

Na Educação Infantil, esses conhecimentos podem ser ampliados por meio de jogos e de brincadeiras. Desafios proporcionados por meio de situações lúdicas podem auxiliar a criança no desenvolvimento dos conceitos geométricos e, conseqüentemente, contribuir com a construção do pensamento lógico matemático.

A geometria trabalhada com o espaço no qual a criança vive, respira e se move é o mesmo espaço em que ela aprende, conhece, explora, conquista e ordena a cada dia mais e melhor.

PROFESSORA - sexta, 5 Jun 2015, 15:59

Aluna 5:

Dê uma olhada no meu comentário para a aluna 18. Você começou de maneira diferente mas também se referiu ao que se percebe no espaço.

Pelo que você nos informe que obra é "CAMPOS, 2011". Gostaria que você não se preocupasse em citar outros autores. Na verdade, nossa intenção é conhecer como você compreende os textos de Freudenthal.

Sobre seu exemplo "um triângulo, pode ser comparado a um telhado de uma casa." ... pense e reformule. Um telhado é tridimensional e um triângulo bidimensional. A maneira de construir exemplos deve ser bastante cuidadosa. Comparar objetos de dimensões diferentes pode mais confundir do que ajudar.

Por favor, explicita "desenvolvimento espontâneo da criança para o conhecimento."

Aguardamos seus comentários!

ALUNA 3 - terça, 26 Mai 2015, 12:10

O espaço, no qual vivo, é muito rico de detalhes e de questionamentos, se pararmos para fazer uma reflexão nesse sentido; algumas dessas foram elencadas no texto do primeiro módulo e muitas outras podem ser trabalhadas em sala de aula, se levarmos os nossos alunos a refletirem sobre o que mais lhes interessa também.

PROFESSORA - sexta, 5 Jun 2015, 16:03

Aluna 3:

Sua contribuição não ficou clara.

A que detalhes e questionamentos você se refere ao descrevê-lo?

Não compreendi também a indicação prática em sala de aula. Você pode explicar melhor?

Aguardamos seus comentários!

ALUNA 8 - terça, 26 Mai 2015, 14:35

Para Freudenthal (1973), a geometria é, essencialmente, “compreender o espaço” que a criança “deve aprender a conhecer, explorar, conquistar, de modo a poder aí viver, respirar e mover-se melhor”. Nesta perspectiva, a geometria torna-se um campo privilegiado de matematização da realidade e de realização de descobertas, do local onde vive, da sala de aula, manipulando objetos .

A geometria constitui uma área, particularmente, propícia à realização de investigações por parte dos alunos. A sua riqueza e variedade em objetos e tipos de problemas, a sua ligação natural à realidade e a possibilidade de todos os alunos, em diferentes níveis, se envolverem em interessantes explorações e investigações geométricas sem dependerem de um grande número de conhecimentos anteriores são fatores que contribuem para este potencial da geometria. Além disso, pode proporcionar discussão e reflexão em torno de aspectos centrais da natureza da própria Matemática como ciência.

PROFESSORA - sexta, 5 Jun 2015, 16:07

Aluna 8:

A proposição do Fórum é: Como se mostra *para você* o espaço no qual se vive? *Essa sua compreensão* de espaço pode ser trabalhada em sala de aula? *Como?*

Aguardamos, portanto, a **sua** reflexão sobre o espaço em que se vive, OK?

ALUNA 9 - terça, 26 Mai 2015, 21:36

O espaço é o ambiente em que vivemos, é tudo aquilo que nos cerca: lugares, objetos, etc.

Sendo assim, o ensino da geometria, no meu entendimento, deve ser pautado na observação, na comparação, na interação e na exploração desses lugares dos quais fazemos parte e de objetos que estão ao nosso redor. Isso pode ser feito, partindo do concreto (o ambiente e os objetos em si, analisando formatos, diferentes perspectivas...), passando pelos sólidos geométricos, chegando enfim nas medidas, nas nomenclaturas e nos fundamentos que nos permitem a realização de atividades no papel. Podem-se utilizar diferentes materiais do nosso dia a dia, brincadeiras e jogos, situações lúdicas e interdisciplinares, nas quais se possa utilizar os conhecimentos geométricos.

Eu poderia, por exemplo, trabalhar a Geometria dentro da Geografia, ao propor a confecção de uma maquete do bairro, onde os alunos iriam observar o espaço no qual estão inseridos e os elementos que compõem esse espaço. Poderiam analisar e comparar os formatos e o tamanho das casas para escolher a embalagem vazia que mais bem representaria esse ambiente na maquete....

Com a maquete pronta, poderíamos fazer a planta baixa da mesma, com vista superior onde, certamente, os alunos utilizariam as formas geométricas planas. Ou, então, desenhar a partir da vista frontal ou lateral, utilizando medidas e proporção.

São muitas as possibilidades, quando se explora o ambiente em que se vive.

PROFESSORA - sexta, 5 Jun 2015, 16:15

Aluna 9:

Você descreve o espaço a partir dos objetos que você percebe nele? Os objetos estão **no** espaço, **dentro** do espaço?

Então, os objetos **não são** o espaço? OK? O que é o espaço em que se vive?

Explorar **os objetos que estão no** espaço é o mesmo que **explorar o espaço**?

Explorar o **ambiente** não seria explorar o **espaço geográfico**? O espaço entendido na **Geometria** é o mesmo estudado na **Geografia**?

Comente!

ALUNA 2 - domingo, 31 Mai 2015, 20:06

Acredito que depois dessas leituras ele se "mostra" diferente ou eu o percebo diferente.

Na escola, ficamos muito focados nos desenhos dos livros didáticos e na organização dos conteúdos por pré-requisitos, o que já comentei, em outro momento, nos causa certo "conforto". Porém, durante esses 20 anos de docência e agora, observando os anos iniciais, vejo uma repetição quase que simbólica de conteúdos de geometria do 3º ao 9º ano e mesmo assim os nossos alunos não conseguem ver geometria fora dos livros. Por quê?

Tudo nos livros didáticos é perfeito ou próximo disto e escrito para um mundo ideal o qual não é o nosso. Usando o frasco de coca-cola e medimos o litro, e quando vamos ao mercado, escolhemos aquele que tem mais ou menos líquido? Temos o máximo de cuidado ao

levarmos objetos para a sala de aula para que "possamos" medir, mas a maioria dos objetos com que os adolescentes e as crianças convivem não são iguais aos 5 poliedros de Platão, ou a polígonos regulares... Nosso mundo não é ideal, é real.

Com certeza, a partir de agora, me questionarei muito mais ao trabalhar com o que entendo agora por geometria.

PROFESSORA - sexta, 5 Jun 2015, 16:21

Aluna 2:

O que você percebe de diferente no espaço agora? Conte pra nós!

Quanto à idealidade a que você se refere, devemos saber que os objetos, criados pelo Homem, têm suas formas definidas a partir das formas ideias da Geometria.

Há uma Geometria, a Fractal, que se propunha a revelar, matematicamente, as formas da Natureza: das nuvens, dos troncos de árvores, dos litorais.

Mas a Geometria Euclidiana que estudamos na escola repete as formas idealizadas. Você concorda?

Deixando as formas de lado, como você acha que pode trabalhar espaço com os alunos?

Aguardamos seus comentários.

#### **FÓRUM 1.2.4**

*Proposta:* Depois do estudo do texto sobre o espaço nesta aula, explique o que você entende neste trecho trazido na aula anterior: “Geometria, realmente, é matemática, e tal como ela, pede por fundamentos mais sólidos do que o espaço em que se vive, o qual, pelo menos como um objeto da pesquisa física, é suspeito para um genuíno matemático.”

*Postagens:*

ALUNA 18 - sábado, 23 Mai 2015, 18:17

Para os egípcios, os objetos geométricos eram entidades físicas, por exemplo " um retângulo era o limite de um pedaço de terra, ou a face de um bloco de pedra. O espaço era

lama, solo e ar." (MLODINOW, 2010, p. 29). Para os egípcios, a geometria tinha um sentido prático, político, o de medir as terras para os faraós cobrarem os impostos.

Os estudiosos gregos, entretanto, estavam preocupados com o conhecimento em si, e como grande observadores do universo que os rodeava, criaram um método de raciocínio lógico dedutivo, concebendo o espaço de forma abstrata (ponto, linhas, planos, retas), que permitiu avançarem no conhecimento para compreensão das leis da natureza que regem o nosso mundo e o universo. A obra de Euclides, *Os Elementos*, é um exemplo dessa abstração matemática, e desempenhou "o papel de organizador e sistematizador da geometria conforme compreendida pelos gregos. Ele foi o arquiteto do primeiro relato abrangente sobre a natureza do espaço bidimensional através do raciocínio puro, sem nenhuma referência ao mundo físico". (IDEM, p. 40).

Depois vimos Descartes, que através da abstração matemática, imaginando um sistema de eixo de coordenadas para representar um ponto, uma linha ou um objeto no espaço tridimensional, permitiu que as equações algébricas pudessem ser mais bem compreendidas através da Geometria, denominada em matemática como Geometria Analítica.

Estes fatos e outros avanços nos estudos da Geometria e no conhecimento das leis da natureza do universo parece-me que demonstram que sem o rigor do raciocínio matemático e de suas abstrações, não seria possível o avanço no conhecimento e nem confiarmos em conclusões a respeito do espaço em que vivemos.

PROFESSORA - sexta, 5 Jun 2015, 16:33

Aluna 18:

A proposta do Fórum é relacionar o texto desta aula à colocação feita pelo autor na aula anterior.

O que você acha que Freudenthal quis dizer com "fundamentos mais sólidos"? "Espaço em que se vive" é um fundamento? O que você compreendeu sobre o espaço ser "suspeito para um genuíno matemático" se tomado como objeto de pesquisa física?

Comente!

ALUNA 5 - terça, 26 Mai 2015, 06:24

O conhecimento geométrico, como conhecemos hoje, nem sempre foi assim. A geometria surgiu de forma intuitiva e como todos os ramos do conhecimento, nasceu da

necessidade e da observação humana. O seu início se deu, de forma natural, através da observação do homem à natureza. Não há dúvidas da importância da Geometria na vida humana. O conhecimento geométrico revolucionou o saber, tornando-se o seu estudo, necessário à realização de grandes feitos nas áreas da construção e na partilha de terras. Quando dividimos a palavra Geometria, conseguimos chegar ao seu significado etimológico: geo (terra) + metria (medida), portanto, Geometria significa medida de terra.

ALUNA 3- terça, 26 Mai 2015, 12:07

Aluna 5, vou mais além da definição de geometria do que a etimologia da palavra, pois, na atualidade, a geometria nos resolve questões ligadas ao espaço e à forma que contribuem, significativamente, com os avanços tecnológicos do cotidiano.

PROFESSORA - sexta, 5 Jun 2015, 16:35

Aluna 5

Leia o comentário que fizemos na postagem da colega *aluna 18*.  
Comente!

ALUNA 8 - terça, 26 Mai 2015, 15:03

A geometria, tem contato com uma grande variedade de objetos e de situações. Trabalha-se no plano ou no espaço, com figuras planas ou com poliedros, podendo descobrir e explorar um grande número de propriedades e conexões. A relação entre situações da realidade concreta e situações matemáticas encontra na geometria inúmeros exemplos e concretizações. · A geometria é uma fonte de problemas de vários tipos: de visualização e de representação; de construção e de lugares geométricos; envolvendo transformações geométricas; em torno das ideias de forma e de dimensão, onde são utilizados vários domínios da Matemática.

As atividades investigativas em geometria conduzem à necessidade de se lidar com diversos aspectos essenciais da natureza da própria Matemática. Formular e resolver problemas, fazer questionamentos, testar afirmações, para validar ou para refutar os resultados, procurar generalizações e comunicar descobertas.

É na geometria que surgem oportunidades para se discutir o papel das definições e para se examinar as consequências de se adaptar uma ou outra definição, assim como para se compreender a natureza e o valor da demonstração em Matemática. Além disso, a geometria oferece numerosas ocasiões para conhecer exemplos sugestivos da história e da evolução da Matemática.

PROFESSORA - sexta, 5 Jun 2015, 16:37

Aluna 8:

Complemente sua participação lendo e comentando nossa resposta à postagem da colega 18.

Aguardamos você!

ALUNA 2 - domingo, 31 Mai 2015, 20:30

Todas as ciências foram criadas pela ação do homem em seu meio.

Todas as ciências surgiram da observação e da interação do homem, sendo, posteriormente, teorizadas, a fim de tornar-se conhecimento para toda humanidade.

Assim, a Matemática, da mesma forma, surge da necessidade e da observação do homem no seu meio, portanto deixá-la próxima da realidade facilita o seu entendimento. Porém, não podemos deixar de lado a constituição dos saberes já sistematizados pela humanidade, inclusive para contribuir com ela.

PROFESSORA - sexta, 5 Jun 2015, 16:39

ALUNA 2

Complemente sua participação lendo e comentando a nossa resposta à postagem da colega 18.

Espero ver seus comentários aqui no Fórum!

b) Postagens – Turma 2:

ALUNA 21 - quarta, 22 Jul 2015, 18:55

Bem...vamos tentar nos colocar no lugar de um "genuíno matemático" e nos apropriar, provisoriamente, de seu tipo de raciocínio de acordo com minhas concepções do que seja tal profissional. Se a Geometria pede por fundamentos mais sólidos do que o espaço em que se vive, cabe aos matemáticos investir nas ideias que possam distinguir seus meios e seus fins. Afinal, a Geometria não dispensa o espaço em que se vive, não se torna prisioneira dele e muito menos se atém somente a ele. Como matemáticos, poderiam estudar com o espírito curioso e investigativo e demonstrar em seus estudos como ela é imprescindível para os demais conhecimentos matemáticos e como ela influencia outras áreas do saber de modo fundamental. Ir além daquilo que se supõe tão óbvio, inclusive como partir do meio físico para o pensamento mais elaborado, porque como um objeto de pesquisa física, não dispensa a cientificidade. Propor mudanças, inclusive, no modo como os professores poderiam realizar abordagens significativas no ensino daquilo que eles são mestres.

Considerando um genuíno matemático, são exemplos aqueles que, ao estudar um dos pontos fundamentais da teoria de Euclides, descobriram um novo conhecimento inovador e tais convicções serviram de incentivo para não negá-la, mesmo com toda pressão da comunidade acadêmica da época. A responsabilidade de tais cientistas eram com os conhecimentos e não com os julgamentos. Ir além do senso comum era o grande desafio.

Então, se são necessários fundamentos mais sólidos e tal competência seria de uma comunidade científica matemática, cabe-nos perguntar: Por onde anda a responsabilidade daqueles que vivem para a Geometria atualmente?

PROFESSORA - terça, 28 Jul 2015, 20:58

Vamos lá, aluna 21. Vou precisar de sua ajuda para entender sua participação.

A provocação do fórum é: Explique o que você entende em: “Geometria, realmente, é matemática, e tal como ela, pede por fundamentos mais sólidos do que o espaço em que se vive, o qual, pelo menos como um objeto da pesquisa física, é suspeito para um genuíno matemático”.

A sua resposta:

Bem...vamos tentar nos colocar no lugar de um "genuíno matemático" e nos apropriar, provisoriamente, de seu tipo de raciocínio, de acordo com minhas concepções, do que seja tal profissional. Se a Geometria pede por fundamentos mais sólidos do que o espaço em que se vive, cabe aos matemáticos investir nas ideias que possam distinguir seus meios e seus fins. Afinal, a Geometria não dispensa o espaço em que se vive, não se torna prisioneira dele e muito menos se atém somente a ele.

Acho que até aqui a provocação está respondida.... não?

Mas continua uma pergunta: Geometria, realmente, é matemática? Você concorda com Freudenthal nessa afirmação? E como tal necessita de fundamentos mais sólidos? A que fundamentos o autor pode estar se referindo?

Ele diz também que os matemáticos a considerariam suspeita *como objeto físico*. Você concorda? O que você compreende?

ALUNA 21 - quarta, 29 Jul 2015, 17:58

Claro que Geometria é Matemática e é, exatamente, por isso que sua fundamentação deixa, como coloca o autor, a desejar. Por quê? Bem, a comunidade acadêmica, na maioria das vezes, coloca questões que parecem pertencer a campos diferentes. Por exemplo: a geometria é uma área do saber e a Física é outra. Então, pergunto: Pode a Física existir sem a Geometria? Não preciso ser um genuíno matemático para responder a esta questão. Claro que não. O resgate da importância da geometria e sua demonstração caberia aos genuínos matemáticos? Sim, porque o autor coloca isso quando faz disso uma certa ironia, não?

A suspeita como objeto físico, se deve ao método cartesiano? às questões relacionadas às sensações, às percepções e aos juízos de valor? Mas o próprio autor coloca que ela é abstração e compara esse fato com os números. Números existem? Não, é uma criação mental, um ato intelectual, tal qual a geometria.

ALUNO 22 - segunda, 27 Jul 2015, 15:03

Boa tarde!

Ao meu ver, mesmo nas mais simples regras e nas sequências lógicas, nas definições, nos conceitos e nas resoluções de problemas e, até mesmo, aqueles sem conexão, para leigos ou não, voltados para a área de exatas, deve-se ter a certeza e aprofundar em fundamentos mais sólidos.

No entanto, é como disse o autor "as cercas caíram" e aí o verdadeiro matemático desconfia e acaba por aprofundar em novos conceitos, sem, é claro, desconsiderar o já existente.

Assim, creio que se pode relacionar a geometria como matemática em seus fundamentos e métodos de pesquisa com o espaço em que vivemos, bem como a conexão entre os diversos conceitos matemáticos.

## **FÓRUM SOBRE O RESUMO DAS AULAS 1 E 2**

*Postagens:*

Na ocasião, ainda estávamos tentando a comunicação síncrona entre professora e alunos por meio do "Hangouts on-air" com todos online ontime. Assim, não houve fórum específico para este encontro. Os comentários eram feitos pelos alunos, quando estavam em conexão.

### **3) MÓDULO 1 - (RE) CONSTRUINDO CONCEITOS / Aula 3 - O OBJETO MENTAL**

#### **FÓRUM 1.3.1**

*Proposta:* Considerando as possibilidades apresentadas pelo autor a respeito do significado de "représentation" para Piaget-Inhelder (concepção, abordagem conceitual, ideia, intuição), o que você compreendeu sobre "objeto mental", do modo pelo qual assim o denomina o autor?

*Postagens*

ALUNA 18 - sexta, 29 Mai 2015, 18:45

Objeto mental é a representação mental que se faz de um objeto. Para o autor, os objetos geométricos (triângulos, quadrados, etc.) para serem representados, mentalmente, não necessitam de uma base conceitual a respeito. Esta é uma vantagem que a Geometria oferece em relação aos demais objetos matemáticos, como números, por exemplo, que depende, para

realização de operações, ou mesmo para leitura de números maiores, de domínio de conceitos lógicos matemáticos.

Os triângulos, em geometria, têm o mesmo formato, então um triângulo serve de base para identificar os demais triângulos, pois não mudam, essencialmente, no formato (têm três lados, três ângulos). Triângulo serve de paradigma para o que se denomina em geometria como triângulo. Segmentos de reta, uma vez visualizado um, todos os demais serão parecidos e, portanto, segmentos de reta são paradigma para segmentos de reta. "Pode-se explorar amplamente o domínio geométrico sem formar conceitos, tão amplamente que, finalmente mais conceitos maduros caem em sua volta." (p. 4). Seria a descoberta observada através da manipulação e da inferência possível de realizar sem a necessidade de demonstração pela geometria euclidiana.

ALUNA 8 - segunda, 1 Jun 2015, 08:24

Segundo o autor, o “objeto mental” é a representação ou seja o desdobramento real no seu desdobramento simbólico, não sendo fácil entender a maneira como esse objeto se constitui, pois o acesso à representação depende do acesso ao conhecimento que transcende à aparência das coisas.

Concordo com a aluna 18, quando diz que, na geometria, os objetos representados, mentalmente, não necessitam de base conceitual a respeito. No exemplo de triângulos como objeto mental, nesse paradigma observamos, que caso o aluno, não tenha conseguido formar o conceito de triângulo, por exemplo, pensam em triângulos em geral, não apenas em triângulos isósceles, triângulos equiláteros e outros. Pode não saber falar sobre seus atributos, mas pode reconhecer um triângulo. E ele pode apenas dar um único exemplo, pois desconhece as variações de triângulos existentes.

PROFESSORA - segunda, 8 Jun 2015, 08:03

Aluna 8:

Como uma pessoa pensa num triângulo independente de seus atributos? O que seria um triângulo para essa pessoa?

Comente!

PROFESSORA - segunda, 8 Jun 2015, 07:53

Aluna 18:

O que você compreendeu sobre "objeto mental"?

Freudenthal relata o que ele apreendeu das concepções de "representação", fornecidas por Piaget e outros autores, preferindo chamar esse conceito de "objeto mental".

E você?

ALUNA 18 - quarta, 10 Jun 2015, 07:50

Não sei se estou correta, mas o que entendi é que, para Freudenthal, a criança pode se apropriar da ideia do que seja um retângulo por exemplo, a partir de um desenho de um retângulo e pode buscar identificá-lo em objetos concretos à sua volta ou outros desenhos de retângulos, sem necessidade de diferenciar que os lados paralelos têm o mesmo tamanho, que os ângulos são congruentes e são retos, que tem quatro lados, que os "cantos" formam os vértices. Mas é possível que se confunda se apresentarmos um desenho de um paralelogramo, cujos ângulos não são retos. Assim como há grande confusão, não só com as crianças, mas com adultos quando se pede para diferenciar um losango de um quadrado (quando é necessário ficar atento não só ao que aparenta ser o losango, mas aos ângulos). Assim, a partir do objeto mental (como a criança pensa sobre o objeto, e o representa ou o identifica), é possível avançar para outros conceitos geométricos dentro do espaço geométrico.

ALUNA 12- segunda, 1 Jun 2015, 09:33

O objeto mental passa a existir, quando é formada uma imagem através dos circuitos cerebrais disponíveis (pensamentos). Para o autor, a Geometria tem como vantagem o uso dos objetos mentais por trabalhar com o espaço e os objetos. Quando compara com a representação do número, percebe-se bem essa diferenciação, pois até é possível trabalhar com determinadas representações de quantidades, mas este apoio não é suficiente no mundo quantitativo.

PROFESSORA - segunda, 8 Jun 2015, 07:55

Aluna 12:

Ao trabalhar números e ao representar quantidades, o sujeito não produz uma ideia disso em seu cérebro? Os números são representados apenas concretamente?

Comente!

ALUNA 5 - segunda, 1 Jun 2015, 13:47

Na formação do objeto mental, o desenho, associado ao objeto geométrico, desempenha papel fundamental. Para o aluno, nem sempre é de todo claro que o desenho é apenas uma instância física de representação do objeto.

Um dos principais problemas encontrados no ensino de geometria é a dificuldade de visualização de objetos geométricos, sejam eles planos ou espaciais, sendo importantes na construção e na exploração de conceitos matemáticos, pois enquanto: observação das formas geométricas constitui-se em espaço que exige a descrição e a comparação das formas geométricas, resgatando as suas semelhanças e as suas diferenças, possibilitando, dessa forma, a construção do objeto mental, o que possibilitará ao aluno pensar no objeto geométrico, na sua ausência, distinguindo as suas características conceituais e figurais. (GARCIA, 2006, p. 01)

PROFESSORA - segunda, 8 Jun 2015, 08:00

Aluna 5:

Trazer outros autores para dialogar com Freudenthal pode ser útil, se esses autores seguirem o mesmo raciocínio desse matemático. Fica perigoso misturar conceitos.

Você acha que falar em "objeto mental" é o mesmo que "représentation" de Piaget? Freudenthal cita também outros conceitos que ele diz serem correlatos ao que denomina "objetos mentais".

Para você, o que são "objetos mentais"?

Comente!

ALUNA 3 - segunda, 1 Jun 2015, 13:55

Que os objetos mentais conceituam a Geometria por meio de desenhos que podem, inclusive, dispensar formalidades da geometria tradicional.

PROFESSORA - segunda, 8 Jun 2015, 08:06

Aluna 3:

Por favor, explicita melhor a sua colocação.

Não compreendi: "os objetos mentais conceituam a Geometria por meio de desenhos".

Ao "dispensar formalidades da geometria tradicional", podemos obter objetos pertencentes a outra geometria? O que você chama de "geometria tradicional"?

Comente.

ALUNA 2 - domingo, 5 Jul 2015, 20:44

Objetos mentais: as intuições, as representações

PROFESSORA - quarta, 15 Jul 2015, 15:27

Aluna 2:

Por favor, elabore melhor a sua resposta.

### **FÓRUM 1.3.2**

*Proposta:* "... geometria é o campo onde se pode frutuosamente olhar para os sintomas dos processos de aprendizagem". Comente este trecho retirado do texto, exemplificando, por meio de possíveis atividades com alunos, o que você compreendeu a esse respeito.

*Postagens:*

ALUNA 18 - domingo, 31 Mai 2015, 13:35

Freudenthal descobriu a ideia de que a criança se apropria do campo conceitual no domínio geométrico, através da simples manipulação de objetos, ou das representações mentais ou gráficas (desenhos) que dele faz, mas sim, que a Geometria é um campo que oferece a possibilidade de compreensão de objetos geométricos, através de imagens, de desenhos, da manipulação de objetos concretos, sem a necessidade preliminar de se estabelecer conceitos, ou usar o formalismo da geometria tradicional, como se requer em outras áreas da matemática.

Considerando estas razões e mais a expectativa dos estudiosos da revelação de instrumentos linguísticos relativos e mais ferramentas linguísticas simbólicas no campo da Geometria, o autor conclui que a geometria é um campo fértil de pesquisa para os sintomas de aprendizagem, que pode produzir grandes e bons resultados. Ressalva, entretanto, que os resultados dessas pesquisas podem ficar comprometidos pelas próprias limitações do pesquisador na sua formação em geometria.

Este convite agora feito, para olharmos para os processos de representação mental que os alunos fazem dos objetos geométricos, e daí podermos perceber com mais clareza em que estágio do seu desenvolvimento cognitivo estão, pareceu-me muito instigador e apropriado para a compreensão do estágio de desenvolvimento dos nossos alunos em matemática e, a partir deles, propor estratégias de intervenção.

Como meus alunos estão concebendo os objetos geométricos? Conseguem representá-los? Em que nível de representação estão? Numa fase concreta em que apenas os reproduzem, através de desenhos, sem estabelecer outras relações com esse objeto? Ou já conseguem perceber relações, propriedades? E se já atingiram este desenvolvimento, estão aptos a transferir essas representações mentais para outras situações-problema? Estão aptos a formular ou a compreender os conceitos no campo da Geometria?

A minha experiência em sala de aula, tem mostrado que os alunos em sua grande maioria, chegam ao Ensino Fundamental II com noções de objetos geométricos, com noções parciais de deslocamento no espaço, mas sem conseguir transitar pelas outras áreas de matemática, relacionando esses prévios conhecimentos. A reversibilidade do pensamento não está formada.

Sabem por exemplo, que um quadrado é uma figura que tem 4 lados iguais; mas, se for contextualizada a situação: D. Maria vai colocar uma fita em todo o contorno de uma toalha quadrada. Quantos centímetros de fita precisa comprar, sabendo que o comprimento dessa toalha mede 160 centímetros? Ou mesmo, nessa mesma situação, se for apresentado um

desenho de uma toalha quadrada para facilitar a compreensão, mas anotando apenas a medida em um dos lados, a grande maioria sente dificuldade em reconhecer que se é um quadrado, então, todos os lados têm medidas iguais.

Assim, sabem reconhecer figuras planas como triângulos, quadrados, círculos, seja através de desenho ou dos objetos disponíveis na sala de aula. A grande maioria já construiu objetos tridimensionais em cartolina (mas poucos sabem representar através de desenho), alguns aprenderam a nomenclatura utilizada em geometria como aresta, face, vértice, mas têm dificuldade de associar ponto à vértices, e não sabem o que é um segmento de reta para associar com as medidas das arestas. Reconhecem o cubo mas não sabem a distinção entre um cubo e um prisma retangular ou bloco retangular.

Dessa forma, é necessário propor atividades que além de reforçar a construção e a importância de desenhos para representar o que aprenderam, instigue a pesquisa para fazer inferências a respeito das características quanto a sua forma e a sua relação com o espaço em que se vive. Por exemplo: que figuras usar para preencher um plano totalmente? Por que a maioria das caixas nos supermercados têm forma de bloco retangular?

O trabalho em grupo tem se mostrado apropriado para a realização dessas indagações, visto que não figura como imposição do professor, mas como uma discussão entre os pares.

PROFESSORA - segunda, 8 Jun 2015, 08:14

Aluna 18:

Sua contribuição foi excelente!

Você pode nos relatar como as experiências em sala de aula mostraram a evolução do raciocínio matemático em seus aluno? Você tem relatos dessas experiências?

ALUNA 2 - domingo, 5 Jul 2015, 21:41

Concordo com você aluna 18, a maioria dos alunos chega no Fundamental II, com noções de sólidos, simplesmente como objeto, nada a mais, nenhuma relação. Estou fazendo análise de diretriz curricular e verifiquei (até mesmo com as professoras) que parece que geometria é apenas construir sólidos com aqueles modelos prontos atrás do livro...

ALUNA 8 -segunda, 1 Jun 2015, 08:55

Freudenthal (1973) diz-nos que questões como o que é a geometria? podem ser respondidas em diferentes níveis: em nível mais elevado, a geometria é uma certa parte da matemática de certo modo, axiomáticamente, organizada. Em nível mais baixo, a geometria é, essencialmente, compreender o espaço em que a criança vive, respira e se move. O espaço que a criança deve aprender a conhecer, a explorar, a conquistar, de modo a poder aí viver, respirar e mover-se melhor. Ainda, insiste na importância de que a matemática, quando vai ser aprendida, deveria estar intimamente ligada à realidade. “A geometria só pode ser cheia de significado se se explora a relação da geometria com o espaço experimentado”. Assim a geometria: - presta-se, à aprendizagem da matematização da realidade e para a realização de descobertas, que sendo feitas também “com os próprios olhos e mãos, são mais convincentes e surpreendentes”; - tem ainda a capacidade para fazer as crianças sentir, a partir da necessidade lógica das suas conclusões, “a força do espírito humano, ou seja, do seu próprio espírito”.

Usaria para exemplificar o texto com um recurso didático atual que é o ambiente computacional, pois, através dele, é possível a superação das configurações geométricas. Ele auxilia na elaboração das ideias, mudando a função do desenho, utilizando representações dinâmicas, ou seja, com imagens tridimensionais em movimento na tela do computador, os pensadores, sejam um geômetra ou uma criança, poderão utilizar uma nova linguagem, mais interativa que melhor representa as imagens que a mente cria. Nesse ambiente computacional, conseguimos aproximar a compreensão do espaço em que a criança vive e aliá-lo à realidade, fazendo experiências e verificando resultados.

ALUNA 18 - segunda, 1 Jun 2015, 19:51

Tânia, sem dúvida, sua complementação com relação ao atual recurso didático do ambiente computacional (infelizmente, não disponível, ainda, em muitas das escolas brasileiras ou, quando têm funcionam precariamente, como é o caso de minha escola) colaboram para a melhor compreensão do espaço tridimensional.

Mas, percebo que o espaço que antes a Geometria ocupava nas aulas de Artes, foi retirado e impactou em muito o aprendizado tanto de Geometria como o de Matemática, pois o professor de Matemática precisa dar conta de ensinar o desenho geométrico, os conceitos e,

via de regra, o desenho acaba sendo pouco explorado (o tempo nas aulas de matemática não foi acrescentado para o desenvolvimento desta habilidade). Há alunos que chegam ao 9º ano (estou falando de escolas públicas), sem nunca ter usado um compasso, sem nunca ter realizado um traçado de retas paralelas com régua, esquadro e/ou compasso. Sem nunca ter construído um ângulo com compasso.

E esta habilidade de construção de desenhos geométricos, tão importante para facilitar a compreensão dos conceitos geométricos, vai sendo perdida.

PROFESSORA - segunda, 8 Jun 2015, 08:20

Alunas 8 e 18:

O exemplo do trabalho com o computador ilustra uma possibilidade de se trabalhar o espaço a partir de uma representação real.

A construção de objetos geométricos com régua e compasso trabalha nessa mesma direção?

Seria esse o processo de aprendizagem da Geometria sobre o qual Freudenthal está se referindo?

Aguardamos seus comentários!

ALUNA 12 - segunda, 1 Jun 2015, 10:02

Como minha área não é a matemática, confesso que responder a questão apenas com a leitura do texto não foi muito confortável. Ajudaram-me bastante as respostas das colegas. Através dessas explicações, ficou mais fácil entender o texto e a questão. Pensando como professora de Fundamental I e observando as colocações da colega de Fundamental II, acredito que haja uma falha no trabalho desenvolvido com figuras tridimensionais, faltando um pouco de reflexão ao desenhar, ao montar e ao manipular tais formas, pois a atividade tem se mostrado superficial. É preciso repensar tal prática para que os conteúdos possíveis de serem trabalhados com esta atividade sejam, realmente, explorados e de forma significativa e sistematizada.

ALUNA 18- segunda, 1 Jun 2015, 20:34

Aluna 12, o problema não é só no Fundamental I, também continua no Fundamental II; pois, via de regra, não se atenta para a importância da apropriação dos conceitos no âmbito da geometria.

Os alunos estão na faixa etária entre 10 a 12 anos, quando chegam ao Fundamental II; portanto, saindo da fase concreta de pensamento para o abstrato. Cabe ao professor do Fundamental II complementar esse processo de aprendizado.

Parece que o autor quis esclarecer que é importante esta fase de visualização, de construção de objetos, mas ela, por si só, não significa que a criança se apropriou dos conceitos de geometria.

Isto só ocorrerá mais tarde, quando a criança já possuir um certo grau de abstração.

PROFESSORA - segunda, 8 Jun 2015, 08:28

Alunas 12 e 18:

Acredito que com as crianças do Fundamental I, desconsiderando que não possuem aprendizagem geométrica, o trabalho com a representação e com objetos mentais seja mais genuína e possibilite a percepção dos processos de aprendizagem com mais facilidade.

Sobra a questão da idade de maturação da abstração, que é uma tônica no trabalho de Piaget, Freudenthal faz uma crítica leve .... vocês percebem isso? O objeto mental como ele concebe tem mais de abstração do que concretude: vocês concordam?

Comentem!

ALUNA 5 - segunda, 1 Jun 2015, 13:48

A importância da construção do material concreto no ensino da Matemática está evidenciada na estimulação do interesse do aluno pelo conteúdo da disciplina, por intermédio de atividades significativas e prazerosas, despertando no aluno uma atitude de investigação, possibilitando enxergar o emprego da geometria no seu cotidiano.

A manipulação desses materiais e o desenvolvimento de atividades lúdicas com os alunos podem contribuir para progressos: aprendizagem da geometria, motivação e estímulo do conhecimento.

O futebol é uma das diversões presente no cotidiano do brasileiro e boa parte dos alunos nem imagina quanta matemática existe nos jogos de futebol. O campo de futebol é

repleto de figuras geométricas, pontos, retas, diagonais, ângulos, etc. A partir dele, é possível trabalhar com o cálculo de áreas, perímetros, diagonais e conversões de medidas.

Se refletirmos um pouco sobre o principal instrumento para a realização de um jogo de futebol, ou seja, a bola, podemos observar que sua confecção é realizada através de várias figuras geométricas. A bola de futebol é uma das curiosidades dentro do futebol, sua estrutura é constituída de 32 faces: 12 pentagonais e 20 faces hexagonais, chamada de icosaedro truncado. Podemos então estudar suas faces formadas por polígonos diferentes.

PROFESSORA - segunda, 8 Jun 2015, 08:31

Aluna 5:

Nossa provocação está mais afinada com a observação de processos de aprendizagem do que, propriamente, com a criação de atividades que promovam esse processo.

Então, não descartamos a atividade do jogo de futebol, mas gostaríamos que você nos relatasse como observa o processo de aprendizagem, quando desenvolve essa atividade com as crianças.

Aguardamos seus comentários.

ALUNA 2 - domingo, 5 Jul 2015, 21:33

Eu compreendi que podemos identificar problemas nos processos de aprendizagem, principalmente, no campo da geometria, onde se faz necessária uma compreensão do todo, do espaço, do referencial,...o que ocorre é que a criança já traz conceitos de sua vivência, de suas experiências e, na escola, estabelece-se um rigor científico nem sempre de fácil compreensão, então, essa criança apesar de trazer conhecimento, não consegue estabelecer a passagem do físico para o abstrato ou entre o experimental e o conteúdo escolar. Portanto, podemos identificar sintomas de dificuldade na aprendizagem, o que nos leva a refletir muito mais no processo de ensino.

PROFESSORA - quarta, 15 Jul 2015, 15:32

Aluna 2:

Comente o trecho retirado do texto, exemplificando, por meio de possíveis atividades com alunos, o que você compreendeu a esse respeito.

### **FÓRUM 1.3.3**

*Proposta:* Como você entende "educação geométrica", levando em conta a perspectiva do autor?

*Postagens:*

ALUNA 18 - domingo, 31 Mai 2015, 14:27

A "Educação Geométrica" inicia pelos objetos mentais geométricos, ou seja, através da visão, tato, percepção, o aluno é levado a reconhecer as diversas formas geométricas, o deslocamento no espaço em que vive, dentro de um contexto que está contido no espaço geométrico. Aos poucos, evoluindo para uma concepção mais abstrata desses objetos mentais, nesse espaço geométrico, o aluno deve aprender a estabelecer conceitos, relações, propriedades através de uma fundamentação matemática (definições, postulados, teoremas, representações gráficas e equações) que deve ser compreendida como necessária para garantir a cientificidade dessas conclusões, para afastar a ilusão de afirmações, baseadas apenas nos cinco sentidos, que podem levar a conclusões distorcidas ou falsas, se não passar pelo crivo da análise rigorosa matemática.

Numa fase posterior, esses objetos geométricos vão ser colocados em outros espaços, como do Física, da Engenharia, da Astronomia, da Biologia, das Artes, etc..., mas em primeiro lugar, devem estar, nomeadamente, dentro do espaço geométrico em seus diversos contextos.

ALUNA 3 - segunda, 1 Jun 2015, 14:07

A Educação Geométrica se dá através dos objetos mentais, da percepção das formas por meio de desenhos, independentemente do início do ensino, quando a criança começa a ter noção de espaço.

ALUNA 18 - segunda, 1 Jun 2015, 21:24

Aluna 3, está correta sua colocação quando diz que, independente do nível, a educação geométrica necessita de objetos mentais, inclusive de saber representá-los, mas só conhecer formas e ter noção do espaço não significa que a pessoa se apropriou dos conceitos geométricos, ou seja, não completou sua educação geométrica.

PROFESSORA - segunda, 8 Jun 2015, 08:36

Aluna 18:

Não compreendi esta parte: "...inicia pelos objetos mentais geométricos, ou seja, através da visão, do tato, da percepção, o aluno é levado a reconhecer as diversas formas geométricas, o deslocamento no espaço em que vive, dentro de um contexto que está contido no espaço geométrico." Você pode explicitar?

Os objetos mentais se tornam mais abstratos? Também ficou obscuro para mim. Como?

ALUNA 8 - segunda, 1 Jun 2015, 09:45

Segundo Freudenthal, o desenvolvimento das ideias geométricas progride numa hierarquia de níveis. Primeiro, os alunos aprendem a conhecer globalmente as formas, procedendo depois à sua particularização através da análise das propriedades relevantes de cada uma. O desenvolvimento geométrico, no processo de ensino-aprendizagem, deve decorrer respeitando estes níveis.

Então, a Educação Geométrica seria um meio eficaz para modelagem da realidade em contraponto com a perspectiva que propõe meramente a resolução de problemas reais. Além disso, ela tem cada vez mais coincidido com o campo do ensino-aprendizagem, no qual variadas abordagens procuram diversificar as ações educativas, evitando assim a hegemonia de uma única visão.

Acredito que educadores não devem se acomodar. É preciso estar em constante atualização, acontecendo, fazendo mudança, pois, "ao ser consciente, nos tornamos seres de práxis, de ação e reflexão, pois constatando, refletimos para mudar, não para nos adaptarmos. A mudança implica rupturas, lentas ou bruscas do que parece acabado e pronto". (SCHERER, 2005).

ALUNA 18- segunda, 1 Jun 2015, 21:05

O reconhecimento da Geometria como um meio eficaz para o aprendizado em matemática "em contraponto com a perspectiva que propõe meramente a resolução de problemas reais", foi um aspecto muito bem lembrado, pois recoloca a geometria no lugar que deveria ocupar.

PROFESSORA - segunda, 8 Jun 2015, 08:43

Aluna 8:

Diga-nos: De que obra se trata SCHERER (2005)? Seu autor concorda e segue o pensamento de Freudenthal? Ele o cita? É importante que não nos desviemos do autor que estamos estudando. Observe que, em geral, as perguntas são formuladas, relacionando o pensamento de Freudenthal.

Quanto à sua contribuição, ela está ótima! Lembre-se, apenas, que Freudenthal trabalha com a Matemática Realística, ou seja, aquela que é percebida na realidade.

ALUNA 2 - domingo, 5 Jul 2015, 22:03

Realmente, esqueci de citar essa importância, o desenvolvimento do pensamento geométrico na resolução de problemas reais

ALUNA 5- segunda, 1 Jun 2015, 14:46

A educação geométrica é um ramo da matemática, importante tanto como objeto de estudo quanto como instrumento para outras áreas. Tem por elemento o estudo do espaço e das formas (planas e espaciais) com as suas propriedades. Para se justificar a importância da geometria, bastaria o contexto de que tem função essencial na formação dos indivíduos, pois permite uma interpretação mais completa do mundo, uma comunicação mais abrangente de ideias e uma visão mais equilibrada da matemática.

Freudenthal (1973) diz-nos que questões como o que é a geometria? podem ser respondidas a diferentes níveis: no nível mais elevado, a geometria é uma certa parte da matemática, de certo modo, axiomáticamente, organizada. Em nível mais baixo, a geometria é

essencialmente compreender o espaço em que a criança vive, respira e se move. O espaço que a criança deve aprender a conhecer, a explorar, a conquistar, de modo a poder aí viver, respirar e mover-se melhor. Ainda, insiste na importância de que a matemática quando vai ser aprendida, deveria estar intimamente ligada à realidade. “A geometria só pode ser cheia de significado se se explora a relação da geometria com o espaço experimentado”. Assim, a geometria: - presta-se, à aprendizagem da matematização da realidade e para a realização de descobertas, que sendo feitas também “com os próprios olhos e mãos, são mais convincentes e surpreendentes”; - tem, ainda, a capacidade para fazer as crianças sentirem, a partir da necessidade lógica das suas conclusões, “a força do espírito humano, ou seja do seu próprio espírito”.

ALUNA 18- segunda, 1 Jun 2015, 21:39

Aluna 5, sua colocação e das demais colegas completaram muito bem o entendimento sobre a Educação Geométrica, reforçando os aspectos estudados nas aulas anteriores.

PROFESSORA - segunda, 8 Jun 2015, 08:48

Aluna 5:

A Educação geométrica é um **ramo** da Matemática, considerando a Matemática uma **árvore**? Ao se referir dessa maneira, você está separando os "ramos" da ciência como entidades dissociadas, como ramos em uma árvore?

Pense nisso!

Comente!

ALUNA 2 - domingo, 5 Jul 2015, 21:58

Educação geométrica deveria ser o desenvolvimento do pensamento geométrico da criança, levando em consideração a sua intuição, sua imaginação e o que é percebido pelo que ela vê ou da forma que vê na sua realidade. Então, partindo de seu conhecimento, apropriar-se de novos conceitos para poder estabelecer novas opiniões, novas conjecturas.

PROFESSORA - quarta, 15 Jul 2015, 15:33

Ótimo, aluna 2.

Obrigada.

#### 4) MÓDULO 1 - (RE) CONSTRUINDO CONCEITOS /Aula 4 - CORPOS RÍGIDOS E CAIXAS

##### FÓRUM 1.4.1

*Proposta:* Descreva situações em que você percebe o surgimento de contextos geométricos na "geometria de corpos rígidos, congruentes e reprodutíveis", conforme a explicação dada pelo autor.

*Postagens:*

ALUNA 18 - sexta, 5 Jun 2015, 10:57

De acordo com o autor, o reconhecimento de objetos geométricos dentro do contexto da geometria euclidiana, como objetos mentais são feitos de forma mais simples do que objetos não-geométricos, como árvores, animais, cores, nuvens.

Dentre os contextos geométricos, dados como exemplo pelo autor, temos:

**Retilinearidade:** presente no próprio corpo humano pela postura reta, caules das plantas, caminho mais curto, ferramentas como lança, as ações sugerem retilinearidade: varas, pinos, aros, bordas, caminhos, dobras, cortes, cordas esticadas. Além de todos esses exemplos, podemos encontrar na sala de aula, a régua, a borda da lousa, o comprimento da parede, o encontro das paredes, as linhas do caderno, etc.

**Planicidade:** observada pela pavimentação em pedras, pisos, paredes, tetos, mesas, bancos, telhados, galpões, caixas, tampas. Acrescento: folha de papel, folha de cartolina, a lousa, etc.

**Paralelismo:** a planicidade confrontada com o **paralelismo**, novamente com bordas de objeto, estradas, portões, malhas de fio, paliçadas, fileiras de casas. Poderia ser as ruas de um bairro, das bordas de objetos como borracha, da porta, da borda de portas de armários, etc.

**Perpendicularidade:** sugerindo ângulos retos, dos objetos. O fio de prumo, usado pelos pedreiros para deixar as paredes retas, o canto de janelas, o canto da base das caixas ou tampas.

**Simetria** - uma transformação geométrica no plano permite que se obtenha um ponto P' a partir de um outro P mediante uma regra. Um movimento é uma transformação geométrica que conserva as distâncias e os ângulos. Ao aplicar um movimento em um plano sua forma e seu tamanho se mantém. São movimentos no plano: as translações, as reflexões ou simetrias, e as rotações.

Podemos percebê-las no espelho, na reprodução de um desenho, utilizando um vidro espelhado que reflete a pintura que está colocada do outro lado do papel. Nas translações que conservam ângulos e movimentos, como numa asa delta, nos mosaicos (polígonos) que se repetem e se encaixam sem deixar espaços vazios, nos frisos ou barras de desenho de uma figura que se forma por translações sucessivas do mesmo objeto base (friso do arqueiro, um dos mais famosos). Nas bonequinhas russas que se encaixam uma dentro da outra (mantendo a similaridade e a proporcionalidade) e, ainda, nas artes, temos as pinturas de Mauric Cornelis Escher (1898-1972), por exemplo, cuja obra dá a sensação de movimento, como se os objetos estivessem saindo do papel e entrando no mundo tridimensional.

**Círculos** - secções de árvores, sol e lua cheia. A roda com objetos redondos. Um vaso redondo, o lápis na extremidade sem a ponta, o orifício do apontador, um CD, as latinhas de alumínio de refrigerante, de suco, etc.

**Objetos arredondados ou redondos** - bolas, sugerem a esfera. Um cone é um chapéu de palhaço. O funil que pode representar um cone. A casquinha de sorvete.

**Congruência e semelhança** – além do que já vimos, são ensinados através da produção natural (flores, folhas); artesanato (bordados, trabalhos de crochê, jogos como o tangram, pentaminós, o cubo mágico, etc.) e industriais (embalagens, brinquedos, máquinas, veículos).

Enfim, um mundo à nossa volta que nos permite, através da intuição, reconhecer os objetos geométricos desde a mais tenra idade.

PROFESSORA - segunda, 8 Jun 2015, 09:07

Aluna 18:

Você diz: "De acordo com o autor, o reconhecimento de objetos geométricos dentro do contexto da geometria euclidiana, como objetos mentais são feitos, de forma mais simples do que objetos não-geométricos: como árvores, animais, cores, nuvens."

Nos seus exemplos, há objetos da natureza. Eles são não-geométricos? A que geometria eles pertencem?

Comente!

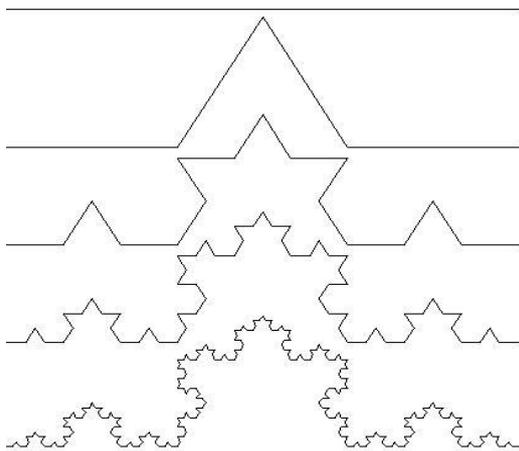
ALUNA 18 - segunda, 8 Jun 2015, 15:09

Embora não tenha profundidade nesse estudo de Geometria, elementos da natureza vem sendo estudados através da Geometria dos Fractais, por apresentarem auto-similaridade, ou seja, os padrões se repetem indefinidamente.

- Fractal -> Benoit Mandelbrot introduziu o termo Fractal em 1975, para denominar uma classe especial de curvas definidas recursivamente, que produzem imagens reais e surreais. Uma estrutura geométrica ou física tendo uma forma irregular ou fragmentada em todas as escalas de medição.

Na geometria de fractais determinísticos, os objetos estudados são subconjuntos, gerados por transformações geométricas simples do próprio objeto nele mesmo.

O objeto é composto por partes reduzidas dele próprio.



<http://www2.ic.uff.br/~aconci/aula1.html>

ALUNA 5- segunda, 8 Jun 2015, 15:12

**Retilinearidade:** no ambiente natural do homem exemplificado pela postura reta, os membros esticados – braços, pernas, dedos – os caules das plantas e dos troncos de árvores, bem como o caminho reto, que é o mais curto, o mais direto. Objetos: Varas, pinos, aros, bordas, caminhos, dobras, cortes, cordas esticadas.

**Planicidade:** A medição da planicidade é uma das principais medições para determinar a uniformidade de uma superfície. Uma superfície é totalmente plana, quando todos os seus pontos estão no mesmo plano. Exemplos: pavimentação em pedras, pisos, paredes, tetos, mesas, bancos, telhados, galpões, caixas, tampas.

**Paralelismo:** Na geometria, paralelismo é uma noção que indica se dois objetos (retas ou planos) estão na mesma direção. bordas dos objetos, estradas, portões, nas divisões do plano, nas malhas de fios, paliçadas, fileiras de casas.

**Círculos:** Se nós fizermos uma circunferência e preenchermos todo o seu interior, ela se tornará um círculo. Este, por sua vez, é formado por uma circunferência e pelos infinitos pontos que preenchem seu interior. Observe que o círculo é uma figura plana assim como a circunferência. Ex.: Uma pizza representa um círculo, pois sua extremidade é uma circunferência e seu interior é preenchido, secções de arvores, sol e lua cheia, horizonte

**Congruência e semelhança:** A congruência é um conceito geométrico. Em geometria, duas figuras são congruentes se elas possuem a mesma forma e o mesmo tamanho. Mais formalmente, dois conjuntos de pontos geométricos são ditos “congruentes” se, e somente se, um pode ser transformado no outro por isometria, ou seja, uma combinação de translações, rotações e reflexões. O conceito associado de similaridade admite uma mudança no tamanho entre duas figuras similares. Ex.: produção natural, artesanato.

**Simetria:** uma figura geométrica diz-se simétrica se for possível dividi-la por uma reta, de forma que as duas partes obtidas se possam sobrepor por dobragem. Ex.: borboleta

**Cone:** chapéu de palhaço

**Esferas e cilindros:** bolas e brinquedos rolantes

PROFESSORA - terça, 9 Jun 2015, 07:01

Aluna 5:

Obrigada por sua contribuição!

Dê uma olhada na resposta da colega 18 e faça comentários. Será interessante vocês conversarem sobre as características tratadas.

ALUNA 2 - segunda, 6 Jul 2015, 07:46

A atividade pede para descrever situações em que eu percebo o surgimento de contextos geométricos na "Geometria dos corpos rígidos,...", ou seja, na Geometria Euclidiana. Penso que repetir alguns exemplos nada contribuirá, a não ser sobre a retilinearidade, a queda livre dos corpos; outros contextos como planicidade, círculo, retangularidade, parecem "intrínsecos" em nós. Porém, quando se ignora o objeto mental e se considera apenas o conceito (dentro da geometria euclidiana), corremos um grande risco em distanciar, cada vez mais, a Geometria do aluno. Os objetos mentais são "encaixados", forçados sobre nós pela geometria euclidiana e, então, fazemos com que o aluno veja a natureza através dos óculos euclidianos e não como realmente ela é.

PROFESSORA - terça, 14 Jul 2015, 13:16

Aluna 2:

A "Geometria dos corpos rígidos" é a "Geometria Euclidiana"?

Como um contexto fica "implícito em nós"? Ou ele já está lá? Desde quando?

Como ignorar o objeto mental? O concreto está na Geometria euclidiana?

Ao dizer que os objetos mentais são encaixados, acredito que você não os compreendeu. Fale mais sobre isso!

#### **FÓRUM 1.4.2**

*Proposta:* Relacione objetos mentais constituídos e objetos geométricos, reconhecidos na educação geométrica, conforme indica o autor a partir da congruência e da semelhança.

*Postagens:*

ALUNA 18 - sábado, 6 Jun 2015, 17:42

O autor reforçou que no mundo, como nós o visualizamos, as primeiras e principais coisas são corpos no espaço e sua congruência ou semelhança, que podem ser feitas explicitamente, a partir das necessidades que sentimos, acrescentando que, claramente, essas relações podem ser estendidas para todo o espaço (aula 4, p. 4).

Em Geometria, diz-se que duas figuras são semelhantes se possuem a mesma forma, ou seja, se seus ângulos internos correspondentes forem congruentes e seus lados correspondentes forem proporcionais. Dizemos que duas figuras são congruentes, quando possuem a mesma forma e tamanho.

No nosso mundo, estamos cercados de objetos geométricos semelhantes e congruentes, pois a proporcionalidade produz beleza e harmonia, além de, em determinados casos, influenciar na economia de material e, conseqüentemente, em custos. Repetição de formas como quadrados, triângulos equiláteros, hexágonos são observados na confecção de cerâmicas, no ladrilhamento de pisos, de paredes. Nas construções: prédios, mantendo o mesmo padrão de janelas e de portas, sendo o mais comum o formato retangular, nas duas folhas de uma janela; nos objetos e utensílios domésticos. Nas portas e janelas de veículos (há correspondência entre o lado direito e o esquerdo). No avião, as suas asas. Numa sala de aula, as carteiras têm o mesmo formato, sua base, geralmente, lembra polígonos, como retângulo ou hexágono irregular. Na triangulação da estrutura de torres e de pontes. E, assim, uma infinidade de exemplos que podem levar a apreender a semelhança e a congruência de objetos.

PROFESSORA - segunda, 8 Jun 2015, 09:12

Aluna 18:

Nossa provocação foi: "Relacione **objetos mentais constituídos** e **objetos geométricos reconhecidos na educação geométrica**, conforme indica o autor, a partir da congruência e da semelhança."

Você relacionou objetos da vida cotidiana com objetos geométricos. Onde você identifica nas relações que nos exemplificou os objetos mentais?

Comente!

ALUNA 18 - segunda, 8 Jun 2015, 17:20

Ao representar as gavetas de um armário, o objeto mental percebe que os retângulos têm a mesma medida e se "reproduzem", mantendo a mesma distância uma das outras (lados paralelos congruentes e ângulos retos (congruentes)).

Numa torre, visualmente, percebe-se que os triângulos que fazem sua sustentação são congruentes e têm seus lados proporcionais.

Num ladrilhamento, os polígonos são regulares (mesma medida) e há um deslocamento retilíneo, mantendo os lados paralelos congruentes e os ângulos congruentes. Pode-se rotacionar, transladar para o plano ficar totalmente preenchido.

PROFESSORA - terça, 9 Jun 2015, 07:04

ALUNA 18

O que você compreendeu de "objetos mentais"?

Conte-nos, com as suas palavras.

ALUNA 18 - quinta, 11 Jun 2015, 05:46

Havia compreendido que objetos mentais era a forma como a criança ou mesmo qualquer pessoa percebia um objeto geométrico, podendo ser orientada para tal percepção. Por exemplo, ao mostrar um triângulo, ela conseguiria reconhecê-lo entre outras figuras que não eram triângulos, mesmo não lhe dando pistas mais completas de que há triângulos diferentes e classificações diferentes quanto aos lados e ângulos. Mas, ouvindo os vídeos e suas indagações, estou agora entendendo que objeto mental é a representação que o aluno faz de um objeto geométrico, antes que o leve a perceber, segundo o ponto de vista dentro do contexto geométrico. Ao pedir, por exemplo, para um aluno representar objetos semelhantes (iguais) e congruentes, sem antes dar-lhe "pistas" do que eu espero como resposta (dos meus conceitos geométricos), ele poderá representar de uma maneira próxima da realidade ou não, mas terei que saber antes o que ele quis representar para só depois ir ajudando a corrigir eventual distorção na sua representação.

Confirme ou me ajude a obter melhor esclarecimento.

ALUNA 5 - segunda, 8 Jun 2015, 17:48

**O autor comenta que** *“No mundo, como nós o visualizamos, as primeiras e principais coisas são corpos no espaço. Sua congruência ou semelhança é evidentemente relacionada com certas relações, que podem ser feitas explicitamente de acordo com as necessidades que sentimos. Claramente, essas relações podem ser estendidas para todo o espaço; conformam um quadro resumido dessas relações globais que juntas formam o grupo de semelhanças de espaço, mas isso é uma ideia, muito longe, em uma remota distância onde a geometria já foi suficientemente matematizada”*. A Geometria deve ser trabalhada desde a Educação Infantil, pois a criança vive rodeada de formas e dimensões. Enquanto observa, compara e manipula objetos, está fazendo geometria.

Ex.: localização de pessoas ou de objetos no espaço, com base em diferentes pontos de referência e em indicações de posição; movimentação de pessoas ou objetos no espaço, com base em diferentes pontos de referência e indicações de direção e sentido; dimensionamento de espaços, percebendo relações de tamanho e de espaço; observação de formas geométricas presentes em elementos naturais e nos objetivos criados pelo homem e de suas características: arredondadas ou não, simétricas ou não; construção e representação de formas geométricas.

PROFESSORA - terça, 9 Jun 2015, 07:06

Aluna 5:

Conte-nos com suas palavras o que você compreendeu de "objetos mentais".

Será interessante ler e comentar a participação de sua colega 18.

ALUNA 2 - segunda, 6 Jul 2015, 08:18

### **Sobre congruência e semelhança**

A relação que fazemos, de acordo com os nossos objetos mentais, é empírica, é a partir de observações naturais

A relação que fazemos, de acordo com os objetos geométricos, é determinada por "leis", ou seja, semelhança não é congruência, para afirmar semelhança ou congruência é necessário o rigor das medidas de ângulos, a proporcionalidade dos lados,...

PROFESSORA - quarta, 15 Jul 2015, 15:07

Aluna 2:

Por favor, re-elabore: "... empírica, é a partir de observações naturais". Empírica me sugere experimental de qualquer ordem. O que você quer dizer com "observações naturais"?

"A relação que fazemos, de acordo com os objetos geométricos, é determinada por "leis",..." Seria mesmo "relação" a palavra?

### **FÓRUM 1.4.3**

*Proposta:* O autor fala de relações entre figuras espaciais que apresentam a mesma forma, uma mesma classificação geométrica. Comente sobre possibilidades pedagógicas dos conceitos de dilatação e de rotação no estudo da congruência e da semelhança.

*Postagens:*

ALUNA 18 - domingo, 7 Jun 2015, 20:23

No curso do Gestar II do MEC-Ministério da Educação e Cultura, é apresentado como proposta para iniciar as relações de semelhança e de congruência, uma figura que se desloca, a partir de um movimento rotacional em torno de um octógono (8 lados) e uma outra figura que se repete, linearmente, (em uma linha reta), mantendo a forma, mas mudando de tamanho.

Sugere que sejam propostas as seguintes questões: o que você pode observar entre as figuras? Elas são iguais? Têm o mesmo tamanho? Têm as mesmas medidas? Qual a relação existente entre as figuras do primeiro e do segundo desenho?

O professor deve discutir a diferença entre as figuras com os alunos. Na primeira, as figuras são iguais porém deslocadas. Na segunda, as figuras foram deslocadas, mas também mudaram de tamanho.

A segunda atividade propõe, numa malha quadriculada, a ampliação e a redução de uma figura (no caso, é uma figura da Mônica). Nesta atividade, propõe que o professor abra uma discussão sobre a semelhança entre as figuras, sem necessidade inicial de aprofundar essa discussão, que será feita em etapas posteriores.

Na aula 2 - Ideias sobre semelhança, perceber a congruência e suas propriedades nas formas geométricas

Apresenta a figura de um portal que mantém um padrão de repetição de figuras por: deslocamento, rotação ou translação.

O exercício consiste em o aluno criar um padrão e repetí-lo, deslocando, espacialmente, de modo a mantê-lo idêntico, via rotação ou via translação. Apresenta uma malha quadriculada para a realização da tarefa.

Sugere nesse momento que verifiquem a congruência, medindo com a régua ou pela abertura do compasso. Usar o transferidor para medir os ângulos.

Pede para o aluno verificar se as figuras, que criou, são correspondentes. E dá um exemplo de como verificar como duas figuras são iguais: um modo é pela isometria que é a geometria do movimento, ou seja, através do movimento da figura até sua sobreposição (recorte de figuras, por exemplo de dois triângulos, que devem ser sobrepostos de forma a conseguir fazer a correspondência de seus lados e ângulos). E a outra forma de provar a igualdade entre duas figuras é por meio da medição dos seus lados e ângulos.

Propõe, em seguida, que os alunos verifiquem, usando régua e transferidor, se os pares de figuras, em posições diferentes, são congruentes (dois triângulos, dois pentágonos, dois quadriláteros).

Citei estes exemplos, pois eles mostram que podemos trabalhar deslocamentos e conceitos de semelhança e de congruência, a partir de figuras, que têm padrão repetitivo como mosaicos, faixas; trabalhar a ampliação de figuras e a redução em malhas pontilhadas ou quadriculadas; recortes de pares de figuras e ir movimentando até fazer a sobreposição das mesmas e, quando as crianças já tiverem conhecimento de coordenadas ortogonais e representação de pontos no plano cartesiano, pedir para criarem polígonos (cujos vértices são pares ordenados) e fazerem os deslocamentos no plano, através de movimentos de rotação e translação, conforme ilustrado por Freudenthal nos deslocamentos do retângulo (face de uma caixa), onde caixas continuavam a ser caixas na condição de que os lados (arestas) da figura mantivessem deslocamentos paralelos aos eixos. ([http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/2008/gestar2/matematica/aaa3\\_mat\\_prof.pdf](http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/2008/gestar2/matematica/aaa3_mat_prof.pdf) - acesso 07/06/2015).

PROFESSORA - segunda, 8 Jun 2015, 09:17

Aluna 18:

Você ofereceu estas atividades em sua sala de aula? Conte-nos como foi.

Você teria outro exemplo que seja de sua própria criação? Imagine-se com uma turma onde você deveria explicar esses conceitos. Como seria?

Aguardamos seu retorno!

ALUNA 18 - segunda, 8 Jun 2015, 16:09

Já apliquei com meus alunos a apresentação de figuras como mencionado acima, para compreenderem o conceito de semelhança, cujas medidas podem sofrer aumento ou redução, mas precisam conservar a proporcionalidade e, para compreenderem o movimento de rotação. Também já utilizei malha pontilhada para ampliação de figuras e a construção de figuras geométricas, no plano cartesiano, através de pares de coordenadas.

Não tenho, no momento, nenhum exemplo de minha criação, pois sempre pesquiso para implementar atividades práticas na sala de aula, visto que a minha formação, neste quesito, não foi focada para esta forma de ensinar. O máximo que tinha de prática era a construção de ângulos, polígonos regulares, retas paralelas e perpendiculares com compasso, régua e esquadro (desenho geométrico), que sempre que posso aplico em sala de aula.

Já realizei projetos como construção de maquete de quadra de futebol, na bandeira, confecção de mandalas, uso de pentaminós em madeira para formarem figuras com seus encaixes, mas sempre pesquisando trabalhos já realizados. Há um envolvimento dos alunos nos projetos, mas não percebo interesse de todos em aprender os conceitos geométricos envolvidos.

ALUNA 5 - segunda, 8 Jun 2015, 18:57

Afinal, qual é a relação entre igualdade e congruência? Dois triângulos serem congruentes é o mesmo que serem iguais? Em Matemática, o que ocorre é o seguinte: uma figura só é igual a si mesma. Se ela é idêntica a uma outra que não ocupe a mesma posição, dizemos que as duas são congruentes. Intuitivamente, no caso de figuras físicas ou concretas, podemos dizer que são congruentes se coincidem por sobreposição. Em alguns casos, para que essa sobreposição seja possível, é necessária uma inversão de uma das figuras.

Ex.:

1) Considere uma figura (pode ser de um prédio) e procure identificar formas geométricas que podem ser sobrepostas (mesmo que haja necessidade de virar a sua face). b) Verifique, da maneira que achar melhor, se as figuras que você indicou coincidem, realmente, quando sobrepostas. Ao final, o professor poderá sugerir que os alunos usem papel transparente para copiar a figura e verificar se há coincidência na sobreposição (se necessário, pode-se virar o papel do outro lado). Lembrar que, em Matemática, dá-se um nome a essas figuras que coincidem quando sobrepostas. Elas são chamadas de congruentes. Dizemos que duas figuras são congruentes, quando coincidem por sobreposição. No caso de polígonos, eles terão a mesma forma, a mesma medida dos lados e a mesma medida dos ângulos.

2) Levar vários canudos, todos medindo 20cm. Dar quatro canudos a cada aluno, para que eles montem, com todos eles, uma figura plana. Um modo de se fazer isso é passando um barbante por dentro dos canudos e amarrando. Nem todas as figuras podem ser sobrepostas, mas todas são losangos (quatro lados de mesma medida), mesmo no caso de serem quadrados. Mas eles podem ter sido feitos com ângulos diferentes entre as varetas. Só quando, além de os lados serem iguais, também os ângulos de um forem iguais aos ângulos do outro, os losangos poderão coincidir quando sobrepostos e aí, portanto, serão losangos congruentes. Observação: este experimento pode ser feito com outros materiais, como, por exemplo, palitos de picolé fixados com percevejos.

([http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/2008/gestar2/matematica/tp5\\_matematica.pdf](http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/2008/gestar2/matematica/tp5_matematica.pdf)).

PROFESSORA - terça, 9 Jun 2015, 07:16

Aluna 5:

Gostaria que você nos relatasse uma experiência sua, em sala de aula, que tenha sido de sua criação. Pode ser?

Explique para nós o que você entende por "figuras físicas ou concretas". Um polígono é uma figura física?

Também gostaria que você especificasse o que pode ser considerado "uma inversão de uma das figuras." Há nomes apropriados para cada tipo de inversão? O que é uma inversão?

ALUNA 2 - segunda, 6 Jul 2015, 08:39

O que tenho de experiência é o trabalho de ampliação e de redução de figuras em malha quadriculada com o uso de escalas, que parece simples, mas há muita dificuldade nos alunos em perceber exatidão, o que consideram "parecido", consideram semelhante. Também trabalhar com Homotetia, é interessante e surpreendente para os alunos.

PROFESSORA - quarta, 15 Jul 2015, 15:11

Aluna 2:

Pedimos aos alunos que, se não tiveram experiências do tipo que está sendo citada, elaborem uma atividade que atenda ao assunto tratado.

Mesmo não tendo experiência com objetos tridimensionais, você poderia criar uma atividade desse tipo?

#### **FÓRUM SOBRE O RESUMO DAS AULAS 3 E 4**

*Postagens:*

ALUNA 18 - segunda, 8 Jun 2015, 08:12

Penso que trabalho com Objetos Mentais nas aulas de geometria, pois ao iniciar o conteúdo das formas, por exemplo, sempre peço que identifiquem formas geométricas conhecidas no espaço da sala de aula e também fora dele. Também para explicar simetria, utilizo imagens que se repetem. Já trabalhei com pipas, tanto para reconhecimento de figuras geométricas como para simetria axial. Para movimento rotacional, já trabalhei com mandalas. Os alunos, via de regra, adoram as aulas de geometria, quando utilizado este método.

Na constituição de objetos geométricos, sempre relacionando com os objetos mentais do mundo vivido, constantemente, solicito a montagem em papel de poliedros; a partir daí, trabalho nomenclatura e relações. Para compreensão de medida de ângulos também já construíram seu próprio transferidor de papel, a partir de dobraduras, de recorte e de régua. Considero importante o uso de instrumentos como o compasso que facilita abstração de pontos centrais, pontos médios, bissetriz.

Corpos rígidos são os que não se deformam, são convexos e regulares. Já, no mundo das caixas, que é um esqueleto do corpo sólido prisma, esta pode sofrer transformação, pois apresenta mais de um centro de simetria.

Bem, agora preciso sair para dar aula, e mais tarde continuo.

ALUNA 18 - quinta, 11 Jun 2015, 05:18

Não consegui comunicar-me na vídeo conferência, embora estivesse conectada e ouvindo.

A tela para escrever apareceu quase no final do tempo.

Esclarecendo sobre o que falei: no exemplo das formas, os alunos já têm, no 6º ano, conhecimento sobre nomenclatura das formas geométricas como quadrado, retângulo, triângulo, círculo, etc. e, quando peço para identificarem nos objetos físicos tais formas, antes de avançar nos conceitos dentro do contexto geométrico, como paralelismo, perpendicularismo, o objetivo é confirmar como eles conseguem apreender estas formas no ambiente físico. Mas, se o objeto mental é uma representação em forma de desenho, em fase que antecede qualquer informação sobre o objeto geométrico, parece que me equivoquei na resposta e no próprio conceito de objeto mental.

Quanto ao uso de compasso, esquadros, como instrumentos físicos, facilitam para o aluno a compreensão de ponto central de uma circunferência, equidistância de pontos, de um ponto médio de um segmento, por exemplo, que para muitos alunos só o desenho ainda fica muito abstrato. Pelo menos, é o que constato na minha prática, que os alunos além de gostarem de manipular tais objetos, passam a compreender melhor os conceitos.

ALUNA 18 - quinta, 11 Jun 2015, 06:26

Estou em dúvida também quanto à tarefa a ser realizada, pois pede para relacionar temas e conteúdos. Os temas são os de cada aula, mas os conteúdos são muito abrangentes. Pode me dar um exemplo, por favor?

Há um número máximo de palavras, ou páginas?

## **5) MÓDULO 2 - (RE) VISITANDO A PRÁTICA / Aula 1: REPRODUÇÃO EM GEOMETRIA**

## FÓRUM 2.1.1 -

*Proposta:* A REALIDADE, A IMAGEM E A LINGUAGEM: como você entende a relação vivida entre essas perspectivas na educação geométrica? Qual a importância da REPRESENTAÇÃO na educação geométrica?

*Postagens:*

ALUNA 18 - sábado, 13 Jun 2015, 23:21

De acordo com Freudenthal, o fato de uma criança reproduzir um círculo, um quadrado ou qualquer outra figura, não implica necessariamente que ela esteja de posse do objeto mental (dos conceitos geométricos). Para ele, é incompreensível que pesquisadores interpretem a falta da competência em reproduzir figuras por congruência ou semelhança como uma prova de que a intuição geométrica da criança é mais topológica do que euclidiana, ou seja que para uma criança interessam, primeiramente, as relações de estar dentro ou de estar fora, pertencer e não pertencer, estar perto ou estar longe, estar junto ou estar separado, por exemplo, que são relações topológicas. (<http://www.centroedumatematica.com/memorias-icemacyc/201-380-1-DR-C.pdf>. Acesso em 10/06/2015.)

Assim, segundo Freudenthal, a não competência da criança em desenhar ou mesmo completar uma figura, mesmo nos testes não-verbais, não confirma se são capazes ou não de reconhecer figuras congruentes ou similares. E este é um fato, pois desenhar é uma habilidade que não tem relação com a capacidade de reconhecermos elementos numa imagem ou figura, mesmo para a maioria dos adultos. É possível de perceber isto, pois sempre que faço um esboço de um círculo na lousa, com imperfeições no seu contorno, alunos do 6º ano, já comentam que não está bem feito. Sabem reconhecer como é o contorno do círculo mesmo não estando de posse de conhecimentos mais profundos de pontos equidistantes de um ponto central, por exemplo.

Segundo o autor, este equívoco fica mais claro quando se observa como a **relação entre a realidade, a imagem e a linguagem** é vivida.

Em suas reflexões, questiona se, realmente, podemos estabelecer uma faixa etária limite entre a representação icônica e simbólica da criança. Se podemos saber se a criança não estará se movendo de uma esfera, onde o icônico e o simbólico ainda não estão separados. E

mesmo que façam essa separação em tenra idade, quanto tempo dura esse processo? E como podemos saber se uma imagem desenhada, por exemplo, de uma casa representa a realidade (a casa em que a criança mora, ou vê) ou um símbolo (uma casa idealizada de uma imagem, de um desenho visto, sem relação com a casa onde mora, por exemplo)?

Voltando para a reprodução de um objeto geométrico, novamente, questiona: se pedir para uma criança copiar o desenho de um triângulo circunscrito num círculo, como será que ela o vê? Como uma figura sem sentido ou ornamental ou uma imagem icônica (sabe o que deve representar) ou simbólica (uma figura sem significado geométrico)? O círculo precisa ser bem redondo, o triângulo equilátero terá que ser preciso, com todos os lados iguais ou pode ter uma pequena diferença de medida e qual o limite permitido?

Complementa que desenhar símbolos conhecidos trazem dificuldade até para adultos, que precisam olhar o modelo para copiá-lo com maior fidelidade, porque é um símbolo arbitrário, sem contexto claro. Já o **circulo com o triângulo inscrito pode ser colocado em um contexto geométrico**, construído a partir de objetos geométricos. Conforme o autor diz, para copiar alguma coisa, é preciso saber o que deve ser considerado, o que importa.

"O modelo a ser copiado é um ícone ou um símbolo?"

Saber o que importa, é uma condição prévia de cópia. Ou seja, ao pedir para a criança completar o desenho de um quadrado, por exemplo, ela poderá errar ou acertar, mas se for orientada sobre quais elementos são importantes em um quadrado dentro de um contexto geométrico, ela terá as condições necessárias para completar a figura corretamente.

A representação geométrica assim é importante para compreender conceitos, mas não pode prescindir de um contexto geométrico, do que importa ou não nessa representação.

PROFESSORA - sábado, 20 Jun 2015, 17:32

Aluna 18:

Gostaria apenas de pedir que você coloque a sua compreensão da leitura do conteúdo de Freudenthal.

Como VOCÊ entende a relação posta?

ALUNA 2 - quarta, 8 Jul 2015, 20:51

O que eu pensei partindo da leitura...

Existem três "estruturas" que auxiliam na construção dos conceitos geométricos, o objeto mental, intencionado pela realidade, pelo que o aluno conhece por..., a imagem em que ele vê e identifica o conceito e a palavra que representa o conceito. Existe uma relação de correspondência entre essas "estruturas" que se bem usadas, favoreceriam a educação geométrica.

PROFESSORA - terça, 14 Jul 2015, 13:02

Aluna 2:

E a representação? Você acredita que ela só está presente na linguagem?

### **FÓRUM 2.1.2**

*Proposta:* Comente sobre sua compreensão de ICÔNICO e SIMBÓLICO. Reflita sobre isso, relacionando sua reflexão ao que você compreendeu em relação ao contexto da educação geométrica.

*Postagens:*

ALUNA 18 - domingo, 14 Jun 2015, 21:51

Icônico é a representação com exatidão de um modelo, a reprodução ou a cópia de um objeto. As representações e reproduções icônicas necessitam de habilidade, de um talento individual, podendo ser aprendidas através de técnicas, de instruções específicas.

Dentro de determinados contextos, um objeto real pode estar representado de forma icônica ou simbólica.

O simbólico é uma representação abstrata, criação de signos (símbolos), cuja imagem para ser compreendida, precisa ser interpretada a partir de informações que esclareçam o seu significado, como logomarcas, placas de trânsito, símbolos religiosos, etc. As representações simbólicas podem ser copiadas; mas, para reproduzi-las, é necessário que se olhe repetida vezes para o modelo, pois não apresenta um contexto claro como na reprodução de um objeto real.

Relacionando esses fatos com a educação geométrica, na qual a representação de objetos geométricos é de grande utilidade para o estudo das suas características, propriedades, da formação de conceitos, e refletindo sobre as representações que, habitualmente, são feitas dos objetos geométricos, percebe-se que elas são, convencionalmente, simbólicas, visto que se desprezam algumas características dos objetos reais como aspereza, saliência, cor, tamanho, dando ênfase a outras características como, por exemplo: a forma, o perpendicularismo, o paralelismo, a congruência, etc., e portanto, se a criança não for instruída para observar o que realmente importa, poderá estar reproduzindo sem dar sentido ao que está fazendo. Nesse caso, não está tendo desenvolvimento geométrico.

Além disto, reproduzir corpos geométricos tridimensionais não é tarefa fácil, daí se lançar mão de alguns recursos de reprodução justificados por sua utilidade e por sua intuitividade, para que o aluno consiga reproduzi-lo.

Assim, o professor, ao apresentar os objetos geométricos através de desenhos feitos na lousa ou em papel (livros ou folhas) e outras formas como modelos de cartão de figuras tridimensionais, modelos de arame, modelos de gesso, deve se certificar se a criança está reproduzindo a partir de um contexto geométrico e, em caso negativo, intervir para que ela tenha oportunidade de desenvolver competências a partir do contexto geométrico.

PROFESSORA - sábado, 20 Jun 2015, 17:37

Aluna 18:

Como você classificaria um "rabisco" feito por uma criança que quer representar a imagem da sua mãe?

E, também...como você classificaria o desenho "padrão" de uma casa, ao se pedir que uma criança desenhe a sua própria casa?

Esses foram exemplos de Freudenthal. Como você os relaciona com o que nos trouxe em sua postagem?

ALUNA 2 - quarta, 8 Jul 2015, 21:15

Ícônico é aquilo que se reproduz com exatidão, enquanto simbólico sugere algo...

Se a criança faz uma representação icônica ou simbólica? É difícil saber, porque a maioria de nós não apresenta habilidade para cópias perfeitas,...., então o que importa? Saber o

que é importante para aquela representação é um critério para distinguir se a representação é icônica ou simbólica.

PROFESSORA - terça, 14 Jul 2015, 13:05

Aluna 2:

Como você classifica um rabisco de uma criança que ela diz ser a mãe: icônico ou simbólico?

Na instrução geométrica: a representação deve ser icônica ou simbólica?

### **FÓRUM 2.1.3**

*Proposta:* De acordo com o texto, qual a sua compreensão de "perspectiva" enquanto reprodução? Qual a importância da “perspectiva” no trabalho com objetos mentais na educação geométrica?

*Postagens:*

ALUNA 18 - segunda, 15 Jun 2015, 16:24

A perspectiva dentre os princípios de reprodução é um processo ícono, pois traz para o plano bidimensional (folha de caderno, lousa, tela) a visão de um objeto em suas três dimensões, ou mesmo de um objeto bidimensional em suas duas dimensões como é visto na realidade (um chão, uma parede, um teto).

Como a criança e, inclusive, os adultos têm dificuldade de representar um objeto tridimensional, ou mesmo um objeto bidimensional da forma como o vê, o aprendizado de reprodução de objetos geométricos em perspectiva, permite maior desenvolvimento conceitual em geometria, pois amplia sua capacidade de fazer representações, possibilita melhor reconhecimento da tridimensionalidade desses objetos e reforça conceitos de: paralelismo e perpendicularismo, diagonal, vértice, acrescentando um recurso que é o estabelecimento de pontos de fuga dado pela perspectiva, para permitir que o objeto seja visto a partir do ângulo de visão do observador. Os recursos multimídia ainda ajudam o aluno a visualizar esse objeto em perspectiva em várias posições no espaço e em suas várias

dimensões, o que facilita a separação entre o objeto real e sua representação simbólica na geometria plana.

Um bom exemplo de uma aula que mostra como a Geometria Projetiva com foco na perspectiva reforça os objetos mentais na Educação Geométrica pode ser encontrado no vídeo Aula 10 - Geometria Projetiva: Perspectiva – 6º ano CAp UFRJ, acesso em 14/06/2015.

ALUNA 18 - segunda, 15 Jun 2015, 20:45

Complementando a postagem anterior e reformulando a minha visão para o texto da aula, Freudenthal esclarece que " perspectiva é *representation de l'espace*, não no sentido de um objeto mental, mas da reprodução em um pedaço de papel, **um método adquirido por imitação**, que é, sistematicamente, exercido pelo ensino ao aluno a ver o que ele vê, linhas, planos, luz, sombra e que é, finalmente, racionalizado em um teoria completamente desenvolvida."

Segundo o autor, perspectiva não é um contexto geométrico mas uma espécie de reprodução, e que isso não se sustenta só para a perspectiva; pois, em nível mais elevado (para os adultos), a reprodução é uma questão de imitação. Depois prossegue, analisando desenhos de crianças, constatando que o método da criança é, predominantemente "*compository*" , exemplificando: se quer desenhar o interior de uma casa com dois andares, após o cômodo da frente, do térreo, tenha sido traçado, ela tem de resolver o problema de composição dos cômodos de trás dos térreos e do cômodo frontal superior. De alguma forma ela resolve isso, que poderíamos dizer de uma forma primitiva, não fosse o fato de que a maioria dos adultos não sabem como fazer.

Salienta então, que o método *do "compository"* de reprodução, dando exemplos de um cilindro, representado por meio de um retângulo e dois círculos, ou de um cone por um triângulo e um círculo, de nenhum jeito produzem evidência de objetos mentais incompletos. Considera que "pelo contrário, esta forma de reprodução pode provar uma melhor visualização dos objetos mentais do que reprodução por meio de perspectiva adquirida por imitação."

PROFESSORA - sábado, 20 Jun 2015, 17:47

Aluna 18:

Mais uma vez, peço que nos envie a **sua** compreensão do texto.

O que você compreendeu sobre a **imitação** de que fala Freudenthal?

Você menciona também o chão e paredes como figuras bidimensionais representadas em perspectiva: por quê? Ou melhor: por que essas superfícies são representadas em perspectiva? Você já pensou sobre isso?

Por que é importante a perspectiva na representação de objetos mentais?

ALUNA 2 - quinta, 9 Jul 2015, 13:17

Para a compreensão de objetos geométricos, a possibilidade de reprodução é uma característica muito importante, habitualmente, feita no quadro ou no papel.

A perspectiva foi criada para deduzir como as coisas são vistas, e não para reproduzir um objeto mental.

A perspectiva é uma representação do espaço, não no sentido de objeto mental, mas da reprodução em um papel através da imitação; inclusive, para usar a técnica da perspectiva, é necessário um estudo de como fazê-la. A perspectiva não é um contexto geométrico, mas uma forma (com técnica) de reprodução.

PROFESSORA - terça, 14 Jul 2015, 13:09

Aluna 2:

Para representar um objeto geométrico no quadro ou no papel, é necessária a perspectiva? Ela tem regras que precisam ser seguidas?

Um objeto mental, representado no quadro, não é uma representação de um objeto mental?

#### **FÓRUM 2.1.4**

*Proposta:* De que forma o contexto geométrico influencia a representação de um objeto mental?

*Postagens:*

ALUNA 18 - segunda, 15 Jun 2015, 19:50

Freudenthal reforça que o "objeto mental" é a imaginação visual, mas é diferente daquela que temos de animais, de árvores, de pedras. O contexto da geometria implica que elas são imaginações normativas. Por esta razão, para o desenvolvimento geométrico, deve ser dada ênfase, preliminarmente, na **representação** desse objeto mental e não na definição, no conceito, mas perguntar, por exemplo, como fazer um círculo, um quadrado, como reduzir algo pela metade? Pode-se ajudar na resposta, entregando o material ou deixando a criança escolher entre o material que é oferecido. Pode-se também ter por alvo uma construção mental, afixando a pergunta para: "Como você pode fazer isso de forma mais precisa? "

Não significa que o contexto geométrico só será compreendido quando o aluno for capaz de construir com precisão, pois isto estará também, dentro de outro contexto (objetivos a serem atingidos, idade, habilidades).

O autor esclarece que os sintomas que indicam a capacidade de compreender um contexto geométrico e colocar objetos dentro dele, é verificado ao mostrar o conhecimento do que é importante no contexto, por meio de: reconhecimento; classificação; reprodução mental; nomeação de objetos e processos mentais, tornando-se consciente de si mesmo e descrevendo essas atividades.

Para tanto, cabe ao professor determinar o que importa no contexto geométrico, usando de diversos recursos que adquiram significado para o aluno, como: reproduções naturais, artesanais, fabricadas, industriais; exemplos paradigmáticos; explicitação.

PROFESSORA - sábado, 20 Jun 2015, 17:51

Aluna 18:

Por favor, esclareça-nos este seu último parágrafo: "Para tanto, cabe ao professor, determinar o que importa no contexto geométrico, usando de diversos recursos que adquiram significado para o aluno, como: reproduções naturais, artesanais, fabricadas, industriais; exemplos paradigmáticos; explicitação."

O que importa num contexto geométrico?

O que importa num contexto geométrico a partir dos objetos mentais?

ALUNA 2 - quinta, 9 Jul 2015, 16:54

De todas as formas. De acordo com o contexto geométrico em que o indivíduo se encontra, ele representará seu objeto mental; devendo, dessa forma, ter cuidado ao se estabelecerem critérios, o contexto geométrico deve ser aplicado juntamente à organização de critérios.

PROFESSORA - terça, 14 Jul 2015, 13:10

Aluna 2:

Por favor, explicita o que você entende por "contexto geométrico" e por "critério".

## **6) MÓDULO 2 - (RE) VISITANDO A PRÁTICA / Aula 2: ESTUDAR GEOMETRIA**

### **FÓRUM 2.2.1**

*Proposta:* A Álgebra transformou a Geometria em fórmulas e, junto com a Aritmética, tornaram-se mais "importantes" que a Geometria. Você concorda com essa afirmação em termos de educação matemática? Argumente.

*Postagens:*

ALUNA 18 - quinta, 18 Jun 2015, 21:27

Sim. Concordo. O estudo da Geometria Analítica é um bom exemplo. A preocupação em representar no plano cartesiano, por exemplo, a distância entre dois pontos, a equação reduzida da reta, etc., e, a partir daí, deduzir as fórmulas (equações) que traduzam essas representações geométricas, distanciam totalmente da finalidade principal para as quais foram criadas ou seja compreender o espaço. É uma viagem pela dedutividade matemática e geométrica, que encanta pela lógica, mas que se distancia da realidade. Parece que este conteúdo só interessa para quem seguir a área de exatas, pois será, rapidamente, esquecido por não mostrar a conexão com o espaço vivido.

PROFESSORA - segunda, 29 Jun 2015, 21:06

Aluna 18:

Por favor, esclareça melhor a sua colocação: "distanciam totalmente da finalidade principal para as quais foram criadas ou seja compreender o espaço. É uma viagem pela dedutividade matemática e geométrica, que encanta pela lógica, mas que se distancia da realidade. Parece que este conteúdo só interessa para quem seguir a área de exatas, pois será rapidamente esquecido por não mostrar a conexão com o espaço vivido."

A finalidade da Geometria Analítica é compreender o espaço?

O que encanta pela lógica? A dedutividade? Ela se distancia da realidade?

Por que a Geometria Analítica só interessa a quem vai estudar Exatas?

ALUNA 18 - quarta, 15 Jul 2015, 17:55

A finalidade da Geometria Analítica é o estudo da Geometria através de Coordenadas Cartesianas, relacionando álgebra a pontos, a retas, etc... Não é, portanto, o estudo do espaço em si, mas o estudo da própria Geometria em outra estrutura que não a axiomática. É uma estrutura lógica, que é encantadora, pela relação que estabelece entre a geometria e a álgebra. Tem aplicações na Física, na Engenharia, nos satélites, nos sistemas atuais de GPS.

Entretanto, como disciplina dentro do Ensino Médio, acaba sendo um estudo que não se mostra significativo para o aluno, com exceção dos que pretendem seguir os estudos na área de exatas. Neste sentido, quis dizer que se distancia da realidade. Foi apenas um exemplo para mostrar que a Geometria é, frequentemente, mal interpretada, quando perde (para o aluno) a conexão com o mundo real.

ALUNA 5 - segunda, 22 Jun 2015, 20:22

A matemática é o estudo dos conjuntos, abstratos e concretos, suas propriedades e das relações entre os elementos destes conjuntos

A matemática pura consiste no uso do raciocínio abstrato, baseado em axiomas e na exploração de suas consequências. Suas principais divisões são a álgebra, a análise e a geometria.

Como cita no texto dessa aula, “a Geometria, por um lado, sempre foi considerada mais como uma disciplina da mente do que qualquer outra parte da matemática, por poder vangloriar-se de relações mais próximas da lógica. Geometria é uma das melhores oportunidades que existem para aprender como matematizar a realidade. É uma oportunidade de fazer descobertas”.

PROFESSORA - segunda, 29 Jun 2015, 21:10

Aluna 5:

Você falou sobre a Matemática e não mencionou a Aritmética. Por quê?

Você descreve a Matemática como o estudo de conjuntos. Isso me remete ao grupo Bourbaki. É a isso que você está se referindo? É dessa Matemática que você está falando?

Por favor nos explique melhor!

Também precisamos entender a sua citação do texto em conexão com a pergunta disparadora do fórum!

ALUNA 2 - quinta, 9 Jul 2015, 17:50

Eu penso que a Álgebra e a Aritmética se "aproveitaram" da Geometria por esta estabelecer mais relações lógicas. O que tornou a Geometria, extremamente, algébrica, perdendo um pouco da sua característica e tornado-se complicada à compreensão.

Agora veja, o texto foi escrito no período da matemática moderna, onde a dedutividade, a teoria dos conjuntos estava em alta. Pensando no movimento de hoje, da Educação Matemática, com outros pensadores, acho que teríamos plenas condições de realizar ou pelo menos de buscar o que Freudenthal escreveu: Geometria é uma das melhores oportunidades para aprender como matematizar a realidade.

PROFESSORA - terça, 14 Jul 2015, 12:57

Aluna 2:

Não entendi sua colocação "o texto foi escrito no período da matemática moderna" ...  
"Pensando no movimento de hoje, da Educação Matemática".

Lembre-se que Freudenthal se pôs, absolutamente, contrário à Matemática Moderna e foi fundador de um instituto, voltado aos estudos da Educação Matemática.

Por favor, reveja sua resposta!

## **FÓRUM 2.2.2**

*Proposta:* "Geometria é uma das melhores oportunidades que existe para aprender como matematizar a realidade" Como você justificaria esta afirmação?

*Postagens:*

ALUNA 18 - sexta, 19 Jun 2015, 16:58

Quando Freudenthal aponta que "Geometria é uma das melhores oportunidades que existem para aprender como matematizar a realidade", após lembrar que a Geometria só pode ser significativa, se tiver relação com o espaço experienciado, está mostrando que, ao estudar geometria sem a imposição de fórmulas, a partir da realidade, abrem-se possibilidades de descobertas pela própria experimentação o que se torna muito mais significativo para o desenvolvimento do raciocínio lógico do educando e, conseqüentemente, das relações matemáticas que ele pode estabelecer e depois confrontar com as já estabelecidas por outros estudiosos. Matematizar a realidade é traduzir o mundo em que vive, a partir de deduções lógicas, percebidas pela sua própria experiência, é produzir a autoconfiança e o desejo cada vez maior de investigar e fazer novas descobertas.

PROFESSORA - segunda, 29 Jun 2015, 21:14

Aluna 18:

Qual é a sua compreensão do que é Matemática?

A partir dela, podemos compreender o que o autor fala, quando usa o verbo "matematizar".

Qual a relação que você pode apontar entre a Lógica e a Matemática?

ALUNA 18 - quarta, 15 Jul 2015, 16:47

Prof<sup>a</sup>. Tais: relendo minha resposta e sua indagação, percebo que não respondi ao que foi pedido, pois me ative ao fato de que para incentivar a criança nas suas descobertas, ao explorar o espaço físico, a melhor didática não é apresentar-lhe axiomas, definições, fórmulas prontas, pois lhe é tirada a oportunidade de matematizar a realidade. Aliás, este é o caminho que frequentemente tem sido usado para ensinar matemática que leva tantas pessoas a não compreenderem a matemática e até a odiarem.

Mas, voltando à pergunta, matematizar a realidade é olhar para o mundo com os olhos de um verdadeiro matemático, aquele que faz matemática, ou seja, buscar compreender as leis da natureza, através de um rigor do raciocínio lógico dedutivo, para afastar distorções que a simples percepção dos nossos sentidos físicos pode provocar, e reescrever essas leis numa linguagem universal (equações, definições, teoremas, etc.) que não permite erros. Como disse Galileu "As leis da natureza estão escritas numa linguagem matemática". A geometria permite assim que ensinemos nossas crianças a perceber relações e propriedades na natureza (simetria, continuidade, movimento, rigidez e tantas outras) e, ao conceituar e/ou definir, exige que passe pelo crivo das indagações lógicas dedutivas (próprias da matemática) e, essencialmente, a necessidade de organizar e de ordenar as informações, dentro de uma linguagem matemática (universal).

A Lógica é a base do pensamento matemático. A lógica matemática fundamenta o raciocínio e as ações. O pensamento lógico é criativo e inovador.

ALUNA 5 - segunda, 22 Jun 2015, 20:57

Estamos imersos num mundo de formas. Para onde quer que se direcione o olhar, as ideias geométricas estão presentes no mundo tridimensional, seja na natureza, nas artes, na arquitetura ou em outras áreas do conhecimento.

Os conteúdos trabalhados em sala de aula, quando partem de situações vivenciadas pelo aluno, facilitam o entendimento do espaço, sendo possível situá-lo, analisá-lo e perceber seus objetos para então representar e explorar todas as propriedades dos objetos. A Geometria pode ser um veículo para o desenvolvimento da habilidade de resolver problemas e pode favorecer o desenvolvimento de um pensamento crítico e autônomo dos alunos.

PROFESSORA - segunda, 29 Jun 2015, 21:17

Aluna 5:

Faço a você as mesmas perguntas que fiz à sua colega 18.

A partir do que se compreende por Matemática, é que podemos entender a que o autor quer se referir, quando usa o verbo "matematizar".

A Matemática, para você, está relacionada sempre com a compreensão do espaço em que vivemos? Seria essa a relação da Geometria com a Matemática?

ALUNA 2 - quinta, 9 Jul 2015, 18:05

A Geometria é uma das melhores oportunidades que existem para aprender a construir um modelo matemático para uma situação real. Através dela, podem-se fazer descobertas pelos olhos e pelas mãos o que torna mais convincente e surpreendente o aprender.

PROFESSORA - terça, 14 Jul 2015, 12:59

Aluna 2:

O que você quis dizer é que a Geometria traduz os sentidos humanos em termos matemáticos?

## **FÓRUM SOBRE O RESUMO DAS AULAS 1 E 2**

*Postagens:*

Ninguém respondeu a este fórum.

## **7) MÓDULO 2 - (RE) VISITANDO A PRÁTICA / Aula 3: MATERIAL CONCRETO E OUTRAS EXPERIÊNCIAS**

### **FÓRUM 2.3.1**

*Proposta:* Como você compreende a afirmação de Dina van Hiele de que "o objetivo do material concreto é o ato de pensar das crianças"? Isso que essa autora afirma faz sentido para você, em termos do que o ensino de Geometria promove ou que gostaria de promover?

*Postagens:*

ALUNA 5 - quinta, 25 Jun 2015, 09:12

Dina van Hiele afirma que “As mãos e o cérebro trabalham em conjunto, a fim de dar respostas de como uma determinada coisa é feita”. Acredito que essa afirmação é muito importante para o ensino da Geometria, pois, através do material concreto, é possível que as crianças joguem e brinquem, essas atividades não são um simples entretenimento e sim devem ser consideradas atividades que desenvolvem a sua aprendizagem. O objetivo principal é fazer com que o material concreto faça parte do dia a dia da criança, pois estes contribuem para o desenvolvimento cognitivo delas. O material concreto é um meio que possibilita às crianças a aprendizagem de várias habilidades, sendo ele, planejado, motivador e que seja feito em um ambiente agradável. Brincando, os alunos podem trazer para dentro da escola a sua casa, os seus sentimentos e as suas emoções, suas relações em sociedade, seus desejos, sua lógica, seus gestos. Trata-se de trazer o mundo real para dentro da sala de aula. Dessa maneira, acredito que seja possível desenvolver na criança o ensino da geometria.

PROFESSORA - segunda, 29 Jun 2015, 21:27

Aluna 5:

Pelo que eu entendi da sua contribuição, você está dizendo que material concreto é trabalhado sempre como brinquedo. É isso que você acredita?

Ao usarmos sólidos geométricos em sala de aula, seria um uso de material concreto?

Como você relaciona a aprendizagem com o objeto mental, em contrapartida?

ALUNA 18 - quinta, 25 Jun 2015, 22:07

A afirmação de Dina Van Hiele que “o objetivo do material concreto é o ato de pensar das crianças” significa que a criança, ao manipular os objetos concretos para dar respostas de como uma determinada coisa é feita, está acionando, ao mesmo tempo, dispositivos mentais (cognitivos) e sensoriais motor (com o uso das mãos) para tirar suas conclusões ou definições. Esse trabalho com material concreto não deve ser concebido como uma fase de experimentações como nos laboratórios de aula de física, para comprovar esta ou

aquela propriedade, esta ou aquela definição, mas em Geometria, como em Matemática, a proposta de atividades experimentais deve ser feita para que a criança, a partir de manipulação dos objetos, possa tirar suas próprias conclusões, fazer suas próprias descobertas, e elaborar suas respostas, mesmo que incompletas inicialmente. A intervenção do professor, nessa fase, deve ser cuidadosa e adequada, para que as crianças possam avançar e aperfeiçoar suas definições, sem imposição. Ações como estas permitem que a criança desenvolva seu raciocínio lógico dedutivo, e dão significado ao seu aprendizado, sendo mais fácil de memorizar o conhecimento adquirido.

Esta concepção sobre o material concreto clareou minha visão sobre seu uso. Confesso que o usava mais no sentido de experimentação do que para propiciar a descoberta pelos meus alunos. E por esta razão, provavelmente, não via o resultado que esperava.

Assim, pelo que entendi, ao trabalhar o material concreto, os objetivos dos conteúdos devem estar claros, mas não se deve iniciar pelos conceitos, definições, propriedades, mas sim, apresentar-lhes o material, solicitar que realizem a atividade prevista e aguardar as descobertas pelas próprias crianças, observando e mediando suas descobertas para ajudar na resolução de conflitos cognitivos ou equívocos, sem antecipar conceitos.

PROFESSORA - segunda, 29 Jun 2015, 21:31

Aluna 18:

Muito boa a sua contribuição!

Inclusive, trazendo exemplos de como você faz uso desse material em sala de aula e como entendeu as colocações do autor sobre como utilizá-lo de maneira mais proveitosa!

Ótimo!

ALUNA 2 - quinta, 9 Jul 2015, 21:05

Quando a criança manipula um material e o observa, as mãos e o cérebro trabalham em conjunto, a fim de dar respostas de como determinado material é feito. Logo, ela pensa e dá a resposta. Mais tarde, quando a definição desse material for colocado, de maneira mais formal, ela conectará àquela assimilada anteriormente. O seguinte desenvolvimento lógico estará fundamentado no material concreto.

O que a autora fala faz muito sentido, mesmo que eu não tenha trabalhado exatamente assim, com o material para o aluno manipular, mas sempre trabalho, partindo de

algo que ele já conhece para que tenha um ponto de referência, para que ele relacione com o real.

PROFESSORA - terça, 14 Jul 2015, 12:40

Aluna 2:

Aproveite, então, as sugestões de Freudenthal, van Hiele e van Albada nas suas aulas.

### **FÓRUM 2.3.2**

*Proposta:* Considerando a descrição dos experimentos de Dina van Hiele, construa uma atividade que você julgue realizável em alguma de suas turmas. Indique os conceitos geométricos que você vai trabalhar, justificando essa indicação.

*Postagens:*

ALUNA 5 - quinta, 25 Jun 2015, 09:14

Atividades para explorar o conceito de classificação:

Objetivo: classificar, considerando mais de um atributo (tamanho, cor, forma).

Material: blocos lógicos.

Atividade: separar as peças circulares das quadradas, depois as amarelas das azuis, depois as grandes das pequenas.

A atividade pode ser ampliada: separar as peças vermelhas grossas e quadradas, das azuis grossas e triangulares, fazer vários conjuntos, combinando critérios variados.

A classificação poderá ser feita pelo critério escolhido pela criança, depois pergunte se as peças podem ser separadas de outra forma.



PROFESSORA - segunda, 29 Jun 2015, 21:34

Aluna 5:

Explique melhor: a classificação será dada à criança como padrão para a separação das figuras? Ou será a criança quem vai determinar os padrões que vai utilizar?

O conceito "Grosso" .... como foi explicado? Eles já sabem a classificação das figuras pela quantidade de lados?

ALUNA 18 - sábado, 27 Jun 2015, 19:51

Estou aproveitando a estrutura de apresentação da atividade, desenvolvida pela colega 5 (que usou blocos lógicos), para desenvolver a minha.

**Atividades para turma do 6º ano** - atividade para explorar os elementos do cubo, reta e região quadrada (uma aula).

**Objetivo:** reconhecer e nomear os elementos do cubo (faces, arestas, vértices). Perceber a tridimensionalidade do cubo, fazendo a reconstituição do cubo, a partir de sua planificação. Reconhecer um ângulo reto, os vértices como pontos e as arestas como segmentos de reta.

**Desenvolvimento da atividade:**

Mostrar cubos feitos de diversos materiais (caixas com faces quadradas de papelão, de plástico, cubo mágico, cubo de madeira, dado)

Entregar alguns cubos mágicos para os alunos aprenderem as noções de aresta, vértice e faces.

Mostrar quais são as arestas, os vértices e as faces. Elas deverão contar as arestas, os vértices e as faces e anotar no caderno.

Verificar acertos e erros individualmente e, em caso de erro, averiguar como o aluno contou; oferecer diretrizes para ele fazer a recontagem. Alguns alunos se perdem na contagem, ora contam a menos ora, a mais.

Mostrar uma face e pedir que eles identifiquem qual é a sua forma geométrica. (Elas já reconhecem um quadrado).

Entrego-lhes uma planificação de um cubo e peço que construam um cubo a partir dessa planificação. Eles, provavelmente, irão conseguir, pois grande parte dos alunos já realizou essa atividade em séries anteriores ou pelo menos já viu algum colega realizando.

Peço que desenhem a planificação do cubo em uma folha de papel sulfite. Peço que dobrem para formar o cubo. Se perceberam que há uma conexão entre os quadrados, formarão um outro cubo. Os que eventualmente errarem, deverão verificar por que não conseguiram. Eles devem perceber como devem estar dispostos os quadrados na planificação.

Realizada essa etapa, verificar se sabem o que é um ângulo reto. (Eles já tiveram contato com ângulo reto no 5º ano). De qualquer forma, entregar uma folha de papel sulfite e pedir que dobrem a folha, de forma a produzir um ângulo reto. Mostrar que dobrando uma folha duas vezes, forma-se um ângulo reto. Todos deverão dobrar a folha e identificar o ângulo reto formado.

Pedir que identifiquem os ângulos retos, formados nos cubos.

Finalizar a tarefa, escrevendo no caderno: O que aprendi hoje?

Escolhi os elementos do cubo, conforme os experimentos de Dina Van Hiele, porque este ano já trabalhei conceito de Volume com as turmas do 6º ano, mas mesmo tendo revisado os elementos do cubo, antes de introduzir as noções de Volume, percebi que muitos alunos ainda fazem confusão, quando no problema é informado "um cubo de aresta de ....".

Na minha prática, quanto introduzi o conceito de volume, usei o material dourado e os alunos realizaram atividade de construção de prismas e cubos, mas a parte que percebi que falhei foi não aguardar que os alunos, com mais dificuldade, refizessem a atividade até conseguirem concluí-la satisfatoriamente. Parece que ficou claro para mim agora, o quanto é incorreto avançar nas etapas sem que o aluno tenha assimilado a anterior.

Aluna 18:

Algumas observações.

Você anuncia que vai trabalhar também com reta e região quadrada. Nesta aula, você só falou do cubo? Fiquei curiosa com a exploração da reta.

O reconhecimento e a nomeação foram realizadas em um movimento único? Tudo em uma só aula? Como é "perceber a tridimensionalidade"? O que é uma dimensão? Eles já conhecem a classificação dos ângulos? Como é "reconhecer um vértice como um ponto"? Por quê? Por que arestas são segmentos de reta?

...

Perceba que só aí você já tem uma aula, se for trabalhando os conceitos mais devagar.

...

Mostrar cubos feitos de diversos materiais (caixas com faces quadradas de papelão, de plástico, cubo mágico, cubo de madeira, dado) **Por quê?**

Entregar alguns cubos mágicos para os alunos aprenderem as noções de aresta, de vértice e de faces. **Por que cubos mágicos? Essas noções serão aprendidas ou reconhecidas ou percebidas?**

Mostrar quais são as arestas, os vértices e as faces. Elas deverão contar as arestas e os vértices e as faces e anotar no caderno !!

Verificar acertos e erros individualmente e, em caso de erro, averiguar como o aluno contou e oferecer diretrizes para ele fazer a recontagem. Alguns alunos se perdem na contagem, ora contam a menos ora a mais. **Por que eles não são deixados a descobrir?**

Mostrar uma face e pedir que eles identifiquem qual é a sua forma geométrica. (Eles já reconhecem um quadrado). **O que é um quadrado? O que isso acarreta para o cubo?**

Entrego-lhes uma planificação de um cubo e peço que construam um cubo a partir dessa planificação. Eles, provavelmente, irão conseguir, pois grande parte dos alunos já realizou essa atividade em séries anteriores ou pelo menos já viu algum colega realizando.

**Por quê?**

Peço que desenhem a planificação do cubo em uma folha de papel sulfite. Peço que dobrem para formar o cubo. Se perceberam que há uma conexão entre os quadrados, formarão um outro cubo. Os que eventualmente errarem, deverão verificar por que não conseguiram.

Eles devem perceber como devem estar dispostos os quadrados na planificação. **Isso é uma repetição da anterior? Por que não faz só essa etapa?**

Realizada essa etapa, verificar se sabem o que é um ângulo reto. (Eles já tiveram contato com ângulo reto no 5º ano). De qualquer forma, entregar uma folha de papel sulfite e pedir que dobrem a folha, de forma a produzir um ângulo reto. Mostrar que dobrando uma folha duas vezes, forma-se um ângulo reto. Todos deverão dobrar a folha e identificar o ângulo reto formado. **Atenção ao "como" dobrar essa folha!! É importante sempre explicitar o "como" bem claramente!**

Pedir que identifiquem os ângulos retos, formados nos cubos. **Quais cubos?**

Finalizar a tarefa, escrevendo no caderno: O que aprendi hoje? **Essa tarefa será lida por você? É importante saber o que eles estão registrando e fazer uma análise crítica com eles.**

...

Na minha prática, quanto introduzi o conceito de volume, usei o material dourado e os alunos realizaram atividade de construção de prismas e cubos, ... **Queria saber melhor sobre como você utilizou o material dourado para definir volume, já que as peças desse material já possuem volume também: você definiu volume com outro volume? Como foi isso?**

ALUNA 2 - sexta, 10 Jul 2015, 18:21

De acordo com Dina van Hiele, o objetivo do material concreto é o ato de pensar, enquanto suas mãos e cérebro trabalham juntos.

Essa atividade eu não desenvolvi, porque só agora tenho me dado conta de tais questões, principalmente, sobre o trabalho com Geometria Espacial antes da Plana.

5º ano

Conteúdos que eu quero abordar: cilindro e cone

Ref Kátia Stocco Smole

1. As crianças observam a forma dos seus lápis. Manipulando-o, devem ser instigados a pensar como ele foi feito.

2. A professora também entrega outros objetos aos alunos, como rolo de papel higiênico, canudos de refrigerante, latas de refrigerante,...para que os alunos manipulem e respondam como esses objetos foram feitos.

3. O mesmo se faz com cones de demarcação, chapéu de bruxa,...

A proposta é construir um brinquedo chamado cachimbo sopra bolinhas.

4. Vamos construir um cilindro bem rígido. Como?

5. Usando papel, qual forma precisamos?

6. Coloque o lápis sobre a borda do papel (retângulo ou quadrado) e o enrole com a ajuda do lápis. Quanto mais enrolar mais rígido irá ficar. Cole com fita adesiva a borda. Retire o lápis de dentro. Você tem um cilindro que servirá para assoprar.

Obs. A construção do cilindro é, relativamente, fácil, podemos abordar a circunferência que dependeu da "grossura" do lápis,...mas a construção de um cone é um desafio, partindo do que eles imaginam (sei porque já construí com alunos maiores e apresentaram muita dificuldade)

7. Vamos construir um cone. Primeiramente, é necessário deixá-los à vontade para a construção, com certeza uns utilizaram os cones que a professora trouxe como "forma", uns farão triângulos,....

8. Agora, a professora distribui vários pratos descartáveis e pede que pensem se poderia transforma-se em cone...

9. Depois da manipulação, devem desenhar o círculo, usando o prato como modelo. E fazer duas dobras, para que se marque o centro, metade de uma dobra (raio) dessas de ser recortada com a tesoura, agora mexendo nas duas pontas desse corte é possível construir um cone?

10. Para terminar a atividade dobra-se um pedaço (mais ou menos um quarto) do canudo e na ponta cola-se o cone sem sua ponta. Então é só colocar uma bolinha de pingue pongue no cone invertido e assoprar na outra ponta do cilindro.

### **FÓRUM 2.3.3**

*Proposta:* O autor propõe uma comparação entre os experimentos de van Hiele e van Albada. Explícite esta comparação, acrescentando sua compreensão sobre essas experiências.

*Postagens:*

ALUNA 5 - quinta, 25 Jun 2015, 12:52

Geometria é um tipo de raciocínio, baseado no uso de elementos visuais e espaciais, tanto mentais quanto físicos, desenvolvidos para resolver problemas ou provar propriedades. A visualização integra-se a quatro elementos principais: imagens mentais, representações externas, processos de visualização e habilidades de visualização. A aprendizagem através do concreto, não é apenas mais uma opção de ensino da matemática, mas sim uma necessidade, em que o professor deve iniciar as suas atividades, a partir do concreto, para somente após vislumbrar uma aprendizagem que contemple o abstrato, e não apenas apresentado conceitos matemáticos apenas de uma forma totalmente abstrata.

PROFESSORA - segunda, 29 Jun 2015, 22:01

Aluna 5:

Gostaríamos que você nos falasse mais sobre as experiências relatadas no texto: Van Hiele e P.J. van Albada. O que você achou delas? O que compreendeu dos processos de aprendizagem a partir dos materiais concretos?

ALUNA 18 - sábado, 27 Jun 2015, 17:58

Segundo o autor, os cursos introdutórios em Geometria de van Albada e van Diele apresentam um grande diferença em relação aos cursos de geometria tradicional; por isso, denominou-os de cursos anticlássicos.

A forma clássica de se ensinar geometria é iniciar pelo estudo do plano (pontos, retas, plano), para depois estudar as relações espaciais. Inicia-se, geralmente, com noções dadas como intuitivas de ponto, reta e plano e, se há alguma prática, é usada para provar uma propriedade já apresentada, um conceito já revelado ao aluno pelo professor. Seria uma prática experimental e não uma prática através da qual a criança poderá fazer suas próprias descobertas.

Tanto van Albada como van Diele iniciam o estudo pelo espaço e não pelo plano e usam o material concreto como recurso para o desenvolvimento do raciocínio lógico geométrico. A diferença entre esses dois métodos é que Van Albada inicia o curso com recursos de geometria descritiva, e van Diele com sólidos geométricos, usando cubos.

Em ambos os cursos, são propostas questões para as crianças explorarem figuras e objetos e, através deles, descobrirem padrões, relações, propriedades, sempre relacionando a descoberta anterior com a da próxima etapa. Não importa se a resposta não é a correta ou até a esperada pelo adulto; pois, ao ser estimulada a investigar suas próprias descobertas com outras proposições, aos poucos, sem pressa, a criança vai construindo seu conhecimento, descobrindo as relações e se apropriando da estrutura geométrica. Antecipar os resultados para a criança, é ser um desmancha-prazeres, tirando-lhe a alegria da descoberta.

PROFESSORA - segunda, 29 Jun 2015, 22:04

Aluna 18:

Não compreendi essa parte: "Seria uma prática experimental e não uma prática através da qual a criança poderá fazer suas próprias descobertas."

O que seria "prática experimental" diferente de prática para a descoberta?

ALUNA 2 - sexta, 10 Jul 2015, 18:42

Nos dois "cursos" (vou chamar assim, porque li período letivo, mas não sei quanto tempo; o trabalho inicia-se com a exploração de sólidos. Justificado que o espaço é mais concreto, mais intuitivo.

Porém Dina Van Hiele, só trabalha com a exploração a partir dos sólidos, enquanto Van Albada utiliza-se de da geometria descritiva com abordagem na perspectiva.

PROFESSORA - terça, 14 Jul 2015, 12:53

Aluna 2:

Seria interessante se você explicitasse a sua compreensão com relação aos cursos. O que você vê tratado de maneira igual e diferentes nesses cursos?

## **8) MÓDULO 2 - (RE) VISITANDO A PRÁTICA / Aula 4: DEDUTIVIDADE AXIOMÁTICA**

## FÓRUM 2.4.1

*Proposta:* Ao mostrar figuras geométricas aos alunos, Dina van Hiele os fez entender do que se tratava sem fornecer-lhes definições. Como você entende a constituição de conhecimento geométrico nesta atividade?

*Postagens:*

ALUNA 5 - terça, 30 Jun 2015, 15:15

As atividades que estimulam a exploração e a descoberta das figuras geométricas são realizadas através de experiências visuais e, por este motivo, possibilitam a formação de conceitos geométricos que levam a uma representação mental correta por parte do aluno, auxiliando no processo da construção do conhecimento geométrico.

ALUNA 18 - sexta, 3 Jul 2015, 16:23

Concordo com a aluna 5, complementando apenas que a descoberta dos objetos geométricos são realizadas através de experiências visuais e motoras, pois além de ver os objetos escolhidos pela professora, a criança irá pensar, manipulando os objetos com as mãos, observando com os olhos e movimentos. A criança é conduzida a pensar nos objetos, tirando conclusões, formulando conceitos ou definições que irá associar à uma próxima etapa de experiências, estimulando o desenvolvimento do seu raciocínio lógico e dedutivo. É um pensar matemático para o adulto que observa a criança e sabe matemática.

Vale observar que a criança pode ficar muito tempo neste nível em geometria antes de chegar ao ponto no qual ela vai consubstanciar seu aprendizado inicial para atingir níveis mais altos.

PROFESSORA - terça, 14 Jul 2015, 11:48

Alunas 5 e 18:

Foi interessante a complementação da fala da aluna 5 pela aluna 18.

Quando nos referimos ao trabalho com material concreto, todos os sentidos são importantes na constituição do conhecimento que acontece na atividade e na reflexão sobre a atividade.

Muito boas as contribuições!

ALUNA 2 - domingo, 12 Jul 2015, 18:10

Nesse curso, o aluno aprende a definir e ele experimenta que a definição é mais do que descrever, que é um meio de organização dedutiva das propriedades de um objeto e o faz sem imposição, mas através das propriedades visuais que ele percebe.

PROFESSORA - terça, 14 Jul 2015, 11:50

Aluna 2:

Lembre-se que não é só por meio da visão que a atividade deve se processar. O aluno precisa estar voltado para o objeto, manipulá-lo, perceber sua forma e suas características.

Como já comentado, todos os sentidos estarão envolvidos.

## **FÓRUM 2.4.2**

*Proposta:* O autor faz uma descrição e uma crítica a *Os Elementos*, de Euclides. O que você pensa a respeito?

*Postagens:*

ALUNA 5 - terça, 30 Jun 2015, 15:21

A matemática compreende duas áreas principais: a *análise*, que trata dos números e suas relações (expressas por equações, inequações, etc.), e a *geometria*, que estuda as propriedades relativas a pontos e a conjuntos de pontos (lugares geométricos). Destas duas áreas, foi a geometria o que primeiro se emancipou, graças aos antigos Gregos, que souberam

conferir-lhes aquele grau de racionalidade, de rigor lógico, com que vem exposta em *Os Elementos*, de Euclides.

ALUNA 18 - sexta, 3 Jul 2015, 17:48

Aluna 5, você fez suas considerações sobre as áreas da matemática, destacando a Geometria como sendo a primeira a se emancipar. Mas não consegui compreender com relação a descrição e a crítica feita no texto sobre a obra *Os elementos*, qual é o seu pensamento.

Considero importantes e válidas as descrições e críticas de Freudenthal sobre a obra de Euclides, visto que tomar *Os Elementos* como o tesouro da verdade e sua organização como a organização correta e definitiva, como ocorreu no início e foi levada para o ensino nas escolas, permanecendo como base inquestionável para o ensino nas escolas até em época recente, representou um distanciamento do objetivo da Geometria, sem significado para os estudantes em sua fase inicial, tornando-se a Geometria tão incompreensível que muitos passaram a questionar a sua existência na grade curricular.

Freudenthal classificou o Curso de van Diele, que se distanciou dos princípios da geometria clássica para ensinar Geometria nos níveis mais baixos, como a demonstração dos **primeiros sinais de organização lógica**.

Classifica a axiomática de Geometria Euclidiana como atividade de organização local, devio à longa tradição, muitos ainda a consideram indispensável e global.

Antes de Euclides, já era hábito introduzir um tratado matemático com uma série de princípios, que eram chamados de axiomas, postulados, hipóteses, teses, definições, pressupostos e outros termos. Assim, o autor esclarece que Euclides, ao introduzir as partes da matemática em seu livro, esta foi inserida em lista de princípios que ele já conhecia da literatura. *Os Elementos* são, assim, uma soma de partes, logicamente, organizadas de matemática, mas não é uma organização lógica da matemática.

Não há, assim, para o autor, uma organização global axiomática e, para que se chegasse a uma axiomática global moderna, teria que ter sido buscado um compilador mais independente do que Euclides. Apesar de ter sido dedutividade rigorosa, sua base foi adaptável ao invés de preconcebida. Denomina então que o trabalho de Euclides foi um trabalho autoritário, na sua época, que foi prontamente canonizado. Então, o que houve de

errado sobre a lógica deste sistema, não foi a ideia de organização local, mas a pretensão de ser global (pelo próprio Euclides e seguidores).

ALUNA 2 - domingo, 12 Jul 2015, 18:38

Temos que considerar que *Os Elementos* foi uma bíblia dentro da matemática. Porém a organização do que havia até a época mais as contribuições de Euclides tinham como objetivo sistematizar a matemática demonstrativamente, seguindo um sistema dedutivo que estabelecia ideias por meio de raciocínio de outra ideia já aceita inicialmente.

A questão a que Freudenthal se refere é: "Euclides introduziu as partes da matemática que ele inseriu em seus "Elementos", em listas de princípios que ele havia encontrado na literatura. Por este processo, *Os Elementos* tornou-se **uma soma de partes**, logicamente, organizadas de matemática, em vez de **uma organização lógica da matemática**. E, na época, não houve críticas consistentes aos "Elementos", principalmente, ao recurso à realidade que faltava.

PROFESSORA - terça, 14 Jul 2015, 11:58

Alunas 5, 18 e 2:

Vocês três fizeram uma boa síntese dos escritos de Freudenthal.

Apesar de considerar a obra de Euclides um marco na história de Matemática e da Geometria, ele explicita que *Os Elementos* não deve ser considerada uma obra definitiva e, ainda, que a sua utilização cega pode derivar em um processo de ensino da Geometria, baseado em definições e em verdades absolutas, retirando a possibilidade da reflexão e de um processo de constituição do conhecimento geométrico pelo próprio aprendiz.

### **FÓRUM 2.4.3**

*Proposta:* Como você responderia ao questionamento do autor: "Poderia a axiomática ser ensinada nas escolas?" (p. 23) Como você entende essa (im)possibilidade?

*Postagens:*

ALUNA 18 - sexta, 3 Jul 2015, 19:03

Ensinar geometria é propiciar à criança o desenvolvimento do seu raciocínio lógico matemático, através da compreensão do espaço físico em que vive. Pode-se estimular as crianças no seu desenvolvimento, através de atividades adequadas, em seu nível de compreensão. Ela pode aprender a tirar conclusões lógicas, elaborar definições (mesmo que incompletas) através de atividades experimentais. Pode avançar para outros níveis.

Já os axiomas são premissas consideradas, necessariamente, evidentes e verdadeiras, ou fundamentos de uma demonstração, porém estes mesmos indemonstráveis, então como ensinar a criança a elaborar axiomas? Em um nível mais elevado, é até possível elaborar axiomas, questioná-los, com bastante legitimidade.

Mas começar a ensinar Geometria através de um sistema axiomático é impor à criança a compreensão de um sistema de definições axiomáticas, que não a levará a adquirir autonomia de pensamento e a distanciará da compreensão do espaço em que vive. É tirar o prazer da descoberta. Pode até entender a lógica do que foi demonstrado, mas o que fará é copiar sem dar o devido significado para o que está reproduzindo.

ALUNA 2 - domingo, 12 Jul 2015, 18:57

Depois de toda essa leitura e de tantas descobertas, principalmente, em relação ao objeto metal de cada indivíduo, trabalhar com a axiomática é travar uma batalha contra o ensino intuitivo.

PROFESSORA - terça, 14 Jul 2015, 12:03

Alunas 18 e 2:

Isso mesmo! Considerar a axiomática um caminho para o ensino de Geometria é tirar do aluno a possibilidade de descobrir e de refletir sobre o mundo que o cerca e que pode lhe trazer um conhecimento a partir de um solo constituído pelos seus sentidos.

Eu também não concordo com a axiomática como ponto de partida para o ensino da Geometria.

#### **FÓRUM 2.4.4**

*Proposta:* Comente a afirmação do autor: "Axiomatização não é o ápice da honestidade" (p. 28). Como você compreende isso?

*Postagens:*

ALUNA 5 - quarta, 1 Jul 2015, 12:27

A Geometria estuda as propriedades geométricas, partindo de certos raciocínios lógicos; as descobertas de novas formas foi por necessidade humana. Como qualquer sistema dedutivo, é comparada a um jogo, devemos aceitar algumas regras básicas, que, na Geometria, recebem o nome de axiomas. Os teoremas devem ser deduzidos através do raciocínio lógico e a partir dos axiomas fixados nestes. Isso não implica dizer que se deve utilizar um método de ensino muito formal, quando o assunto é Geometria, mas sim introduzir os axiomas necessários, bem como exercícios e aplicações práticas, os quais juntos irão despertar o interesse pelo estudo dessa área da matemática, tudo isso para que o aluno tenha um melhor entendimento sobre o estudo da Geometria e vença as dificuldades e os obstáculos que lhe faz não ter uma aprendizagem significativa, pois uma apresentação axiomática da Geometria é longa e exige tempo, levando em consideração que esta só pode ser feita com proveito, quando os alunos já tiverem adquirido bastante familiaridade com os fatos que envolvem a Geometria, visto que esta é uma condição necessária e indispensável para levar os alunos a entenderem e apreciarem o porquê da axiomatização.

ALUNA 18 - sábado, 4 Jul 2015, 06:30

Como a aluna 5 escreveu, igualmente, Freudenthal também esclarece "Axiomatização não a é o ápice da honestidade e rigor", pois há níveis de aprendizado acima, bem como abaixo. Ser honesto no Ensino da Geometria é aplicar o rigor de cada fase, de cada nível.

Para quem defende a sistematização do ensino da geometria através do sistema axiomático, considerando que geometria dedutiva tradicional também é axiomática, esquece

que, numa organização "local", a axiomática se coloca muito bem, é simples de compreender, (é o que o autor denomina de dedutividade tradicional, "local") mas a partir de determinado nível, ela vai exigindo, cada vez mais, formalização, a ponto de axiomas e outras declarações também terem que ser formalizados.

Também uma didática voltada para um sistema axiomático corre o risco de pressionar o aluno para atingir um nível de abstração maior, antes que ele tenha feito as conexões necessárias numa etapa precedente, o que o leva a memorizar padrões, definições, fórmulas, sem compreender o seu verdadeiro significado, o que não ajuda em nada a construção do seu raciocínio lógico e dedutivo e até pode desestimular o aprendizado.

ALUNA 2 - domingo, 12 Jul 2015, 19:10

Primeiramente, se considerarmos os axiomas de Euclides, algumas geometrias. as chamadas não euclidianas, rejeitam a questão do paralelismo. Então, se levarmos em conta o nível de aprendizagem de um aluno, podemos ou não falar sobre isso e, no texto, isto está bem claro, a honestidade e o rigor dependem do nível em que se encontra esse aluno.

PROFESSORA - terça, 14 Jul 2015, 12:38

Muito bem colocado pelas três, o entendimento que Freudenthal não defende, mas também não despreza totalmente, a axiomática no ensino de Geometria. Há níveis em que ela está presente e há outros em que a introduzir pode significar forçar o aluno a uma compreensão para a qual ele ainda não está pronto.

A consideração sobre as Geometrias não-euclidianas não deve descartar a axiomática, mesmo que de outra ordem. Devemos estar atentos a isso!

## **FÓRUM SOBRE O RESUMO DAS AULAS 3 E 4**

*Postagens*

ALUNA 18- segunda, 29 Jun 2015, 09:50

A geometria experimental para crianças deve ser realizada, através de material concreto (objetos geométricos), de tal forma que a criança ao manipular os objetos, esteja, ao

mesmo tempo, pensando sobre como ele é feito. Deve ser estimulada a dar respostas de como pensou sobre esse objeto, mas não devem ser dadas definições para a criança e nem esperar que elas teorizem suas percepções.

Ela pode formular sua definição e, posteriormente, numa outra sequência de trabalho exploratório também com material concreto, pode perceber que sua definição precisa ser reformulada, ou ampliada, mas a nova definição deve estar conectada a anterior. Todo o desenvolvimento do raciocínio lógico precisa nessa fase, estar sempre fundamentado no material concreto.

Nos experimentos de Dina van Diele, vemos, claramente, como as crianças já na faixa de 12 anos vão construindo o seu aprendizado em Geometria a partir de material concreto, sendo, primeiramente, apresentados alguns objetos e, através da manipulação, vão interagindo com esses objetos; à medida que vão se familiarizando com as ferramentas da geometria (pontos, retas, ângulos, planos), sem que lhes seja dada definição, o professor apresenta novas situações para instigar novas descobertas, como no caso do cubo que, após o reconhecimento de seus elementos, dos ângulos retos, passa para superfícies diagonais, desenhando sobre a superfície de um cubo de cartão as diagonais, pedindo que os alunos as conte e meçam. E, depois, propõem um novo desafio, como medir os espaços diagonais? Novamente, o material concreto é que é o apoio para os alunos responderem essa questão: a professora insere dentro do cubo um plano diagonal e os alunos percebem que é um retângulo. Depois vai pedindo que as crianças contem de quantas maneiras podem ser encaixados os retângulos (plano diagonal) no cubo.

O que parece incorreto é usar o material concreto apenas numa fase inicial, ou sem o objetivo claro de fazer a criança pensar sobre ele e, ainda, sem fazer uma conexão com os demais conteúdos que se pretende atingir. Muitas vezes, é usado com finalidades artísticas, achando que a criança relacionou conceitos geométricos, que sequer passou pelo seu pensamento. Como o autor nos fala "coisas se encaixam", mas as crianças perguntam por quê? raramente uma ou outra criança o fará.

Geometria experimental é possibilitar o desenvolvimento do pensamento geométrico, instigando o aluno a fazer descobertas, com o uso do material concreto, em todas as etapas do conteúdo curricular que se pretende trabalhar, relacionando as descobertas anteriores com as estruturas seguintes.

2) "A chave da geometria é a palavra "por quê".

Se o objetivo da Geometria é compreender o espaço, então, além da observação, das distinções de diversas formas que podemos perceber através de um olhar mais apurado, da beleza das formas simétricas, de objetos construídos, seja artisticamente ou fabricados para fins utilitários, ou da natureza, deve-se avançar para o rigor científico de aprofundar as relações que existem entre essas formas, sem o que o homem jamais teria calculado distâncias inacessíveis como a da Terra à Lua. Como teria chegado até o espaço sideral?

No estudo em questão, é levar a criança e até os jovens a perceberem os objetos, descobrindo o que está por trás de sua aparência, e isto só é possível através de perguntas como e por que isto acontece? Por que as coisas se encaixam? Por que a menor distância entre dois pontos é uma reta? Por que há triângulos em determinadas estruturas? Por que os prédios são na maioria blocos retangulares?

### APÊNDICE 7 – Caracterização dos sujeitos, alunos do curso

Numero	Cidade	Estado	Nível de Escolaridade	Profissão
1	São Paulo	SP	Pós-Graduação - Lato Sensu (Espec./MBA)	Professor de Matemática
2	Curitiba	PR	Pós-Graduação - Stricto Sensu (Mest./Dout.)	Professor
3	Campinas	SP	Pós-Graduação - Lato Sensu (Espec./MBA)	Professor de Educação Básica II
4	Tarumã	SP	Pós-Graduação - Lato Sensu (Espec./MBA)	Professor I
5	Camaquã	RS	Pós-Graduação - Lato Sensu (Espec./MBA)	Professor de Matemática, Supervisor Educacional
6	São Paulo	SP	Pós-Graduação - Lato Sensu (Espec./MBA)	Professor de Educação Básica
7	São Paulo	SP	Pós-Graduação - Lato Sensu (Espec./MBA)	Professor de Educação Básica I
8	Alfenas	MG	Pós-Graduação - Lato Sensu (Espec./MBA)	Professor
9	Rio Claro	SP	Graduação	Professora de Educação Básica I
10	Pedreiras	MA	Pós-Graduação - Lato Sensu (Espec./MBA)	Professor
11	Juiz de Fora	MG	Pós-Graduação - Stricto Sensu (Mest./Dout.)	Professor
12	Taubaté	SP	Pós-Graduação - Lato Sensu (Espec./MBA)	Professor Coordenador Pedagógico
13	Serranópolis do Iguaçu	PR	Pós-Graduação - Lato Sensu (Espec./MBA)	Professor
14	Serranópolis do Iguaçu	PR	Pós-Graduação - Lato Sensu (Espec./MBA)	Professor
15	Fortaleza	CE	Pós-Graduação - Stricto Sensu (Mest./Dout.)	Professor
16	Mirassol	SP	Pós-Graduação - Lato Sensu (Espec./MBA)	Professor
17	Guarujá	SP	Graduação	Professor de Matemática
18	Praia Grande	SP	Pós-Graduação - Lato Sensu (Espec./MBA)	Professor de Matemática – EF II
19	São Paulo	SP	Graduação	Professor
20	Matias Barbosa	MG	Pós-Graduação - Lato Sensu (Espec./MBA)	Professor de Matemática

- 1) Não foram explicitados os nomes dos alunos nesta relação para preservação de suas identidades. No corpo do texto da tese, também não foram identificadas nominalmente.
- 2) Em *Nível de Escolaridade*, foi solicitado que o candidato indicasse sua formação considerada de maior grau. Pós-Graduação Lato Sensu pode se referir a um curso de Especialização ou a um MBA. Pós-Graduação Stricto Sensu, a um Mestrado ou a um Doutorado. Não foi solicitada a especificação do curso de graduação ou de pós-graduação que o candidato tivesse cursado.
- 3) Em *Profissão*, estão indicadas as respostas conforme informadas pelos candidatos.

## APÊNDICE 8 – Transcrições dos Encontros Síncronos

### Encontro Síncrono 0 - Grupo 1 12/05/2015 – 19h às 20h

P = Professora

A = Aluno

P = Bem, são 18h 58min e estou ... estou aguardando a conexão do grupo de alunos dessa aula às 19h.

Boa Noite! Eu acho que o teu som está um pouquinho baixo. Você é a . . .

A = Aluna 19 . . . Oi!

P = Oi, aluna 19. Tudo bem?

A = -- Tudo joia, e a Senhora? Ah . . . consegui! Ahaaa . . .-- ki ki ki ...

P = Oi, Bom! . . . é, só você que entrou. Por enquanto, ainda não entrou todo mundo, tá? . . .

A = Oi . . . ka ka ka . . . Oh . . . negócio chato! ra ra . . .

P = Aluna 19, vc ... está aonde? Você está em São Paulo, Capital?

Ah, tá, acho que as pessoas se atrapalharam um pouquinho para entrar e a ... não sei se o problema é conexão ou se é porque, realmente, as pessoas ainda não estão entrando, né...

Você... vai falando um pouco sobre onde você trabalha? ... aluna 19?

A = só um minutinho...

P = Tá...

A = agora sim, eu estava com cinco abas abertas em vários aplicativos diferentes, estava me ouvindo u as trezentas vezes, agora eu consegui.

P = Tá bom, é assim mesmo, a gente vai se adaptando às tecnologias, né...?

A = é, celular, notebook, várias coisas ligadas aqui, estava ouvindo cinquenta vezes a minha voz, estava ficando desesperada...

P = Nossa... Então, você trabalha ...você trabalha em quê aluna 19?

A = então... eu sou professora de Educação Básica, no Fundamental I. Sou professora da Rede Municipal de Guarulhos, aqui em SP, e eu trabalho com os pequeninos no segundo ano.

P = Ah, que legal... e então, você está em Guarulhos, né?, no caso ... Você mora em Guarulhos?

A = não, eu moro em SP, eu trabalho em Guarulhos, mas eu moro em SP.

P = Na rede municipal, que você falou?

A = Municipal, isso...

P = Ah... que ótimo... E como você fez, no caso, o teu curso ... foi Matemática?

A = Não, foi Pedagogia. Isso. Formada em Pedagogia e a gente é Professor Polivalente, né?

A gente, nós, trabalhamos com todas as áreas do conhecimento, Português, Matemática, ...

P = é, eu sei como que é... Você gosta de trabalhar com Matemática?

A = Então, gosto, né, a gente, no começo, vou ser bem sincera com você, porque no começo, a gente vem muito naquela matemática da nossa época, de quando nós éramos alunos, e aquela coisa decorativa, mecânica, e quando a gente vai, começa a estudar, para poder ensinar para os nossos alunos, a gente vem encontrando outras alternativas outros modos, né, de ensinar, de aprender e aí é fascinante.

P = a sim, que bom que você gosta, ah , ah ...

A = Acabei de vir de uma Provinha Brasil...

P = Olha!... Fala mais um pouco... Você estuda alguma coisa sobre Educação à Distância, ou fez algum Estudo seu ou ouviu alguma coisa sobre a Educação Matemática?

A= Então, é... eu já sou formada em Pedagogia, né, Presencial normal, aí eu me Pós-graduei em Alfabetização e letramento à Distância pela Universidade Gama Filho, no Rio de Janeiro.

P =- conheço...

A = A gente fez muitos cursos em EAD, a Rede Municipal em que eu trabalho, que é Guarulhos, ela tem uma proposta diferente então, por exemplo, nós ampliamos a nossa carga de trabalho e essa ampliação de carga a gente faz um curso à distância, então um terço da nossa jornada é em formação.

Então, Guarulhos fez um tremendo investimento, todos os professores da rede ganharam um notebook, e a gente tá estudando numa plataforma também igual a essa Moodle, e a gente está estudando, se aperfeiçoando, né, em relação às Matemáticas. Já fiz Pró-Letramento em Matemática e o curso que eu faço em Guarulhos também, a Linguagem Matemática. Então, a gente sempre está fazendo ... mais informação ... nossas possibilidades.

Em relação à Matemática, eu cursei Pro-letramento em Matemática e o curso que faço, em Guarulhos, também é Linguagens matemáticas; então, a gente sempre está buscando mais informação

P = Então, vc assistiu ao vídeo lá, de aula, que eu coloquei na plataforma e lá eu falo um pouco sobre o curso. Você tem alguma dúvida sobre o funcionamento do curso, ficou alguma coisa por ...

A = Não, acho que a sua fala, naquele vídeo, já orientou bastante a gente, pelo menos a mim, sim, sei que vai ser puxado, né?, porque os cursos na UNESP não são de brincadeira; entretanto, é um tema muito novo, né, porque, ... vc dá uma olhadinha nos livros didáticos de matemática, nós temos um e eu, no meu livro didático, do segundo ano, eu tenho dois capítulos sobre geometria; dos dezenove, apenas dois tratam de geometria, então, é um tema que a gente trabalha muito pouco na sala de aula, explora muito pouco e é por isso que a gente vai buscar mais informação.

P = Ah... que ótimo! Bom, você deve ter compreendido, então ... desde a descrição do curso, lá...

A = Caiu...

P= Aqui não é um curso sobre geometria no sentido... a gente não vai estudar polígonos, não vai estudar essas coisas, a gente vai discutir um pouco numa outra perspectiva, numa perspectiva até mais filosófica e, a partir dessa perspectiva, é que nós vamos compreender, nós vamos ler um pouco desse autor, que é o Freudenthal e que ele dá algumas reflexões, né, sobre como a gente pode trabalhar a geometria com as crianças de uma forma diferente. E você já tinha ouvido falar no Freudenthal?

A= Não, nunca ouvi.

P= É... então, essa primeira aula, no caso, que eu estava querendo era, exatamente, falar um pouco do Freudenthal. Estava na esperança de entrar mais alguém para a gente ter uma discussão mais ampla, mas, eu não sei, acho que as pessoas se enrolaram tanto quanto eu também, né, um pouquinho...

A= Acontece

P= É... não... é ... porque ... então é... é alguma coisa que você... você conseguiu entrar aqui nesse link por um email que eu te mandei agora, não foi? ... estou

A= Então, não foi, a Senhora tinha mandado email há uns vinte minutos, meia hora mais ou menos, aí eu confirmei presença, aí eu vi, por aquele email, não consegui, aí eu fui na plataforma, tinha um linkzinho lá que era pra gente deixar o nosso email logado e clicar ali.

Aí, eu cliquei e abriu uma página e aí, o que que aconteceu? Nessa página que abriu, ao lado, no lado direito, tinha dois ícones, pra acessar pelo google mais, e pra acessar pelo youtube.

Eu acessei pelo Google+ . Quando acessei pelo Google+, como eu já tenho conta no Google+, ficou aqui, como eu já tinha confirmado a participação, aquele aplicativo Hangout, acho que fala assim . .

P= É Hangout

A= Aí eu cliquei em participar e abriu uma tela para mim, e eu fui seguindo os passos, passo a passo, baixei esse aplicativo e aí, pelo aplicativo, é que eu estou conseguindo falar.

P= Ah sim, ótimo... porque, na verdade, aquela primeira mensagem que eu mandei para você, eu deveria ter mandado uma outra . Foi até bom porque num outro computador que eu abri outro email e aí que eu consegui. A menina lá do CECEMCA, que é a menina daqui da UNESP, ela conseguiu me lembrar um outro convite que eu tinha que mandar, que deve ter chegado no seu email também, com o link direto para cá. Então deve ter sido por esse link direto para cá. entendeu... só que eu estou achando estranho que eu já mandei para as outras pessoas também e ...

A= Eu estou vendo aqui, eu não sei onde que eu estou. mas estou num lugar aqui e algumas pessoas estão comentando que elas não estão conseguindo acessar, tem uns quatro colegas...

P= Ah sim, estou olhando... a aluna 11 ... já mandei o convite ... pera aí... deixa eu responder isso daqui. ... Porque... você está vendo lá na página ...

A1= Opa! ... até que enfim...

P= Porque ... você está entrando na página...

A = É...

P = Quem está falando? Aluna 11...

A1 = Oi aluna 11... até que enfim,

P= É ... tá difícil... eu não tinha feito os convites devidamente, e o pessoal está entrando...

Tudo bem . . . Entrou agora a aluna 4 também . . . Oi, aluna 4, tudo jóia? vamos fazer o seguinte: aluna 11, que eu já falei, tira o seu video, por favor... .. Alunas 11... 19... fecha o seu video, por favor... ah... já está fechado... quem está com o video aberto? ...Quem é de Tarumã, é a aluna 4 . . . Ok, Nós já temos quatro pessoas aqui. Eu estava conversando com a aluna 19, e ela estava me falando um pouco sobre ... e o ... nós temos um fórum para vocês, mais ou menos, irem se apresentando, algumas pessoas eu até já respondi, que foram colocando lá para nós,... Bom. e aí, a aluna 19 estava me falando que ela não conhece o Freudenthal. E a minha proposta de hoje era justamente falar um pouco sobre o Freudenthal. Eu fiz, eu preparei até um roteiro aqui para passar para vocês... Nós temos aqui do lado, acho que todo mundo deve estar com o chat aqui do lado, se alguém quiser falar alguma coisa, por favor, digita para mim. E seria interessante também que vocês desligassem os microfones de vocês. porque aí a conexão fica mais leve. Deixa ver se tem mais alguém que queira entrar...Todo mundo está me ouvindo? Testem o chat por favor, para ver se está ok . . . Alunas 2, 19, 11 e 4... ok ...

Então, é... falando um pouquinho do Freudenthal, para quem não conhece, algumas pessoas até já estudaram alguma coisa sobre ele, mas... nós vamos trabalhar com dois textos do Freudenthal, que eu mesma traduzi, são dois textos que tratam, especificamente, de geometria e de dois livros que são os livros que nós utilizamos mais aqui no Brasil, eles são os mais disponíveis e eu mesma fiz a tradução, porque nós não temos tradução disponível das obras dele, apesar de a gente encontrar na internet, muitos textos do Freudenthal, muitas coisas que ele escreveu, que ele publicou, mas em termos de livros que nós temos acesso aqui, no Brasil aqui, para estudo, mais assim à mão, são essas duas obras... Deixa eu achar o nome delas certinho pra passar para vocês. Eu acho que já falei naquela minha apresentação, né . . . Então . . . é ...

Bom, o Freudenthal, quem foi o Freudenthal ? Freudenthal foi um alemão, nasceu na cidade de Lukenwald, ele era judeu, nasceu em 1905; em 1923, estava com 18 anos, entrou na universidade de Berlim e começou a estudar matemática e física. É claro que, naquela época, os cursos universitários eram bem diferentes da nossa separação hoje em dia.

E, pelo que a gente tem lido de outros, até de filósofos mesmo, de vida de filósofos, de vida de matemáticos, a gente percebe que eles estudavam por assunto, eles estudavam ...

foi estudar física e matemática, . . . às vezes . . . também . . . é ... literatura, ele gostava de literatura. Estudava um pouco de literatura.

Então, ele foi estudar na Universidade de Berlim e dentro desses estudos, ele chegou a fazer alguns cursos em Paris também, enquanto estava estudando, e em Amsterdam.

Em 1931, ele termina o Doutorado mas, desde 1930, ele já trabalhava com o Brower, o Brower é um matemático conhecido também, e ele trabalhava como Brower lá em Amsterdam.

E... lá em Amsterdam, em 1933, estava no tempo de guerra e ele teve dificuldades ... ele era judeu...

... estudos com esse professor...

(...) em 1940, a Alemanha invade a Holanda também, onde ele estava, então ele... na Segunda Guerra, ele precisa parar suas atividades de professor na universidade pelo fato de ser judeu e, aí, ele começa a ser perseguido. E, aí, ele fica estacionado.

Em 1945, então, com o término da guerra, ...

(...) 1946, ele assume a cadeira de Matemática Pura e Aplicada, e Fundamentos de Matemática, na Universidade de Utrecht. Onde permanece até 1975, quando ele se aposenta.

Bom, ... não tem duas pessoas falando, só tem eu, deve estar dando eco em alguma coisa, porque está todo mundo com o microfone desligado, gente...

Tá, aluna 2, não tem mais ninguém falando não... pode estar dando eco aí...

A questão do som é a questão de conexão. Infelizmente, eu estive até conversando isso com o pessoal lá do CECEMCA e, infelizmente, é questão de conexão nossa, nossa internet ser muito ruim mesmo.

(...) 1945, 1946, ele assume a cadeira de Matemática Aplicada, Pura e Aplicada e Fundamentos de Matemática na Universidade de Utrecht. E lá ele fica até 1975, quando ele se aposenta.

Em 1971, ele se torna, ele cria e se torna o primeiro diretor do Instituto para o Desenvolvimento da Educação Matemática, em Utrecht, que passou a fazer parte da Faculdade de Matemática e Ciências da Computação em 1981.

Em 1991, ele passa esse Instituto passa a se chamar Instituto Freudenthal, porque o Freudenthal falece em 1990.

Eu acho que ainda tem algumas pessoas com o vídeo ligado. O vídeo também atrapalha a transmissão. Quem puder, por favor, desligar o vídeo também, que a conexão melhora um pouco

Ele estudou Topologia, Álgebra, Grupos de Lie, História da Matemática, dentro da História da Matemática, ele estudou Geometria, em especial, a História da Geometria e Educação Matemática.

Os seus livros se voltam para a aprendizagem da Matemática e desenvolvimento da Instituição Matemática. Ele é conhecido também pela fundação da matemática Realística. Essa Matemática Realística é baseada na resolução de problemas, a partir de problemas reais que podem acontecer, factíveis e significativos e a partir de experiências cotidianas. Ao invés de se trabalhar com regras matemáticas, fora da realidade, da vivência, das crianças. a questão simplesmente cognitiva.

Ele foi uma figura determinante para que a educação holandesa não fosse influenciada pelo movimento da matemática moderna e... que foi predominante, ...que foi ...se expandiu, a partir dos EEUU, nos anos 60.

Ele achava... essa muito formais e que ficou nas escolas, inclusive no Brasil, aproximadamente, por vinte anos, no mundo inteiro

Ele prega a matemática ou prega em suas obras, a Matemática como descoberta, você aprende melhor a matemática investigando. E é uma atividade de execução para a aprendizagem. A matemática é uma atividade. Esse seria assim, um currículo do Freudenthal e que . . .

Vocês estão me ouvindo? Ah... que bom...

Eu gostaria de ouvir um pouco de vocês, assim como eu conversei com a aluna 19, eu gostaria que vocês também, uma por vez, fossem falando um pouco de suas experiências, se já ouviram, já tinham ouvido falar do Freudenthal, alguma coisa que vocês conheçam, que vocês já tenham lido, que vocês já tenham estudado de Educação Matemática, e, aqui pelo chat, eu vou, eu gostaria, por exemplo, que a ... .. aluna 4... abrisse o seu som, o seu vídeo, para a gente ouvir um pouco de você.

A3 = Oi, Professora... está me ouvindo?...

P = Estou... então... fala um pouco sobre a sua experiência... o que você, com que séries você trabalha...

A3 = Eu trabalho, hoje eu estou como coordenadora do polo UAB do Tarumã, mas eu trabalho com o ensino fundamental I, geralmente, com as séries finais.

P = Você não está em sala de aula agora...

A3 = Esse ano não.

P = Era interessante que as pessoas estivessem em sala de aula,. porque nós vamos fazer algumas atividades que a gente gostaria até que, se fosse possível, as pessoas levassem e depois trouxessem alguma informação sobre isso. E você , a sua formação é matemática?

A3= Não... eu sou formada em Pedagogia, Teologia e Letras... Eu preciso de experiência em Matemática.

P= Você, na Pedagogia, você precisa trabalhar com Matemática...

A= Nada aprofundado... eu queria ideias novas, aprender um pouco mais, eu preciso da Matemática...

P = Então... Como eu estava falando... O Freudenthal ele traz para a gente algumas ideias até para a gente usar na sala de aula. Porque ele encara a Matemática como alguma coisa que a gente aprende fazendo...

Então, nós vamos estudar esses textos dele, e como eu estava falando com a aluna 19, a gente não vai estudar tópicos de Geometrias, a gente não vai estudar polígonos e ... perímetros, áreas.

Não é assim, a gente vai estudar, ... a gente vai olhar e refletir um pouco sobre os textos dele que são até bem filosóficos... né?... Eu costumo dizer que o Freudenthal ele é bem chegado à filosofia, à Fenomenologia.

Então, ele vai trazer para a gente algumas experiências e algumas colocações que estão, assim, diretamente, ligadas a isso, a Matemática Experimental, à Matemática ligada a problemas do cotidiano ... ok? Alguma vez você estudou alguma coisa de Educação Matemática, ou já leu?

A3 = Sim, algumas coisas, quando eu fazia Magistério, quando eu fazia Pedagogia, alguma coisa sim, mas nada aprofundado,.

P =Então ... Agora você faz um favor, desliga a câmera... ligada... Aluna 2?...

A4 =Oi... OI...

P =Você está com a câmera ligada. Pode falar você... Você é de Curitiba...

A4 = Sim, sou de Curitiba. Isso mesmo Professora...

P = Então... qual é a sua experiência, qual a sua formação., você trabalha com que séries?

A4 = Eu dou aulas de Matemática há vinte anos, ... eu dou aula de Matemática ...

P = Sim, em que séries?

A4 = Está dando problemas no som, está com problemas e está meio ruim para mim... Eu sou formada em Matemática...

P = E você trabalha com que turmas??

A4 = Eu sou formada em Matemática... pra sexto ao nono e, no momento, estou fazendo Mestrado em Educação Matemática aqui na Universidade Federal, e a minha linha de pesquisa é a Fenomenologia.

P = Ah, SIM... você trabalha com a Luciane (Mocroski)...

A4 = Isso, Isso mesmo... a Professora Luciana Mokroski que é a minha orientadora...

P= Então, você trabalha com Filosofia, já diretamente, com Fenomenologia... você já está dentro...

Você já leu alguma coisa do Freudenthal?

A4 = Não... Eu...

P= Oi aluna 2...? Você já leu alguma coisa do Freudenthal?

A4 = Não... Eu... Não... que nada Professora, estou estudando agora, né... A gente começou a estudar alguma coisa no Mestrado. Não, não li nada ainda; mas, nas aulas, a gente já começou a fazer alguns estudos nas ideias iniciais da Matemática já apareceu.

P = Tá... e você lê inglês?

A4 = É difícil, ainda não, fluentemente não.

P = E, lá na Plataforma, nós vamos deixar os links para estes capítulos e ... eu não sei... se eu não tiver colocado, vocês me peçam, eu tenho o link , eu tenho os livros dele em PDF, esses dois livros, que nós vamos trabalhar, o livro inteiro.

A4 = OI... estou ouvindo, mas a minha voz não está ... está indo atrasada a minha voz ... Ah... sim...

P = Então, você está fazendo o mestrado e você está em sala de aula? ...

Aluna 2 ... vamos tentar outra colega... Alunas 4 ... 8... Td bem, aluna 8?

A5 = Tudo bem e vocês?...

P = Tudo bem, tudo ótimo. Aluna 8, você é formada em ...

A5 = Eu sou formada em Administração, Pedagogia e sou coordenadora de polo de EAD em Alfenas, em Minas Gerais, dou aula de Geometria desde 1996.

P = Você está em sala de aula, aluna 8?

A5 = Estou em sala de aula com alunos do sexto ao nono ano.

P = Ah, que ótimo! Você é de Alfenas mesmo?

A5 = Eu sou de Varginha, mas eu moro em Alfenas há 28 anos...

P = E você trabalha na rede pública aí?

A5 = Então, na rede pública, eu trabalhei 19 anos com Artes, mas muito voltada para Geometria, porque o professor de Matemática nunca dava conta de Geometria. Então, ele passava a Geometria para o professor de Artes.

P = Mas você trabalhava com a parte métrica da Geometria também?

A5 = Sim, a parte métrica e a parte do Desenho Geométrico.

P = É porque, se eu não me engano, acho que eu até respondi lá no fórum, que eu estava curiosa de saber sobre isso, porque, geralmente, quando a gente fala em Desenho Geométrico, a pessoa trabalha só com a parte de desenho, né. Mas você trabalhou também com a parte geométrica.

Você já conhecia o Freudenthal?

A5 = Não, não conhecia, para mim, vai ser novidade.

P = Que bom... então, você chegou a ouvir um pouquinho que eu falei sobre o Freudenthal,

A5 = Não, eu não escutei, porque agora é que eu consegui o acesso.

P = A Grande característica do Freudenthal é que ele trabalha com uma Matemática do dia a dia, trabalha com experiências, ele acha que a aprendizagem matemática vem da atividade, da experiência do aluno, bem longe da questão de você trabalhar com fórmulas, com aquela matemática mais formal e, nestes dois textos, que eu traduzi dos livros dele, quando ele fala da geometria, ele vem trazendo algumas experiências, ele vem trazendo algumas referências de outros autores também, de outros trabalhos, em matemática e ensino de matemática, que são bastante interessantes, até para a gente refletir como é que o nosso aluno aprende, às

vezes, parece que é uma coisa tão fora da realidade , você estudar..., geralmente, eles perguntam para que que eu estou estudando isso, para que eu preciso saber essas fórmulas. E a perspectiva dele, a experiência que ele traz de outros autores, mostra que é possível você trabalhar a Geometria e ele ... têm algumas coisas legais para falar para a gente.

Por isso é que estar trabalhando com o conteúdo de Geometria, propriamente, de Polígonos, de Teoremas, dessas coisas todas, nós vamos fazer reflexões em cima dos conceitos geométricos.

Exatamente, a proposta é exatamente essa, é uma maneira diferente de a gente enxergar a Geometria.

Muito obrigada , aluna 8.

Vamos ouvir um pouquinho a aluna 11.

A6 = Oi, Taís...

P= Tudo bem?

A6 = Tudo jóia e você?...

P = A aluna 11 se interessou bastante pelo curso e não é um assunto que está sempre disponível, é uma maneira diferente de se refletir sobre os conceitos geométricos. Então, aluna 11, fale um pouquinho para as colegas quem é você, porque eu já conheço você.

A6 = Então, eu tenho 18 anos que eu trabalho com educação e 12 anos em sala de aula. Trabalhei com Matemática, tem 6 anos que trabalho com pesquisa e avaliação, e agora eu retornei para a sala de aula e, por coincidência, estou com um trabalho muito legal no colégio de aplicação da universidade que trabalha com módulo de Geometria Espacial. E a proposta é uma proposta assim bem diferente, que é você trazer a geometria espacial de forma que o aluno consiga vivenciá-la. Então, é assim, participar dessa aula aí e escutar um pouquinho, ler um pouquinho dessa tradução do Hans Freudenthal, que era tão inspirado, vai ser muito significativo para o meu trabalho,.

P= Então, a aluna 11 é de Juiz de Fora, esqueci de dizer, ela não é de Juiz de Fora, ela trabalha em Juiz de Fora há muitos anos, e foi lá que nos conhecemos, porque eu também

passsei 10 anos lá em JF e nós nos encontramos lá; por isso, que eu falei para vocês que eu já conhecia um pouquinho da aluna 11. Ela conheceu o Freudenthal na especialização... Não foi aluna 11?

A6 = Isso mesmo.

P = Com muita dificuldade, com textos em inglês, a gente tentando entender alguma coisa, mas foi um gostinho que deixou vontade de conhecer um pouco mais. Se houver essa possibilidade, a gente faria até um projeto para traduzir um Freudenthal todo, porque realmente são muito interessantes os textos dele.

Obrigada aluna 11...

Quem mais está Online, que não falou? Mais alguém? Estou com a minha tela bloqueada...

Bom gente, é...

Era isso que a gente tinha para conversar um pouco com vocês, conhecer um pouco de vocês, esse primeiro encontro é exatamente isso, eu espero que todo mundo tenha conseguido ver o vídeo lá na plataforma e que nós possamos caminhar.

A proposta do curso é discutir mesmo, cada um trazer sua opinião, o máximo de participação nós estamos esperando das pessoas neste curso e vamos tentar então que seja um sucesso. Ok?.

Então muito obrigada por terem disposto ...

Oi, aluna 4... Oi... Oi, aluna 4...Eu estava fechando o encontro, aluna 4, está me ouvindo? ... OI?... Como nosso encontro estava marcado entre sete e oito horas, quem tiver algum compromisso e quiser sair pode sair, pode ficar à vontade.

Aluna 11, você entrou agora? Desculpe, aluna19,... aluna 4... Desculpe.

A7 = faz tempo que estou assistindo mas não estava conseguindo acessar pelo computador, mas agora consegui pelo celular. ...

P = Aluna 4, fala um pouquinho de você. Fala sua formação.

A7 = Bom, eu sou pedagoga, leciono há cinco anos, estou me especializando em psicopedagogia institucional e ... Sou professora na rede municipal de Santa Gertrudes, e estou trabalhando com terceiro ano.

P = Ah... é muito bom a gente ter pessoas com experiências diferenciadas, então, a gente já tem colegas que trabalham de sexto ao nono ano, e ainda não falei com ninguém que trabalha no ensino médio, mas se aparecer também vai ser muito bem vindo, vai ser muito bom.

Porque são experiências diferentes. E o Freudenthal, as experiências que ele traz dos textos dele, elas são aproveitadas em qualquer nível e não tem esse problema. Por isso que a gente tinha pedido que fossem pessoas que estivessem em sala de aula do ensino básico.

A7 = Professora !! ...

P = Aluna 4?

A7 = Oi, estou ouvindo agora.

P = Então, você conhecia o Freudenthal? Já tinha ouvido falar?

A7 = Não. Na verdade, não. Na verdade, eu não conhecia bem esse autor, e acabei ... meus conhecimentos de Geometria são muito rasos, até por esse motivo o meu interesse no curso para poder trabalhar melhor com meus alunos, né, de uma forma mais diferenciada, mais aprofundada, não pelas formas geométricas, polígonos ou as formas espaciais, mais aprender de uma forma mais ... com as crianças, talvez oferecer aos alunos aquela formação que eu não tive quando estudava.

P = É, aluna 4, É assim, o que a gente vai estudar, a gente não vai retomar esses assuntos, esses conteúdos, básicos, da geometria, como a gente estuda, tradicionalmente, de polígonos, de medidas, de perímetros, dessas coisas todas. A gente vai é fazer uma reflexão em cima desses textos, que o Freudenthal escreveu, ele é o fundador de uma matemática realística, que trabalha com problemas do cotidiano, com coisas factíveis, ele não traz aquelas coisas idealizadas, aquelas figuras idealizadas da geometria, o quadrado, o retângulo, as classificações, as medidas, ele não trabalha com isso.

Ele vai trazer para a gente algumas experiências, tanto de outros autores, que ele vai fazendo correlação, quanto de alguns até trabalhos de orientandos dele, que trabalharam com geometria e ele vai inserindo nesse texto e costurando uma forma de nos auxiliar nessa aprendizagem da geometria com as crianças. Com as crianças, que eu falo, são as crianças até o ensino médio...

Você é daqui de Rio Claro mesmo, aluna 4?

A7 = Eu sou de Rio Claro, mas eu trabalho na rede municipal de Santa, que é a cidade vizinha, que é Santa Gertrudes.

P = Sim, eu estou aqui em Rio Claro, agora, porque estou fazendo doutorado, aqui na UNESP. Então você deve estar aqui bem pertinho de mim. Não era pra ter tanta dificuldade em conectar.

Depois da segunda aula, nós vamos ter um outro encontro desses. Nós vamos conversar sobre o que a gente está lendo, o que a gente está estudando. E com certeza, a partir do segundo encontro, eu vou estar mais familiarizada com este tipo de conexão aqui e acho que vai rolar mais tranquilamente.

Eu acho que agora a coisa vai ficar certa.

Bom, gente, já são 20h10min, a gente tinha marcado essa aula até as 8 e demorou um pouco para entrar.

Mais alguém quer falar mais alguma coisa, pode falar o que quiser, e a gente vai fechar esta aula e se falando assim mais pela plataforma.

Qualquer dúvida, qualquer problema, sempre vocês vão se reportar a mim e eu vou procurar responder assim o mais rápido possível, vou entrar várias vezes para poder responder as questões de vocês.

Alguém mais quer falar mais alguma coisa?

Estou com problema aqui, não estou vendo o chat, então, ...

Mais ninguém?

A7 = Também não consigo ver o chat, professora, não sei se é algum problema... com o celular ...

P = Então, muito obrigada, por vocês estarem aqui com a gente. Foi bom conhecer um pouquinho de vocês e a gente se vê no próximo encontro e imagino que sejam em mais ou menos quinze dias, no cronograma, estão marcado os dias certinhos. Um abraço para todos vocês!

### **Encontro Síncrono 0 - Grupo 2 13/05/2015 – 19h às 20h**

P = Professora

A = Aluno

P - Olá a todos. São 19h. Estamos iniciando o nosso chat de abertura do nosso Curso de Geometria.

Vamos aguardar os participantes que já receberam os seus convites e por enquanto ... ainda ninguém ... não houve nenhuma conexão.

A1 - Nossa... minha conexão está péssima.

P -E se a gente conv...

A1 - Oi, não consegui entender,

P -Então, era para abrir o microfone para a gente conversar um pouco.

A1 - Se eu souber fazer isso...

P – Não. Você já está falando comigo, ótimo, já estou te ouvindo.

A1 – OK.

P - Então, aluna 12... Eu acho que se a gente tiver novos encontros, a conexão vai ser mais fácil

A1 – É ... agora vai, porque eu fiz meu cadastro aqui, baixei o programa e fiz o cadastro, porque pelo link eu não estava conseguindo ouvir nada.

P - Ah... tá... Você falou que a conexão está péssima...

A1 - Isso, mas já faz um tempinho que eu falei isso.

P - Tá havendo ... é um *delay* aqui...

A1 - ... se eu soubesse fazer issoo... *delay*... (eco)

P - Você está com mais alguma coisa aberta aí? ... (eco)

A1 - Eu fechei a outra ... do link que eu estava tentando acessar aquela hora. Agora voltou.

P - Deve ser isso.

A1 - Agora deu certo.

P – Ótimo. Então, aluna 12, é ... a gente tinha intenção de fazer uma conversa com os seus colegas, mas parece que vocês estão com um pouco de dificuldade...

A1 – Isso.

P - E a intenção hoje era falar um pouco sobre o autor dos textos de que vamos tratar no curso ... que nós vamos utilizar no curso ... vamos ler, discutir , etc... Então, vamos , não sei se vale a pena ainda esperar mais um pouquinho as outras pessoas, é... você poderia fazer para mim uma apresentação, assim, é ...

A1 - Parei de te ouvir...

P - Educação Matemática... já ouviu falar... Freudenthal... Agora travou um pouquinho.

A1 - Já ouvi falar de? ...

P - Freudenthal...

A1 - Olha, eu trabalhei ano passado, como orientadora do PAC de Matemática. Eu ouvi alguns nomes, assim. ...Mmas a gente não se aprofundou muito. Mas é ... esse nome não é estranho, não...

P – Ah, tá. E você trabalha agora com Matemática? Com Pedagogia, com turmas de ...

A1 - Não, eu sou formada em Letras. Na verdade, né, eu sou formada em Letras e agora eu faço Pedagogia. Atuei muitos anos na ... por dez anos na alfabetização e agora estou trabalhando na Secretaria da Educação. Então ... eu estou na coordenação na Secretaria da Educação e eu continuo trabalhando com o pacto de Matemática...

P – Ah, sim. Mas você trabalha com alunos, não? Com Matemática?

A1 - Não, com professores. Eu faço formação com professores.

P - Interessante isso. Então, as atividades que nós tivermos para ... é ... aplicação, né ... porque muitos colegas estão em sala de aula ... e aí, seria interessante tentar utilizar, tentar trabalhar, né, com as ideias e com os exemplos que a gente vai ver aqui. E aí, se você puder passar isso para a sua equipe, por exemplo, para as pessoas depois nos darem retorno, em relação ao que aconteceu lá na sala de aula, seria legal.

A1 - Eu tenho mais professores que eu acho que se inscreveram também da minha rede. Sou da rede de Tremembé, do interior de São Paulo. Eu não consegui a confirmação de quem se inscreveu realmente, eu vou buscar saber isso e a gente pode trabalhar em conjunto.

P - Independente de eles estarem no curso ou não, você pode fazer a ponte para eles, porque, na verdade ...

A1 - Objetivo ... de eu estar fazendo este curso ... exatamente, para compartilhar com os professores ... É ... isso é legal.

P - A tua formação é Letras?

A1 - Eu sou formada em Letras e estou terminando a Pedagogia agora.

P - Ah, legal. Muito bom. E Educação Matemática?

A1 - A Educação Matemática é meio nova pra mim. Eu comecei com o Pro-Letramento ... agora não entendi nada...

P - A Educação Matemática, você já leu alguma coisa, já ouviu alguma coisa a respeito?

A1 - Eu comecei com o Pro-Letramento em Matemática. Eu fiz o curso. Gostei. Me interessei. Vi que precisava melhorar muito para ajudar as minhas crianças. E, como orientadora do pacto, eu tive oportunidade de conhecer bastante. A gente está estudando agora a Didática da Matemática. Alguns livros da Abel Fanny, da Katia Stocco, sobre resolução de problemas. A gente está buscando.

P - Ah... legal. Você está em Taubaté? É isso?

A1 - Eu sou de Taubaté, mas a cidade em que eu trabalho é Tremembé, a cidade vizinha.

P - Não ... é que eu estou anotando aqui mais ou menos ... que se chegar mais alguém, a gente não se perde muito de quem está falando o quê... é interessante.

Então é o seguinte, aluna 12, o Freudenthal, ele foi um matemático alemão que nasceu em 1919 e morreu em 1990, desculpe, 1905 e morreu em 1990. Ele começou a universidade em Berlim para estudar Matemática e Física. Com dezoito anos, ele ingressou na universidade de Berlim e continuou sempre lá. Naquela época, os estudos eram ... não tinha esse modelo que nós temos hoje de graduação. As pessoas entravam nas universidades e começavam a estudar os assuntos e, na verdade, saíam doutores. E o Freudenthal, no penúltimo ano, antes de ele sair como doutor, ele começou a trabalhar com o Brower, que é um outro importante matemático. E foi ... esteve em Paris, estudando em Paris, esteve estudando na Holanda, e lá, na Holanda, em Amsterdã, que ele trabalhou com o Brower. E, por final, já na Holanda, ele se instalou lá na universidade de Utrecht. Em 1930, deixa conferir a data aqui..., em 1931 ele termina o doutorado e aí ele fica lá na Holanda, em Amsterdã; em 1933, como era tempo da primeira Guerra Mundial e o Freudenthal era alemão e judeu, ele teve que parar as atividades, ficando meio que escondidinho lá em Amsterdã. Nós não temos, assim, notícias de produção dele nessa época. Porque ele, na verdade, tinha que

ficar um pouco parado de suas atividades. Aí, ele ficou, mas continuou na Holanda, somente em 1943, já na Segunda Guerra é ... quando os canadenses, os aliados, conseguem chegar lá em Amsterdã, é que ele consegue retornar às suas atividades acadêmicas. E aí ele continua trabalhando com Matemática pura e aplicada e trabalhando com Fundamentos da Matemática lá na universidade.

Em mil.... em 45..., ele nunca mais voltou para a Alemanha, ele foi para a Holanda e continuou lá. Em 1946, quando ele assume a universidade de Utrecht, onde fica até 1975, quando ele se aposenta. Em 1971, um pouquinho antes de ele se aposentar, funda o Instituto para Desenvolvimento da Educação Matemática, em Utrecht. E ele passa a fazer parte da, nessa mesma ocasião, a fazer parte da Faculdade de Matemática e Ciências da Computação lá em Utrecht. Então, esse estudo fazia parte dessa faculdade, dessa universidade de Utrecht... em 1981 ... desculpe, em 1981 o instituto dele passa para a Universidade de Utrecht. Em 1990, ele falece e, em 1991, esse instituto passa a se chamar Instituto Freudenthal.

Ele estudou Topologia, Álgebra, História da Matemática, principalmente, História da Geometria e Educação Matemática. Eram os campos dele de pesquisa e aonde ele escrevia. O Freudenthal também teve na sua formação primeira, lá em Berlim, onde ele era criança ... ele gostava muito de literatura. Então, ele tem muitos escritos, mas, embora tenha escrito muita coisa, a maioria da produção dele era em holandês ou era em alemão... então, nós temos aqui no Brasil dois livros que foram traduzidos para o inglês, sendo os livros que a gente tem mais acesso...

A1 - Parei de te ouvir... caiu o microfone aqui na hora que você foi falar do capítulo... oi ... não estou te ouvindo... não estou te ouvindo mais... oi... oi ... oi ... oi ... não consigo ouvir. Oi ... oi ... O ... A...

## **Encontro Síncrono 1 - Grupo 1**

**25/05/2015 – 19h às 20h**

P = Professora

A = Aluno

P – Boa noite. Estamos aguardando a aluna 3, que se inscreveu para esse horário, para um encontro conosco a respeito das aulas 1 e 2, para comentar as aulas 1 e 2. Estamos aguardando ela chegar.

[A aluna não se conectou durante os 35 min. 20seg. que tivemos em conexão ativa.]

OBS.: Nestes primeiros encontros do curs, foi utilizada a estratégia de dividir a turma em 2 grupos e oferecer, na plataforma, os horários em que as conexões seriam feitas. Cada aluno poderia indicar o horário mais conveniente e disponível para ele para sua conexão. Neste caso específico, somente uma aluna indicou o horário para estar conosco, mas não se conectou, provavelmente, por problemas de internet.

## **Encontro Síncrono 1 – Grupo 2**

**25/05/2015 – 20h às 21h**

P = Professora

A = Aluno

P = São 8h. 25min. 8h26min. Nós já abrimos a conexão e estamos aguardando as alunas chegarem na sala. Alunas 4, 8 e 12 que se inscreveram para este horário.

A1 = Olá, Taís...

P = Olá, aluna 8. Estou procurando em qual conexão que você está aqui. Estou em dois e não estou em nenhum. Aluna 8?...

A1 = Oi... estou te ouvindo, mas não estou te vendo...

P = Parece que tinha duas conexões. Espera aí. Estão brigando aqui. Agora sim. É que eu desliguei a minha câmera. Pronto! Agora vem a minha imagem.

A1 = Ok, então

P = Tudo bem aluna 8?

A1 = Tudo bem E vc, Taís?

P = Tudo bom. Está sendo uma dificuldade a gente fazer esses encontros, mas é um problema de Internet no Brasil, né? Você não está me vendo? A conexão está muito ruim mesmo.

Melhorou?

A1 = Não estou vendo, mas estou ouvindo bem

P = Você chegou a ver um resumo que coloquei na plataforma?

A1 = Cheguei, eu vi sim!

P = O trabalho de hoje é justamente a gente estar comentando algumas perguntas, algumas provocações que eu coloco naquela apresentação.

A1 = Ok!

P = Logo no princípio, na primeira imagem, a gente coloca assim, que o autor está questionando se os dias da geometria tradicional estão contados, se teria sido a geometria sentenciada à morte, se ela teria tido um julgamento justo, se teriam sido revistos os procedimentos investigativos que ela requer. Então, com relação a isso, aluna 8, o que você acha? Você acha que, realmente, a geometria tradicional está acabando?

A1 = Eu fico entre, como diz o provérbio, entre a cruz e a espada, porque eu já estava fazendo as atividades do módulo dois, então a gente vê que se for no espaço plano a Geometria ...

... agora, se for no espaço esférico, a gente vai ficar nos ...

... adeus à Geometria que a gente conhece.

P = A sua voz está dando um eco. Você está

A1 = ... vai determinar o andamento da Geometria ou não.

P = É porque, na verdade, o que a gente observa com os Professores de Matemática ... é que tem muita gente fugindo da Geometria, né, tem muita gente que não tá querendo dar aula de Geometria não. E, você, acha que isso pode ser algum problema de formação? Que é algum problema da Matemática mesmo, que está tomando uns caminhos e deixando a Geometria para trás? O que você acha sobre isso?

A1 = Eu acho que a Geometria sempre foi deixada para trás. No colégio, onde eu dou aulas, ela só não é deixada para trás, porque são duas frentes, mesmo no ensino fundamental, tá? E eu acho que tem interesse muito grande pela Geometria, porque a Geometria mostra como as coisas surgiram, né? Como que elas surgiram? Como que elas apareceram? E a Geometria foi uma grande contribuição nisso. Então, é o modo de ensinar Geometria hoje, inclusive lá, onde eu trabalho, já é diferente do modo que eu aprendi, tá? E eu tinha horror da Geometria que eu aprendi. E hoje os meninos adoram a Geometria que eu ensino. Por quê? Porque tem a ver com o que eles estão vivendo, tá? Então, a gente tenta mudar um pouco a ... o jeito de ensinar a Geometria, porque a Geometria, antigamente, era coisa que se achava que era inútil: pra que que eu vou estudar isso? Aí, quando você mostra para eles que ela é muito útil, né? O interesse dos alunos mudam.

P= Sim, mas aí, nessa Geometria que você ensina, é como fosse uma ... um afastamento do que a gente pode chamar de Geometria Tradicional? O que será que ele quis dizer com Geometria Tradicional?

A1 = É, é bem diferente, a gente não usa fórmulas, a gente usa medidas, mas usa medidas de

outra maneira, é, em relação com o tamanho, é assim, quanto que isso cabe dentro disso, não vai usar aquela Geometria Tradicional que era conta, é ... , sempre pensando que a linha, não é assim, linha, ponto, reta, não é assim mais. Então, a gente pega, por exemplo, um quadro de um artista famoso e ali a gente mostra que que ele usou que cabe dentro da Geometria,. a gente pega um ventilador, mostra como ele funciona, onde que está a Geometria naquilo, e assim vamos, não é mais do jeito que era antes.

P = Entendi! Então você acha que isso é um afastamento do que se chama Geometria Tradicional?

A1 = É, eu acho assim, que a maneira de pensar, a gente faz com que a nossa, os nossos alunos pensem, tá? Não dá para eles esses axiomas prontos, já, do jeito que está. Por que a gente tem que estudar? Fazer a ... fazer as contas "do pessoal"?... Então, assim , a gente vê uma Geometria totalmente diferente, eu, pelo menos, acho que a Geometria hoje em dia, a tradicional, ela está fadada a morrer, não, eu acho que ela está morrendo mesmo.

P = Sei!

A1 = Eu acho que a gente tem que ver uma outra maneira de ver essa Geometria.

P = Sim, mas, mesmo nessa Geometria que você, conforme você está trabalhando, você não faz um fechamento depois, baseado nos teoremas, nos axiomas, nos postulados, é ... naquela Geometria que ... o Euclides ... é ... registrou, né? Na obra dele, *Os Elementos*?

A1 = Bom, falar de ponto, falar de reta, falar de plano, falar de perímetro, a gente fala, mas a gente mostra que existe um outro jeito de fazer isso. Uma outra maneira da gente estudar isso. tá? Porque é muito infiltrado isso na consciência do aluno, isso passa de pai para filho, e passa de escola para escola, professor para professor, e está escrito nos livros, e aí a gente, para sair dessa, desse tipo de Geometria é meio complicado. Mas a gente vai saindo devagar. Eu ainda acho que ainda tem o tradicional, mas eu acho que o tradicional, daqui um tempo, ... hoje em dia, o aluno mesmo procura seu próprio conhecimento, então, ele vai te trazer uma outra pergunta, para você responder.

P = Ah, sim! com certeza! É só a minha questão era só com relação a gente pensar isso, que mesmo a gente ensinando de uma maneira diferente, a Geometria ela tem uma fundamentação, lá atrás, né?

História, né? E é o que veio plantando isso.

Agora nós temos observado, eu trabalhei em Minas, também, e essa questão da Geometria é uma coisa muito, que aparece muito, é, quando a gente discute os planejamentos nas escolas. Eu trabalhei em escola municipal, no caso, e sempre a Geometria era uma coisa difícil. Você coloca no planejamento, mas sempre naquela condição que acaba quase que não chegando lá. Os professores meio que vão fugindo.

E você acha que, como ele falou aqui, que os currículos estão fugindo disso, e são causados por resistência às inovações. Você acha que pode? O que que você teria para falar sobre isso?

A1 = Então, o que que eu acho, que os professores fogem da geometria, porque eles acham que as outras partes da Matemática são mais importantes . . . Então, ele acha que ensinar fração, ensinar as quatro operações, ensinar equação, é mais importante do que ensinar a Geometria.

Mas isso já vem há mais tempo, se você for basear nas nossas provas do ENEM o raciocínio lógico daquelas provas lá, a maioria tem Geometria; também, se você for ver os descritores da Nova Método de Ensino, os descritores fazem com que os alunos pensem diferente. Hoje já vem diferente desde pequenininho, desde o Ensino Fundamental I, pensando diferente para trazer a problemática para você no Fundamental II e, para fechar, no Ensino Médio.

Mesmo o Ensino Médio sendo o ensino tradicional, que ainda acho que ele é muito tradicional, mas a maneira de ser cobrado e a . . . é diferente, e os professores vão ter que renovar dentro da Geometria.

P = Sei. Bom. Vamos seguindo.

É . . . O Freudenthal, ele, eu não sei se nesse texto, ou depois, a gente vai ver isso, é... ele falando, que considera que a gente sempre começa pela Geometria Plana, com as crianças, mas que, na verdade, o mais natural seria começar pela Geometria do Espaço, que, afinal de contas, a gente está no espaço, então, para a criança, é mais natural que ela entenda melhor alguma coisa do dia a dia dela e que tem profundidade . . .

Acontece muito de você trabalhar tanto a Geometria Plana que, quando você vai para a Espacial, e, por exemplo, você desenha um cubo no quadro, tem muita criança que não

enxerga o cubo, não consegue enxergar a terceira dimensão, ali, a profundidade do cubo. Isso aí é claro, se você não trabalhar com material concreto, né? Se você for trabalhar somente num quadro negro, por exemplo, dá essa dificuldade, a questão da perspectiva.

E, aí, nesse trecho, que a gente leu nessa primeira aula, ele fala, ele se pergunta, de onde se começa a compreender o espaço. É . . .

Você trabalha com a Geometria Espacial com as crianças? Você, é ... chega a ...

A1 = Eu trabalho numa escola particular e o material concreto dela é muito bom. Então a gente já começa com as crianças, a gente não começa pela Geometria Plana, tá? . . . Sexto ano, a gente dá uma noção geral da Geometria, inclusive começa a espacial, tá?... A gente começa com a casinha da abelha, a gente começa cortando o kiwi, a bola, e assim vai.

Então, o que que acontece, a Geometria, essa do ponto, reta e plano, a gente fala para eles o que que é aquilo. Que no meio do kiwi é pontinho, o que formou a estrela é um segmento de reta, a gente até fala, mas a gente começa desse jeito, da casinha da abelha que é um hexágono.

Se você contar para os meninos o que que é um hexágono, é um monte de modelos, o pentágono é a defesa dos EUA (?), eles fazem o desenho e mostram. . . Símbolo que ele tem no joguinho dele de videogame, outro vai relacionando isso tudo com o que está acostumado a mexer, tá? . . . Que a ponta da caneta esferográfica porque tem uma bolinha na ponta . . . e assim vamos.

P = Sim, é bem legal! Bem legal essa abordagem de vocês aí.

Mas, é como você falou, isso é uma escola particular.

Nas escolas públicas, a gente tem muita dificuldade de material concreto, tem muita dificuldade das crianças trazerem até uma régua, que seja, uma borracha melhor, é muito difícil mesmo.

Eu, quando dava aula lá em Juiz de Fora, eu tinha no meu armário, régua, transferidores, compassos, todo esse tipo de material, que até se você for . . . eles têm um celular da hora, o que está saindo, né? Mas, se você pedir para comprar uma régua, eles acham que é uma coisa absurda. E a escola também não tem, então, a gente tem que ir dando o jeito, né?

Então, eu tinha lápis, régua, esquadro para mostrar a eles o que que é um esquadro, porque muitos deles nem conheciam o que é um esquadro, um transferidor, como é que se media um ângulo, é . . . um compasso.

Então, eu comprava, eu tinha no meu armário, quantidades desse material para eles poderem usar essas ferramentas que a escola pública não tinha. Geralmente, não tem. A escola particular, realmente, a gente tem outras formas, outros objetos, outro material que vai dar suporte aí. a . . .

A1 = Quando eu comecei na escola pública, eu também não tinha não, eu tinha o meu material para mostrar para os meninos.

P = É difícil, né?

A1 = É muito difícil! Tinha até lápis de cor para cada um emprestar, porque a escola não tinha.

P = Na Escola que você trabalha, vocês trabalham com Internet? Com Computadores? Com Tecnologias? Na aula de Matemática?

A1 = Ah! Trabalha com computador, com data-show, e aí dá para você ver . . . tridimensional, e tem a parte informática, e a gente pode levar os meninos na aula de Informática. Eles mesmos entram no CABRI, então a gente entra muito no CABRI e eles têm uma noção de profundidade, eles conhecem a caneta que tem agora, que faz as coisas, e você vê. Então eles conhecem um monte de coisas dessa área, entendeu? Aí é mais fácil . . .

Na escola pública, realmente, quando eu trabalhei na Geometria, eu trabalhava com o material que a gente tinha. Mas, mesmo assim, eu hoje, acho que tinha jeito de a gente trabalhar diferente.

P = Você conhece o Geogebra?

A1 = Conheço!

P = Então. O Geogebra, como software livre, é uma grande ferramenta para se usar o computador com as crianças. Existem . . .

A1 = é, mas lá . . . é o CABRI.

P = É, mas o CABRI é um programa caro, pago, e aí é mais complicado, né? Mas, o Geogebra, inclusive a gente tem na Internet um banco de aplicações do Geogebra, onde você pode pegar aquelas aplicações para usar em aula.

É bem interessante. Se você puder, tiver tempo de procurar, é bem interessante de se usar. Bom, foi colocado no texto, também, e isso vem do texto do Freudenthal, uma série de perguntas. Perguntas que a gente, normalmente, não utiliza no ensino da Geometria, né? A gente não utiliza na sala de aula essas perguntas. E algumas são até bem complicadas da gente, matematicamente, justificar.

É . . . você respondeu lá algumas no Fórum, não?

A1 = Respondi! Respondi, sim! Até usei. Gostei muito. Usei nas minhas aulas também, tá? Noções de menor ponto entre a reta, e . . . o menor caminho . . .

Eu até usei com eles algumas perguntas. Da cadeira, né? A gente levou um banco de três pés para a sala, ele é mais firme que uma cadeira de quatro pés. Então, aí, eu gostei muito, eu usei.

P = Olha só, com relação à linha reta, é . . . a particularidade, acho que eu cheguei até a responder isso para você. É a questão da mirada, né? Vem do olhar. O olhar, quando você olha, você olha em linha reta, assim, você olha sempre, o teu olhar é uma linha reta e é essa mirada em que a gente imagina que é a linha reta, que é a menor distância entre dois pontos. Quando você olha alguma coisa, né, é a menor distância ali. E aí, esse caminho do seu olhar, que é a mirada, é uma linha reta.

E com relação ao, a esse outro que você , a essa outra pergunta que você utilizou, tem uma estorinha, né, que é uma estória verdadeira, é, o Santos Dumont, ele nasceu em uma cidade, ali próxima de Juiz de Fora, ali na cidade que hoje se chama Santos Dumont, e ele morou num lugar, chamado Cabangu, e, depois mudou-se de lá, indo morar em São Paulo, porque o pai se mudou, e tal, mas eles mantiveram a fazenda.

Aquela fazenda foi mantida ali, e ele se comunicava com o caseiro da fazenda por cartas, era o comum naquela época, né? Compra tantas cabeças de boi, e tal, e faz isso, vende, compra, arruma desse jeito, ele especifica bem assim. É . . . para você construir uma mesa, mas essa mesa, eu quero que ela tenha três pernas, e aí, quando a gente vê, lá no museu, porque lá em Cabangu tem um museu, que era a casa onde ele nasceu. E a gente fica assim . . . mas, por que ele especificou para o caseiro que a mesa tinha que ter três pernas? E é essa a explicação, é

exatamente essa, que um triângulo é uma figura rígida.

Um exercício interessante de fazer com as crianças é construir triângulo, quadrado, hexágono, todas as figuras, com canudinhos. Você deve conhecer essa técnica. Você usa palito de ...

A1 = É, eu construo com os meninos. Eu construo até tridimensional, não sei se você já viu, que faz com aquela gominha, de sangue, que põe nas laterais . . . e você faz um "cubo" com elas, aí você dobra e . . . (faz outra figura)

P = Isso! Se você for construindo as figuras planas com os palitinhos e essas borrachinhas, né? Com o quadrado, o triângulo, você vai perceber que quando você constrói o triângulo, ele fica rígido, ele fica firme. Ele não muda nada. Um triângulo, quando você tem as três medidas dos lados de um triângulo, ele fica, os ângulos já estão ali determinados e ele vai ficar sempre daquele jeito. Então, por esse motivo também é que você, quando coloca três pernas numa mesa o . . . aquele triângulo, que é formado pelas pontas das pernas, ele vai ficar firme, rígido, então, por isso, a mesa não balança. Ela pode ficar até torta, se uma das pernas for menor do que a outra, ela vai ficar meio torta, mas ela não vai balançar.

E a outra, também, é que, três pontos determinam um plano. Se você tiver quatro pontos você tem vários planos determinados ali. Se você construir um quadrado, por outro lado, com os palitinhos, com . . . nessa mesma técnica, você vai ver que o quadrado não fica firme. O quadrado pode se transformar num losango tranquilamente; ele entorta, então, não é uma figura rígida, que a gente chama. Por isso é que essa característica da rigidez das figuras planas é uma coisa que nem sempre a gente chama a atenção das crianças. Nem sempre a gente fala sobre isso com eles. E tem outras perguntas bastante interessantes. Tem mais alguma que você gostaria de estar discutindo agora aqui comigo?

A1 = Enriquecendo também isso que você está falando aí, você sabia também que na cerca de tabuinha, eles colocam os pregos em forma de triângulos para a cerca não entortar?

P = Essa eu não conhecia não ! k k k ... Esse exemplo.

A1 = As casas dos EUA, sabe, aquela cerquinha branca, tem um triângulo formado com os pregos para não entortar.

P = Olha, essa não sabia . . .

A1 = Só para enriquecer, porque isso daí . . .

P = Mas é porque, se a gente pensar mesmo que três, se você colocar três pregos em forma de . . . realmente não vai mexer, né? É isso mesmo!

A1 = Outra coisa que eu gostei também foi do caleidoscópio, que eu nunca tinha pensado, viu, . . .

P = É, você pode trabalhar simetrias muito facilmente, você pode construir ...

A1 = Outra coisa também que eu gostei é da superfície, essa aqui, oh... O que é maior? a superfície de uma tampa esférica ou o cilindro ao seu redor? Que deu para a gente medir a superfície da tampa esférica do mesmo tamanho do lado do retângulo. Ficou muito bom.

P = Pois é, é uma relação ali, aí você tem que ter a medida do raio, a medida da altura, da superfície, né? Que está em volta da tampa. É uma relação interessante de você, até, trabalhar algebricamente com eles, né? Quanto que seria a relação do raio . . . esse também é bem legal.

A1 = Outra coisa que eles gostaram também é isso aqui, Qual diferença entre aparafusar para a direita e para a esquerda, por que que não é igual?

P = Bom, isso você sabe que tem um padrão, né?

A1 = É . . .

P = Os parafusos são todos feitos da mesma maneira. Eles são todos para o mesmo lado. Você sempre aparafusa para o mesmo lado. É... mas ... se você ... será que seria possível fazer um parafuso ao contrário? A questão técnica, né?

A1 = Eu nunca vi diferente, né? Não tem diferente. Todo mundo só . . .

P = Isso! Sempre do mesmo jeito, fecha do mesmo jeito e abre do mesmo jeito. Então você usou bem essas ...

A1 = Aí, eu achei tão interessante que aí a gente dividiu a sala em grupos, cada um foi procurar o porquê de cada coisa. Procuraram na Internet, procuraram com o pai, com a mãe, e ... e foram procurando o porquê. Aí eles mesmos trouxeram as respostas para mim.

P = Olha! Que legal! Se você puder mandar isso para a gente, você tem esse registro, né? Então, se você puder mandar isso para a gente, é um ótimo estudo. É um ótimo exemplo do que uma iniciativa lá do Freudenthal, a pergunta, que a gente não fica preocupada, né? E ...

A1 = Eu fiquei muito impressionada de uma coisa tão antiga, né? Eu procurei traduzir aqueles exercícios lá, e não traduz de jeito nenhum, porque é muito antigo, então, o seguinte, é , como que essa coisa tão antiga está tão atual?

P = Sim, ele era uma pessoa, realmente, com o pensamento muito à frente, né?, de seu tempo. Mas a ...

A1 = Que pena que está só nós duas, né Taís?

P = Pois é, eu acho que as pessoas não estão conseguindo entrar, eu não sei, a Internet não anda lá essas coisas e também não é uma grande novidade.

Bom, aí, automaticamente, como eu estava falando, vocês já respondem a essa provocação, que eu coloquei lá no resumo, né? Que é . . . Como relacionar a Matemática e as Geometrias às vivências do aluno? Quer dizer, você já fez esses exercícios com eles e a Geometria pode ser um excelente meio de ensinar matemática. Dessa maneira, assim. Que eles estão aprendendo a matemática, né?

E que a Geometria que é possível, no caso, é essa Geometria que é aplicada no cotidiano dos alunos e como, desse jeito que você fez, foi excelente a sua ideia.

Bom. Aí, finalmente, nós temos um trecho, finalmente não, temos mais um, temos um trecho do autor em que ele fala, sobre o espaço euclidiano nunca foi um fim em si mesmo, mas sim, tem sido substrato mental e matematicamente conceitual para o que é nele feito.

É . . . você pensou, você prestou atenção, assim, percebeu que o Euclides não fala em espaço.

Se você for consultar *Os Elementos*, quando ele começa a descrever as figuras no espaço, ele fala em planos, então ele fala, simplesmente, em intercessão de planos, e, se eu não me engano, é no livro 6, não sei se é 6 ou 8, do livro dos Elementos, que ele faz a intercessão dos planos e assim ele constrói as figuras espaciais. Mas ele não define o espaço. E nem, filosoficamente, a gente consegue uma definição de espaço. Espaço é uma coisa que a gente sente, é uma coisa que a gente percebe, é uma coisa que está em nós, Nós percebemos o espaço. Então é . . .

A1 = Espaço, como uma coisa finita, ela não existe . . .

P = Não! O que a gente está querendo dizer é que, matematicamente, o Euclides, que foi o cara que registrou os primeiros teoremas e axiomas da Geometria, ele não registra uma definição para espaço. Porque ele, simplesmente, começa a criar, a falar, das figuras que estão no espaço, mas sem falar do espaço, né? Isso é uma coisa que eu fui procurar no Euclides, porque a gente, estudando espaço, a gente vai lá no Euclides para saber o que ele disse sobre isso, né?

O Freudenthal já vai, faz esse apontamento que não tem, e você indo realmente ao livro dos Elementos, você não acha.

E a obra que é compilada e que é a obra do Euclides, ela está compilada nos Elementos. A menos de alguns outros documentos que são esparsos e que muitos deles não estão nem traduzidos, não estão nem ao nosso alcance.

Então, o próprio livro os Elementos, que a melhor fonte é em Grego, né? E nós tivemos até um professor aqui da UNESP, do Programa, que fez a tradução do Grego para o Português. Então é uma coisa assim, que é antiga . . . É que a gente exemplificou, os espaços projetivos. Você já tinha ouvido falar nos espaços afine ou afim?

A1 = Não! Nunca tinha ouvido falar não! Então até pesquisei. Eu não tinha ouvido falar não.

P = É uma Geometria bastante diferente, né? E, na aula, eu coloquei um texto que são duas páginas. São duas ou quatro páginas de um livro que traz várias Geometrias e, uma delas, fala de Geometria Afim. É . . . nas Euclidianas. Vocês já devem conhecer, né?

A1 = Já!

P = Então, nas Euclidianas, estão mais trabalhadas hoje em dia.

A1 = é o que a gente mais ouve, né?

P = É! Que trabalha com os espaços curvos, que até a gente pensa, quando a gente fala em linha reta, a pessoa caminhando na superfície da terra, mas, na verdade, quando a pessoa está caminhando na superfície da terra, ela não está em linha reta, porque a terra não é plana, então é uma curva.

Então, depois tem o exemplo da análise, que é um espaço com um número infinito de dimensões, nós temos algumas, . . . nós temos uma Geometria não euclidiana, que é a Geometria fractal, que é a Geometria com infinitas dimensões. Muitas dimensões. É uma delícia . . .

A1 = Eu adoro fractal!

P = Eu tenho uma pesquisa que eu fiz na época da faculdade, trabalho final da faculdade que foi em fractais e uma aplicação para a gente usar em sala de aula. É bastante interessante também.

A1 = Eu até me interessei pela sua pesquisa.

P = Eu vou ver se ainda está no ar, na Internet. Não sei se ainda está, porque foi lá na UERJ, no Rio de Janeiro. Eu não sei se ainda está no ar. Mas se estiver, eu passo até o link para vocês.

A1 = Tanto eu gosto quanto os meninos gostam muito de fractal.

P = Sim, os fractais são lindos realmente. E saber que tem matemática por trás daquilo é mais delícia ainda.

E... os espaços métricos, topológicos, discretos, você fez mais alguma pesquisa sobre alguns desses tipos de espaços?

A1 = Não! Eu pesquisei sobre aqueles que deixou no fórum 1 da aula 2 . . .

P = Vamos, o que eu estou sempre pedindo para todo mundo é que as pessoas, o mais rápido que possam, claro, não é para atropelar, mas o mais rápido que possam, que postem as suas contribuições no fórum. Quia a gente consiga estabelecer uma discussão ali no fórum mesmo, porque, conforme a gente está vendo, os encontros online são mais difíceis, né? Se nós tivéssemos mais gente neste encontro, por exemplo, seria excelente, mas o tempo de conexão, as dificuldades todas, fazem que a gente ainda não consiga, ainda não está nesse nível de fazer um curso totalmente online. Seria muito legal, né? Até porque, a gente faz esse curso numa Universidade Pública, a gente não tem satélite, por exemplo, porque nós temos universidades no Brasil, a UNIPAR, por exemplo, que é uma universidade só à distância, só que eles têm um satélite, então o cara pode estar lá no Rio Grande do Norte, assistir a uma aula que o cara está dando lá no Paraná, ao vivo, e interagir com ele assim, como se estivesse ao lado do professor. Mas isso ainda não é a nossa realidade, infelizmente. Quem sabe se a gente não consegue chegar lá?

A1 = Mas eu pensei assim, se, por acaso, não seria mais fácil mexer com SKYPE. Você já tentou?

P = Olha, essa indicação desse meio, do Hangout, é do pessoal técnico daqui da UNESP, que está me dando apoio, me dando suporte. Inclusive, nesta semana, eu tenho uma outra entrevista com a técnica de lá, é um apoio, é até quem responde, que coloca as coisas lá na plataforma para a gente. E vou ver com ela uma outra opção, porque, realmente, as pessoas não estão conseguindo entrar.

A1 = O pessoal dos institutos federais que eu estou mexendo, eles usam ou a WEB CONFERENCE, ou o SKYPE. Eu nunca usei esse Hangout.

P = É, eu vou conversar com ela amanhã e pode ser que no próximo encontro a gente já consiga estar mudando a tecnologia e tentando uma outra coisa. Porque, o ... está me reafirmando é que o problema não é a ferramenta, que o problema é a Internet.

Bom. Aí, como eu não tenho . . .

A1 = Eu demorei para conectar, viu? Porque eu também não entendo muito dele, e a gente, eu não sabia . . . E ele não é muito conhecido aqui na nossa região não. na minha região, não.

P = Não! Não é! E o que acontece é assim, a grande maioria das comunicações online é pessoa a pessoa. O SKYPE, por exemplo, funciona muito bem, quando você liga um computador no outro, a gente faz reuniões com a minha orientadora, por exemplo, que mora em São Paulo, a gente faz as reuniões aqui. ela entra pelo SKYPE e ela participa plenamente, numa boa.

Agora, quando a gente se propõe a colocar mais pessoas, aí eu acho que o negócio meio que engargala, e eu não sei se com o SKYPE aconteceria a mesma coisa. Mas eu estou até disposta a tentar, fazendo grupos, são grupos menores, mas o SKYPE já é possível em grupos.

A1 = Mas, é tão grande assim, os grupos? Às vezes, daria para ser.

P = Pois é. Então, a gente vai tentar isso também e melhorar essa conexão para, essa forma, da gente conseguir se falar.

A1 = É isso mesmo, Taís.

P = Tá bom, aluna 8.

A1 = Tem uma das nossas amigas aí, como ela chama? Aluna 18? Ela coloca umas postagens tão boas pela Internet que eu estava a fim de dar uma perguntada num monte de coisas.

P = É uma pena, mas pergunta no fórum. É isso mesmo! Pergunta no fórum, para poder fazer os diálogos, para a gente poder ter uma interação legal. Está bom, aluna 8?

Então, foi um prazer estar com você novamente. Nós vamos estar juntas, eu acho que daqui a duas semanas, se eu não me engano. No cronograma, dia 8 de junho, nós vamos estar fechando o primeiro módulo do curso e abrindo o segundo. E eu vou trazer novamente um resumo, ainda não sei em que formato, mas a gente vai trazer um resumo da terceira e da quarta aulas e a gente vai conversando.

Ok?

A1 = Então, tá bom!

P = Grande abraço para você, aluna 8.

A1 = Não esquece de mim não! Se achar o fractal, manda para mim.

P = Está bom! Pode deixar. Um abraço! Tchau!

A1 = Tchau!

## **Encontro Síncrono 2**

**08/06/2015 – 19h às 20h**

P = Professora

A = Aluno

[ Nesta ocasião, conversaremos sobre as Aula 3 e 4 do Módulo I a partir dos textos, dos resumos e das perguntas que foram enviadas.

Além disso, fecharemos o Módulo I e abriremos o Módulo II. ]

P = Olá todos! São 19h32min, nós estamos entrando online, estou verificando aqui que nós ainda não temos ninguém assistindo à aula, então, nós vamos aguardar um pouco, enquanto os alunos se conectam. Nós vamos comentar sobre as aulas 3 e 4, fazer o encerramento do módulo 1 e também fazer a abertura do módulo 2.

Bem, já são 19h40min, vamos voltar a conversar com vocês.

Pelo meu controle, eu vejo apenas uma pessoa acompanhando, uma ou duas pessoas acompanhando a aula. Quem desejar enviar algum recado, pode mandar enviar pelo próprio Youtube.

Vamos aguardar aqui, ... Ok! Retornamos e vamos conversar sobre a única contribuição que tivemos no nosso fórum, que foi a aluna 18.

Eu vou ler para vocês.

Vamos ver se consigo colocar aqui na tela.

Bom! O que a aluna 18 nos fala . . .

"Penso que trabalho com objetos mentais nas aulas de Geometria pois, ao iniciar o conteúdo das formas, por exemplo, sempre peço que identifiquem formas geométricas conhecidas na sala de aula e também fora dela."

Eu não sei por que a aluna 18 está falando em objetos mentais na mesma forma . . . não completou . . . não estou entendendo . . . gostaria que vocês comentassem alguma coisa, porque parece que está dando algum problema aqui.

Quem estiver assistindo, pode, por favor, aqui, por escrito, não estou entendendo, porque não estou conseguindo. Sim, agora consegui compartilhar minha tela, o comentário da aluna 18.

E como eu vinha dizendo, a aluna 18 fala em objetos mentais e diz que trabalha com objetos mentais, quando ela pede aos alunos para identificarem formas geométricas conhecidas no espaço da sala de aula. E aí, eu não compreendi muito bem o que a aluna 18 quis dizer com formas geométricas conhecidas . . . está retornando aqui para mim e eu não estou entendendo o porquê. Gostaria que vocês me dissessem se estão me ouvindo. Alguém pode me responder, por favor? Que eu não estou recebendo nenhuma comunicação de vocês.

Bom! E aí, o que eu queria comentar sobre o que a . . . tá difícil de . . . vou ver se eu consigo ver o que vocês estão me mandando, tá? . . . Só para explicar, que eu estou virando de lado, é que eu tenho um computador aqui do meu lado, onde estou tentando ver os comentários de vocês.

. . . Pelo que estou vendo, há duas pessoas assistindo, mas essas pessoas não estão se comunicando comigo, será que não estão me ouvindo?

... quatro pessoas me assistindo, por favor, digitem nos comentários, quem é que está me assistindo . . . basta digitar no espaço de comentários . . .

Bom, eu vou seguir com os meus comentários a respeito da única postagem que houve nesse fórum e eu acredito que vocês vão entender que a partir de agora a gente vai poder se comunicar por escrito e vocês vão poder me ver transmitindo online, ao vivo.

Bom! A nossa colega 18, voltando, falou sobre objetos mentais, falando que ela trabalha com objetos mentais, quando ela pede aos alunos para identificarem formas geométricas conhecidas no espaço da sala de aula. E eu gostaria de perguntar a ela o que ela está querendo dizer com formas geométricas conhecidas, porque, no meu entendimento, pelo menos, pelo que eu li, esses objetos mentais não são físicos. E esses objetos mentais, são anteriores a qualquer classificação de Geometria, a qualquer instrução em Geometria é, e aí eu fico sempre preocupada que a gente esteja falando coisas diferentes. Bom, segundo, ela fala

assim,

"Também para explicar simetria, utilizo imagens que se repetem. Já trabalhei com pipas, tanto para reconhecimento de figuras geométricas, como para simetria axial, para movimento rotacional, já trabalhei com mandalas.

Os alunos, via de ... adoram as aulas de geometria quando utilizado este método.

. . . Eu continuo não recebendo nenhuma comunicação de vocês, eu gostaria de vê-los se comunicarem comigo também. No meu controle, eu tenho três pessoas que estão me assistindo, mas não estão comentando.

Bom, continuando, porque, de qualquer maneira, essa comunicação vai ficar gravada e aí vocês podem assistir a qualquer momento.

Mais a seguir, a aluna 18 também fala:

"Na constituição de objetos geométricos sempre relacionado com os objetos mentais do mundo vivido, sempre solicito a montagem em papel de poliedros e, a partir daí, trabalho nomenclaturas e relações".

Eles conhecem as figuras? Eles montam as figuras sem saber os nomes? Qual é a motivação para isso?

O que os fazem montar objetos sem saber os nomes do que eles estão fazendo? Fiquei curiosa!

Para compreensão de medidas de ângulos, também já construíram seu próprio transferidor, o transferidor de papel, a partir de dobraduras, recorte e régua.

Também fiquei curiosa sobre esse método. Então, gostaria que a aluna 18 retornasse ao nosso fórum e explicasse toda essas questões que a gente está tentando discutir aqui, mas que, infelizmente, eu não estou recebendo as comunicações de vocês.

Considero importante o uso de instrumentos como compasso, que facilita a abstração de pontos centrais, pontos médios e bissetriz.

Não entendi como o compasso abstrai, se o compasso é concreto e, então, não entendi como ele facilita a abstração.

Então, todos esses pontos que eu estou colocando, aluna 18, principalmente, e se mais alguém tiver mais alguma opinião sobre estas questões, por favor, vá me passando ou então pode, depois no fórum, porque eu não estou recebendo as comunicações de vocês.

E aí, entrando nas considerações de vocês sobre a aula 4, ela coloca que corpos rígidos são os

que não se deformam, são convexos e regulares. Já no mundo das caixas, que é um esqueleto do corpo sólido prisma, esta pode sofrer transformações, pois apresenta mais de um centro de simetria

Então, ela está dizendo que a caixa não é um corpo rígido? Eu gostaria de voltar à definição de corpo rígido e ... e associar objetos mentais é ... que possam ter essas características com objetos geométricos, é uma maneira mais simples do que objetos não geométricos, no mundo em que se vive.

O que que seriam esses objetos não geométricos?

Há uma Geometria é ... que a gente está tomando como Norte, aqui, que é a Geometria Euclidiana. Mas que, na verdade, nós temos outras geometrias, as geometrias não euclidianas. Uma dessas geometrias não euclidianas é a Geometria Fractais.

A Geometria Fractal é conhecida como a Geometria da Natureza, porque ela tenta descrever, matematicamente, objetos da natureza e o Mandelbruch que foi o criador, ele fala o seguinte, que a . . . , quando a gente corta uma árvore, um tronco de uma árvore, a gente não obtém o círculo, a gente obtém uma sessão que é assemelhada a um círculo da Geometria Euclidiana.

Quando nós olhamos as nuvens, elas não têm formas definidas. Quando nós examinamos o litoral, um litoral de um país a gente vê que ele não tem formas e nem apresenta linhas retas, como nós temos na Geometria Euclidiana, como nós estudamos na Geometria Euclidiana. E não, essa Geometria está ligada a outras características que não essas que o Freudenthal descreveu como características de corpos rígidos.

Então, o que ele está chamando de corpos rígidos, na verdade, não são aqueles poliedros que nós não conseguimos deformar.

Até porque, ele fala, em algumas dessas características, por exemplo, em ângulos retos, um quadrado só tem ângulos retos, e esse quadrado não é considerado um polígono rígido.

Então, na verdade, o que ele está falando de corpos rígidos é alguma outra coisa que não são os polígonos e os poliedros que nós podemos chamar de rígidos, porque não se deformam.

A gente continua não recebendo nenhum comentário. Eu gostaria que esses comentários fossem ao longo da aula, eu tenho registro que 3 pessoas estão assistindo, mas, infelizmente, essas pessoas não estão postando comentários para nós.

Seria interessante que a gente tivesse algumas pessoas assistindo.

Bom, como nós não tivemos mais nenhum comentário no fórum, infelizmente, eu vou ficar repetitiva, se eu ficar fazendo novamente um resumo das aulas 3 e 4. E, há algumas coisas importantes também que eu queria aproveitar esses encontros para passar para vocês.

O que é isso?

Com a aula 4 então, nós fechamos o módulo 1. O módulo 1 ele tinha como título, exatamente, a questão de revisitar os conceitos.

Então, seria uma forma de a gente estar revendo, reconstruindo, desculpe, o título correto seria "Reconstruindo Conceitos". Ou revisitando conceitos que vocês já conheciam.

Mas esses conceitos, reconstruindo esses conceitos a partir do movimento do Freudenthal, de tudo o que o Freudenthal escreveu e está construindo.

É . . . esse módulo 1, que nós estamos fechando hoje, foi composto de 4 aulas.

A primeira, perguntando "O que é Geometria", a gente, um pouco, tratando do que a gente entende por Geometria. Se Geometria é medição do espaço, o que é Geometria?

A aula 2, que fala exatamente sobre o espaço, especificamente, fazendo uma discussão, como nós podemos entender o espaço? Já que o próprio Euclides, quando escreve ou quando organiza *Os Elementos*, ele não define espaço. Ele não usa essa expressão. Quando ele começa a falar em Poliedros, em figuras em três dimensões, ele simplesmente faz a definição, dizendo que nós temos um plano, outro perpendicular, outro paralelo e tal, e vai fechando o poliedro.

Mas sem falar que essa figura que se formou pela interseção desses planos, a partir das arestas, que são as interseções entre esses planos, que essa figura está no espaço.

Ele não usa essa determinação.

Uma outra coisa importante, que a gente falou sobre espaço é que, como nós vivemos no espaço?

Como as crianças vivem no espaço?

É muito mais natural a gente começar a falar em geometrias, a partir da geometria que é chamada Geometria Espacial.

E não como é feito, normalmente, a partir do plano, as figuras planas.

A aula 3 falou sobre o objeto mental, que é essa discussão que eu queria que vocês me falassem mais do que estão entendendo sobre o objeto mental.

Objeto Mental é . . . ficou para a Psicologia da Educação a discussão sobre isso, né? E a gente da Matemática acaba não discutindo muito isso. Sobre objeto mental.

Mas o Freudenthal, ele traz muito esse conceito. E eu entendo o objeto mental como o que a criança, como a criança percebe uma figura geométrica, no caso, que a gente esteja falando num objeto mental geométrico.

Então, ele faz algumas . . . no texto, ele traz alguns diálogos que teve com o neto dele, que era um menino pequeno e ele fala muito sobre essa questão da criança pensar, da criança ter uma imagem para si, perceber uma imagem para si, mas representar de uma maneira, às vezes, que para nós é alguma coisa completamente diferente. Ele não consegue expressar, ele não consegue representar aquilo que ele está imaginando, que está percebendo, num papel, para a gente.

E a aula 4 fala, que são alguns exemplos, outros exemplos, sobre corpos rígidos, caixas e as transformações, que a gente pode fazer, a partir desses mundos em que a gente também pode estar incluindo o mundo, que ele chama de chapéus de burro, mas que a gente aqui pode falar que são os chapéus de palhaço, o mundo dos rolos e o mundo dos telhados pontiagudos.

Aí são as experiências de vida dele, onde ele vive, que ele vê, naquele tipo de telhado. Aqui no Brasil a gente nem tem tanto esse exemplo.

Bom, aí, lá no vídeo que eu deixei para vocês na plataforma, eu já deixei a última atividade que fecha o módulo 1, que é uma atividade onde eu peço para vocês construírem um texto, relacionando todos os textos que nós estudamos.

Alguns alunos, na aula 4, quando fizeram postagens nos fóruns, já colocaram alguma coisa a esse respeito. Mas, eu queria mais formal, de uma maneira de um trabalho mesmo, de um texto, para vocês colocarem . . .

Há já um link para vocês colocarem esse trabalho. E, ao mesmo tempo, que nós estamos fechando o módulo, nós estamos abrindo o módulo 2.

O título do Módulo 2 é "Revisitando a Prática".

Então, nós vamos começar a falar mais da prática, da prática de vocês, da prática que o Freudenthal exemplifica e que ele traz de sugestão para vocês trabalharem.

Então é ...

Nesse novo módulo, a primeira aula chama-se Reprodução em Geometria.

Nós temos uma discussão, aqui no nosso Grupo de Pesquisa sobre essa palavra Reprodução,

mas é a palavra que o Freudenthal está trazendo.

A gente está preferindo usar a palavra exposição.

Mas a palavra que o Freudenthal está trazendo é reprodução.

Pelo menos é a tradução para o inglês, a gente tem, na verdade, um grande problema de tradução, porque o Freudenthal escreve em Alemão e esse Alemão foi traduzido para o Inglês, o acesso que nós temos é o Inglês, então, por enquanto, a tradução da palavra que ele traz em Inglês seria representação. Apesar de não ser uma boa palavra para a gente usar quando a gente está falando de Geometria, quando a gente está falando de objetos mentais.

A aula 2 vai falar sobre o que é estudar Geometria.

Vamos aguardar.

A Aula 3 vai trazer experiências com material concreto e outras experiências que são as experiências dos Van Hiele e a experiência dos Van Albada.

E na aula 4, nós vamos discutir um pouco sobre dedutividade e a axiomática nas nossas aulas de Geometria na Escola.

E, também, ainda, eu, no vídeo que deixei para vocês, e vou reforçando agora, eu já começo a anunciar a atividade final, que é para ser postada daqui a quase um mês, até o dia 6 de julho, quando termina o curso.

Então, que é desenvolver um planejamento para um curso de Geometria, e aí eu volto a falar para quem não está em Sala de Aula, sente-se com um professor de matemática, sente com alguém, com colegas, com os professores da sua escola, se você for coordenador pedagógico, para montar esse planejamento de um curso de Geometria, escolha uma série, uma turma, que pode ser a que você estiver trabalhando, pode ser que esse colega esteja trabalhando ou, se você pode imaginar também que vai dar uma aula para um sexto ano, por exemplo, você trabalha com o fundamental 1, mas você imagina como seria uma aula para o sexto ano.

Também pode.

Essa aula tem que ser direcionada a séries do ensino básico que é o Fundamental e o Médio, utilizando, para isso, o conteúdo estudado neste curso.

Então, utilizando esses conceitos que nós revisitamos.

Como trabalhar esses conceitos em sala de aula.

Complemente seu trabalho com as justificativas teóricas correspondentes, ou seja, trazendo esse conteúdo, que nós estudamos, aonde você está se apoiando para construir as suas

atividades.

Não é necessário trazer outros autores, o ideal é que você use esse material do Freudenthal, a intenção do curso é trabalhar com material do Freudenthal, não é fazer interseções.

É ver aplicabilidade desse material, desses textos que o Freudenthal traz para a gente.

Então, essa é a intenção do nosso curso, essa será a intenção dos trabalhos finais que a gente está solicitando.

Nós demos também sugestão para vocês, se quiserem, se houver tempo para isso, dependendo do que vocês estiverem pensando até o tempo para isso, aplicar essa aula, tirar fotos, ou filmar, é claro que se for aparecer a imagem das crianças, vocês vão precisar de autorização das pessoas para que isso seja publicado, né? E criar um blog e, nesse blog, vocês descreverem essa atividade, como foi o planejamento e como foi a aplicação, ilustrando com fotos, ilustrando com filmes, se tiver, e descrevendo, fazendo relatos sobre como os alunos se comportaram, como foi o aproveitamento, etc.

E aí, vocês me mandam esse email, no lugar de postar a atividade, vocês postem o planejamento e, no final, o endereço, desse email não, desse blog, onde vocês postaram a sua atividade. Se vocês não quiserem criar um blog só para essa atividade, vocês podem até utilizar um blog que já existe, que vocês já tenham acesso, que vocês participem e que vocês compartilhem de algum outro colega.

Bom, eu teria gostado muito que essas 3 pessoas que estão me assistindo tivessem mandado comentários mas, infelizmente, não estou recebendo comentário nenhum.

Então, eu vou fechar o meu som, vou compartilhar uma tela aqui e, se alguém quiser, ainda fazer algum comentário, enquanto eu estiver online, eu ainda respondo, ou ainda, vou olhar lá o que essa pessoa está mandando e vou responder para vocês. Nós vamos procurar fazer agora assim, nós vamos sempre abrir um fórum para vocês responderem às provocações e vamos ter um dia, esse link aqui aberto, que é um link do Hangout, se eu estou no Hangout que está sendo transmitido ao vivo pelo Youtube e vocês assistam no Youtube e comentem na área de comentários do Youtube. Abaixo da transmissão, onde apareça minha imagem, onde apareço falando aqui, vocês têm, assim, Encontro Síncrono, aí tem o meu nome, aí tem alguns outros links, depois começado no dia 8 de junho, que é hoje, e aí, a descrição do que seria esse encontro e tem um local para todos os comentários e tem um local, uma caixinha, que é para vocês digitarem os comentários.

Mas, infelizmente, eu não estou recebendo comentários nenhum. Aí . . . vai ficar difícil da gente conseguir isso.

Então, eu vou fechar um pouco aqui para vocês não ficarem me vendo aqui à toa, e o que eu precisava passar para vocês, eu estou passando, aí vocês fiquem à vontade e isso está gravado, a qualquer momento que alguém entre, vai conseguir ouvir tudo isso e poder postar perguntas. Então, a gente vai fazer assim.

Oi, aluna 18, recebi sim, você quer fazer alguma colocação?

O aluno 23 é da nossa turma?

Mais alguém vai fazer alguma colocação?

Bem, são oito horas e trinta e um minutos, nós vamos encerrar a transmissão, porque parece que a aluna 18 não está conseguindo mandar mais nada. Há uma outra pessoa que está mandando mensagens também, trata-se do aluno 23, mas também não se identificou e não mandou nenhuma dúvida, então nós vamos encerrar essa transmissão que estará disponível na plataforma. O link para vocês assistirem.

Até a próxima, bons estudos.

### **Encontro Síncrono 3** **22/06/2015 – 19h às 20h**

[ Nesse encontro, vamos conversar sobre as Aulas 1 e 2 do Módulo 2 a partir dos textos, dos resumos e das perguntas enviadas pelos alunos. ]

Olá. São 7h45min, não estou vendo ninguém aqui assistindo. Parece que a aluna 2 estaria assistindo. Vamos aguardar mais alguns minutos, uns cinco minutinhos para ver se alguém manda alguma comunicação para a gente. Ok?

Olá todos! Já temos algumas pessoas assistindo, eu vou colocar para vocês as provocações, porque ninguém mandou nenhuma resposta no fórum a respeito dos resultados. ... então, eu vou colocar aqui, novamente, para vocês pensarem alguns minutinhos e mandarem seus comentários, suas perguntas.

A partir dessas perguntas vocês podem pensar nas respostas e nos comentários ou nas perguntas que vocês queiram fazer. E, aí, vocês enviem-nos os comentários. Estarei aguardando.

Por favor, quem estiver assistindo, pode se identificar? No campo de comentários, e dizendo quem está assistindo esta aula? Estou aguardando os comentários sobre essas perguntas. Ou perguntem sobre esses assuntos da primeira e da segunda aulas do módulo 2. Eu estou aqui, online, aguardando vocês.

É interessante, é, eu frizar para vocês que esse encontros síncronos têm como objetivo que eu ouça um pouco o que vocês querem dizer e me colocar à disposição para comentar e/ou discutir os pontos das aulas. Fica difícil a gente não ter nenhuma participação e vocês estão perdendo a oportunidade de se comunicar com a gente. Então, eu gostaria de pedir a vocês, novamente, mandem os comentários, respostas, sobre as provocações que foram colocadas nos resumos, que foram postados nas plataformas.

Bom! Aluna 2, eu vi a sua pergunta, o seu comentário, você parece que está querendo ouvir um pouco mais sobre a diferença entre reprodução e representação. Você pensa que representar pode fazer sem olhar o objeto e copiar, não!

No caso, então, reproduzir seria você ter as regras e, a partir delas, você faz o desenho.

Então, é como se você dissesse para uma criança desenhar um quadrado, mas você, ao mesmo tempo, fala que um quadrado é uma figura de quatro lados iguais, quatro ângulos iguais, desse jeito . . . desse jeito . . . desse jeito . . .

Ela poderá fazer uma representação, se ela nunca tiver visto um quadrado.

Na reprodução, você já conhece o desenho e, aí, você reproduz. Você precisa também dessas orientações para acertar uma imagem que você já sabe qual é. Então, aí, você está reproduzindo.

Na verdade, a gente não fala muito em representação. A gente está usando representação por ser a tradução do que o Freudenthal trouxe no texto dele.

Nós, num outro dia, tivemos até discutindo isso, aqui no Grupo, a questão da palavra representação.

Uma palavra melhor seria uma exposição. Mas, se a gente entrar no contexto que o Freudenthal colocou para nós, aí sim, nós vamos ter uma diferença entre representação e reprodução. E isso daí, para a gente classificar, a gente está utilizando as palavras dele, a

gente está utilizando-o como base. Se a gente for pensar mais filosoficamente, se a gente for abstrair disso, a gente não iria usar a palavra representação.

É porque faz uma confusão, quando a gente estuda um pouco de Filosofia, com a questão do pensamento de Platão, né? Que as coisas estariam num mundo ideal e a gente faria uma representação dessas coisas.

Mas o que o Freudenthal está falando, usando esse termo, não é propriamente a mesma coisa. Ele não está usando o conceito platonista de representação.

Espero que tenha ajudado alguma coisa.

Gostaria que você fizesse algum comentário em cima desse meu comentário a respeito.

Eu vou voltar a solicitar para vocês, no meu controle, estou vendo aqui que há 5 pessoas assistindo. Eu gostaria que essas pessoas se identificassem. É importante para a gente saber quem são essas pessoas que estão interessadas em assistir a nossa aula. São pessoas do curso? Ou se são outras pessoas de fora?

Olá! Aluna 18, não tinha visto ainda o seu comentário.

Saber o que importa é condição prévia para uma cópia pois uma imagem pode ter uma representação icônica real e pode ser apenas um símbolo. Por essa razão, Freudenthal coloca em dúvida os resultados de pesquisas, quando é dado para uma criança copiar uma figura, mas não lhe é informado o que se é esperado que ela produza.

A questão da cópia é a seguinte: Quando a gente tem uma figura geométrica, ela tem propriedades. Se você não esclarece quais são as propriedades que você precisa ter nessa figura que você vai . . . É como quando a gente trabalha com o Geogebra. Há duas maneiras, sempre, pelo menos duas maneiras, de construir uma figura geométrica no Geogebra. Uma é você, simplesmente, desenhar, e outra é você amarrar com as propriedades daquele objeto.

Seja um quadrado, seja um losango, seja ele qual for. Então, o Freudenthal chama a atenção para que seja feita uma cópia, é preciso que se diga o que é importante nessa cópia.

Porque nem sempre a cópia é perfeita. Mas, se ela tem as propriedades que se queira, né? Se você determina quais são as propriedades que você quer que apareçam.

Agora, uma coisa muito importante é essa questão do icônico e do simbólico.

O icônico é assim, é a criança desenhando com a possibilidade dela, a partir de um objeto mental, a partir de uma imagem mental que ela fez. Então, mesmo ela tendo, por exemplo, uma imagem da mãe, a imagem da família, como imagem mental, ela não consegue desenhar perfeitamente.

Então, por várias questões, uma das questões que o Freudenthal coloca é até por inabilidade dos instrumentos. Mas, também, existe a questão dela não saber ainda fazer, por exemplo, tem a fase das bolinhas, quando a criança chega aos três anos, começa a fazer bolinhas, a partir das bolinhas é que ela começa a desenhar como se fossem rostos, como se fossem corpos.

Antes disso, ela faz muitos rabiscos, ela rabisca, rabisca e não consegue passar para o papel exatamente aquela imagem que ela tinha na cabeça.

Porque, com certeza, a imagem que ela tem na mão é do pai, não são aqueles rabiscos.

Mas aquilo é o que ela consegue expressar.

Então, essa é a fase icônica.

O que a gente fala do desenho simbólico é quando ele é conhecido como um símbolo.

Por exemplo, como uma criança, apesar de morar num edifício, quando se pede para desenhar a casa dele, ele desenha aquela casa com telhadinho, janelinha, porque aquilo é um símbolo da casa.

Há fases em que a criança passa disso e começa a querer desenhar a realidade, ou não, mas, na grande maioria das vezes a criança, quando vai ficando mais madura, vai tentando reproduzir aquilo que vê, muito mais do que como imagem mental.

Então, é isso que ele chama de simbólico icônico. Quando ele fez esse comentário.

Oi, aluna 1, chegou outro comentário seu aqui.

Realmente, a cópia é uma reprodução. É isso! Você está reproduzindo. Reproduzir, a palavra mesma já diz, que é você fazer alguma coisa que você tem o modelo.

Você está reproduzindo aquilo

Então, quando a gente fala, ele tem um comportamento reprodutivo, porque ele está reproduzindo alguma coisa que está vendo outras pessoas se comportarem daquela maneira.

E a cópia é uma reprodução.

É quando você tem um modelo e você vai copiar.

Só que é aquilo que a gente estava falando até agora mesmo, do icônico e do simbólico.

Você pode ter que copiar um objeto mas, se você não sabe as propriedades dele, você copia à sua moda.

E como quando você usa o Geogebra para fazer um quadrado, mas você não usa nenhuma técnica de desenho geométrico para você garantir que aqueles ângulos são retos ou que aqueles lados são iguais. Então, você está fazendo uma cópia de um desenho, de um quadrado, que foi colocado em algum lugar para você desenhar ali. Mas você não sabe quais são as propriedades que precisa para fazer aquela cópia.

Então, o Freudenthal chama a atenção disso. Que, para que seja feito uma cópia real, você tem que passar quais são as informações necessárias para aquele desenho ficar, realmente, uma cópia de um quadrado, de um desenho qualquer, de uma figura geométrica qualquer.

E falando também para você, aluna 2, a aluna 18 também está assistindo. E também já colocou um comentário. E e o que eu falei. Nós temos quatro pessoas assistindo, duas, uma é você e a outra é a aluna 18. Eu não sei quem mais. Ah, bom! Tem mais uma que é o meu marido, que está com o computador ligado, então ele é o terceiro, mas tem mais uma pessoa que ainda não passou nenhum comentário para nós.

Eu queria aproveitar e reforçar o seguinte, como esse vídeo fica gravado no Youtube e os outros alunos vão poder assistir. É importante que vocês façam comentários e perguntas lá no fórum, porque é, mesmo que vocês não consigam conectar, eu já vou entrando e já vou comentando sobre o que vocês colocaram no fórum, então fica muito mais produtivo, fica muito mais rápido e ágil a comunicação.

E também, se vocês não conseguirem se conectar, esse vídeo fica no Youtube e depois vocês vão poder ter as respostas dos comentários que vocês colocaram lá no fórum para mim. Eu acho que, a cada encontro, a gente está conseguindo melhor essa comunicação, parece que, dessa vez, já estão conseguindo mandar comentários para a gente, pode ir respondendo e a intenção é que fique cada vez melhor. Nós vamos ter um último encontro, que vai ser dia 6 de julho, que nós vamos fechar o módulo 2 e nós vamos fechar o curso.

Lembrando sempre que nós temos uma atividade final do módulo 1 que eu acho que, eu não vi novamente agora à noite, mas só tinha duas pessoas que mandaram, e, no módulo 2,

nós vamos ter também uma atividade final e a atividade final do curso, que já foi colocado para vocês.

Prestem atenção que estou sempre colocando vídeos com resumos, com provocações e com perguntas, para vocês estarem se comunicando com a gente, para que a gente tenha uma atividade legal na plataforma também.

Todos esses vídeos, que são transmitidos online, todas essas transmissões online e todos os vídeos ficam lá na plataforma. A qualquer momento, que vocês queiram assistir novamente, eles estão por lá.

Então é, só chamando a atenção de que a gente ainda vai ter mais um, e eu esperava até que esse último fosse bem mais acalorado.

Sim! Realmente, o que a gente coloca, nos quadros negros, para os alunos são cópias.

E a gente tem que estar sempre alerta para as questões das propriedades, das definições das figuras geométricas, para que eles entendam que uma figura geométrica está presa a essas definições, a essas características, de ângulos iguais ou não, lados iguais ou não, que vão dar possibilidade de se estudar outros teoremas, outras propriedades que venham a seguir, com um simples desenho.

Que, na verdade, é uma questão de reprodução. A cópia é uma reprodução, pretende ser uma reprodução perfeita, né? A gente pode pensar assim.

Eu posso reproduzir o que alguma coisa está dita mas, deixar alguma coisa de lado.

Mas uma cópia não. Uma cópia precisa ser uma reprodução perfeita.

De qualquer forma, aluna 2, obrigada também por me ouvir, estou sempre com minha vizinha lá na plataforma com algumas imagens dos resumos. Ainda, esta semana, devo colocar a aula 3, que entrou hoje no ar, a aula 3 e o da aula 4 antes da outra semana do dia 6, antes do nosso próximo encontro. Mas vocês vão observar que tem sempre um fórum para vocês irem colocando, de repente, até a gente ir discutindo alguma coisa ou, então, para eu preparar até alguma coisa mais elaborada para esse nosso encontro, essa nossa transmissão.

Bom. Já são 20 para as 9 . Eu queria só um Ok! de vocês para a gente poder encerrar.

Ah! Tem uma pergunta da aluna 18 na segunda questão, o diálogo é o que ele teve com o Bastian. Onde está o centro da Holanda?

Sim! Sim, aluna 18! É, o diálogo é este.

É aquele que está colocado no resumo, se você olhar lá no resumo que eu coloquei, no filmezinho que eu coloquei que está no youtube, tem o diálogo, né? E a pergunta que é

colocada é, que relação podemos observar entre este diálogo e as possibilidades indicadas no texto do Freudenthal?

Eu faço a sugestão por conta de nossos encontros já ter se estendido né? Que vocês comentem lá no Fórum. Eu vou estar respondendo lá no fórum.

Ou vocês querem falar mais alguma coisa? Podem falar, ainda estou online aqui.

Sim, aluna 2! Tudo que eles vêm de quatro lados, eles acham que é um quadrado. Mas esse tipo de engano, dos alunos, ele pode ser acertado nas aulas de geometria, é importante que a gente reforce essa questão de quadrilátero e qual a diferença entre quadrilátero e quadrado, né? Não é simplesmente, todos são quadrados. Eu costumava, quando dava aulas para os alunos de sexto ano, com relação a essas figuras, assim e puxando deles as propriedades que eles iam me dizendo.

Vamos lá, vamos construir um quadrado. . .

O que é um quadrado?

Ah! um quadrado tem 4 lados, aí eu desenhava um losângo, sei lá, uma outra coisa qualquer, ou um trapézio . . .

Não! Mas não é assim . . . tem que ser igual.

Aí desenhei um losango. . ., não é, tem que ser igual, os ângulos têm que ser iguais, aí desenha um retângulo, mas não é assim! . . .

Até eles chegarem à conclusão de que é preciso que a gente tenha 4 lados e quatro ângulos iguais para a gente ter um quadrado.

É bastante interessante. E as aulas, sempre que elas são conversadas, discutidas e você deixa as crianças falarem, é sempre mais interessante, elas guardam muito mais, do que você simplesmente chapar as definições e os desenhos para eles copiarem e copiarem, sem saber nem o que que eles estão copiando.

A aluna 19 já deu OK

Eu vou aguardar seus comentários lá, aluna 18. Você tem participado bastante lá, com muitos comentários nos fóruns e está sendo muito bom. Sua participação está sendo muito boa.

E aí eu quero saber da aluna 2 se há mais alguma coisa para me perguntar?

Então, aluna 2? Mais algum comentário para fazer? Se quiser também, pode mandar por escrito pelo fórum. A gente vai respondendo também.

Ok! Beleza, então.

Foi muito bom conversar com vocês.

Acho que, dessa vez, a gente está começando a se afinar e vocês estão começando a assistir.

Vamos divulgar isso lá na plataforma, para a gente poder ter uma audiência maior na próxima vez e mais movimentado, mais gente comentando. Eu agradeço a paciência de vocês, a atenção e até uma próxima. Então, Tchau!

### **Encontro Síncrono 4** **07/07/2015 – 19h às 20h**

[ Como tivemos problemas com o som, a gravação foi editada para o entendimento do que foi comentado na transmissão. ]

Boa noite! São 19h33min e nós estamos entrando no ar.

Nós vamos aguardar como sempre uns minutos até que os alunos consigam se conectar para começar o nosso encontro de hoje.

Estamos com problemas técnicos, não estamos conseguindo transmitir. Nós vamos tentar fazer assim.

Hoje nós temos aqui a postagem da aluna 18.

A aluna 18 mandou as postagens em resposta às provocações que nós fizemos no nosso video de resumo. Então, a primeira postagem dela se refere à Geometria Experimental. A Geometria Experimental para crianças deve ser realizada através de material concreto, objetos geométricos, de tal forma que a criança, ao manipular objetos, esteja ao mesmo tempo pensando sobre como ele é feito.

Deve ser estimulada a dar respostas de como pensou sobre este objeto. Mas não devem ser dadas definições para a criança e nem esperar que elas teorizem suas percepções.

Material concreto, o material geométrico, ao ser manipulado, como nós comentamos e como nós lemos lá no que o Freudenthal nos mandou, é que esse material concreto, essa manipulação precisa ser direcionada para observar alguma coisa.

Não é, simplesmente, dar o material e a criança ir manipulando e descobrindo. Ela não tem um direcionamento.

O que ela tem a descobrir?

O que ela tem a pensar sobre aquele material?

O que ela vai ter para achar ali. Ela pode formular sua definição e depois, numa outra sequência, em trabalho exploratório, também com material concreto, pode perceber sua definição que precisa ser reformulada ou ampliada. Mas a nova definição deve estar conectada à anterior.

Todo desenvolvimento do raciocínio lógico está sempre fundamentado no material concreto 3.20.

Aqui é usada a palavra definição, mais de uma vez e o que o Freudenthal sempre nos alertou é que, antes de definir, precisa ser dito à criança o que é definir; trabalhar o que é definir, o que ele entende por definir. Então, ao falar para ele definir alguma coisa, precisa dizer o que é definir. Nos experimentos de Van Hiele, vemos, claramente, que as crianças, já na faixa dos 12 anos, vão construir seu aprendizado em Geometria, a partir do material concreto, sendo primeiramente apresentados alguns objetos e, através da manipulação, vão interagindo com esses objetos. À medida que vão se familiarizando com essas ferramentas da Geometria . . . nos planos, sem que seja dada essa definição, o professor apresenta novas situações para instigar novas descobertas, como no caso do cubo, que, após o reconhecimento dos seus elementos e ângulos retos, passa para as superfícies diagonais desenhando, sobre as superfícies de um cubo de cartão, as diagonais . . . E depois propõe um novo desafio.

Como medir os espaços diagonais? Novamente, o material concreto é que é o apoio para os alunos responderem a essa questão.

O professor insere o material concreto. A professora insere, dentro de um cubo um plano diagonal e os alunos percebem que é um retângulo. Depois vão pedindo que as crianças contem de quantas maneiras podem ser encaixados os retângulos no plano diagonal no cubo.

Isso é a descrição que Dina Van Hiele fez.

O que parece incorreto é usar o material concreto apenas numa fase inicial ou sem o objetivo claro de fazer a criança pensar sobre ele. E, ainda, sem fazer uma conexão com os demais conteúdos que se pretende atingir.

Talvez a parte axiomática?

Muitas vezes, é usado com finalidades artísticas, achando que a criança relacionou conceitos geométricos e já passou pelo seu pensamento.

Como o autor nos fala, a coisa se encaixa, mas as crianças perguntam, por quê? Raramente, uma ou outra criança o fará.

E ela conclui, na Geometria experimental, a possibilidade do desenvolvimento do pensamento geométrico instigando o aluno a fazer descobertas com o uso de material concreto.

Em todas as etapas do conteúdo curricular que se pretende trabalhar, relacionando as descobertas anteriores com as estruturas seguintes. . .

É preciso que a gente determine um limite, aí, quando a gente fala de material concreto, . . ., de que material a gente está falando?

Não são somente as figuras geométricas concretas para os meninos segurarem, até porque uma figura plana não tem como segurar. Vai ter que trabalhar essa figura de outras maneiras, com outros materiais concretos, vamos dizer assim, com outras situações.

Então, é um pouco forte você dizer que geometria experimental é sempre com material concreto. A geometria experimental pode trabalhar com uma série de situações, não sei o que você está chamando de material concreto.

E a segunda postagem que ela faz é sobre a frase, é a chave para a geometria a palavra porquê.

Se o objetivo da geometria é compreender o espaço, então, além da observação das distintas diversas formas que podemos perceber, através de um olhar mais apurado, da beleza das formas simétricas, de objetos construídos seja, artisticamente, ou fabricados para fins utilitários, ou da natureza, deve-se avançar para o rigor científico e aprofundar as relações que existem entre essas formas, sem o que, o Homem jamais teria chegado até distâncias inacessíveis como a da terra à lua.

Como o Homem teria até o espaço sideral? (?)

No estudo em questão, é levar a criança, e até os jovens, a perceber objetos, descobrindo o que está por trás ou aparente. E isto só é possível através de perguntas, como e por que isso acontece. Por que as coisas se encaixam? Por que a menor distância entre dois pontos é uma linha reta? Por que há triângulos em determinadas estruturas? Por que os prédios são, na maioria, blocos retangulares e, a partir da pergunta, por que, o raciocínio geométrico espacial, ou mesmo o raciocínio geométrico plano, vai sendo desenvolvido e o aluno tem a condição de avançar nas questões do pensamento geométrico.

Agora vamos precisar aguardar e ver se alguém tem uma pergunta. Alguém tem alguma pergunta?

Preciso acessar o Youtube pelo outro computador, porque senão dá um conflito e eu não consigo falar. Conforme vou falando, vai aparecendo a outra voz do que eu falei antes e aí as vozes se misturam e dá uma confusão tremenda. Então, eu preciso olhar isso no outro computador. Só aguarda um momentinho, vou ligar o outro computador . . .

Aluna 2, vi sua pergunta. Acho que você estava perguntando se eu ia começar a falar.

Então, já fiz um comentário e estou aguardando agora vocês me mandarem questões ou fazerem perguntas ou, então, colocações para a gente responder.

Posso continuando a falar sobre o que vai acontecer agora, esta é a nossa última aula, hoje é dia 6, mas nós temos até o dia 9, no cronograma do curso, para vocês enviarem as

tarefas e eu estou solicitando ao CECEMCA para deixar o curso em aberto para vocês continuarem mandando até a gente ter uma condição de fechar a avaliação.

Para conseguir fechar a avaliação, estou esperando vocês me enviarem as tarefas para a gente poder providenciar a continuidade do fechamento do curso.

Vamos ver se tem alguém mais mandando alguma coisa.

Eu tenho aqui no meu controle, aqui, que tem mais uma pessoa assistindo, além da aluna 2, não sei quem é, talvez seja a aluna 18, talvez seja a aluna 5, não sei. Seria interessante que a pessoa entrasse em contato . . . logo abaixo, onde você está me vendo na tela, na área de comentários e ali você pode escrever um comentário para mim e enviar. E a gente vai respondendo aqui para vocês.

Eu recebi as atividades finais dos módulos 1 e 2, da aluna 5 e do módulo 1, da aluna 18.

E tem ainda que ser enviado a atividade final do curso.

A aluna 2, em especial, me perguntou se podia continuar.

Pode continuar aluna 2, será interessante você continuar sim. Você está bastante interessada e, outras pessoas, que eu não sei quando, ou se, assistirão a esse vídeo, saibam que estamos com o curso aberto. Ainda dá tempo. Entrem em contato, participem. Nós estamos aqui à disposição.

Todas as participações, na Escola, serão pontuadas e os trabalhos, também, enviados. Lá nós vamos ter uma nota e o aluno precisa de uma nota mínima para receber o certificado. Esse certificado, pela informação que eu tive do CECENCA, vai demorar um pouquinho para pegar, mas vocês vão receber, quem está participando, quem está enviando suas tarefas, quem está comentando e fazendo leituras e se interessando, vai receber esse certificado sim.

Algumas pessoas até já mandaram, há desistência do curso, outros não. Estou até com uma inscrição no Curso. Então a essas pessoas, se tiverem interesse, entrem em contato para a gente tentar resgatar esse tempo.

A outra pessoa que está assistindo, poderá me mandar uma comunicação? Quem é que está assistindo? Por que eu consigo ver que tem 3 pessoas assistindo e não sei quem são. Um é o outro computador ligado aqui e

A outra é a aluna 2. E a outra terceira? Quem é? Entra em contato!

Aluna 18, recebi a sua mensagem sobre o problema do Van Albada.

O Van Albada foi um orientando do Freudenthal e o trabalho dele é, realmente, bem complicado de conseguir. Eu não consegui na Internet o trabalho dele. A gente pode continuar pesquisando mas, na Internet, a gente não consegue. Só indo lá na Holanda, né? Vamos? . . .

Acho que saiu do ar, não sei o que fazer aqui . . . Não sei por que não está . . . A gente está conseguindo transmitir? Parece que sim! Não sei o que que aconteceu com o Canal do Youtube.

De qualquer maneira, eu vou ver se eu acho o texto que fala do Van Albada e a gente trabalha nele junto.

Não tinha . . . Faz as perguntas com antecedência. Aqui ele fala no texto dele, ele não especificou, não detalhou muito o curso do Van Albada, né? Ele falou mais do curso da Dina Van Hiele . . . Simetrias . . . Deixa ver se consigo recuperar a imagem . . . 26.30

Vou tentar responder aqui, . . .

Fica muito complicado para a gente ficar adentrando esse assunto de objetos mentais, porque é uma coisa muito específica e muito ligada à questão de cognição da psicologia, etc.

Então, o que acontece, objeto mental, pensa assim, o que é mental?

Mental está onde?

Mental está na cabeça, a grosso modo, né? Porque a gente sabe que na cabeça não tem nada. A questão é a sinopse lá, na área neural, lá, que as imagens são produzidas, que é produzido o que a gente pensa. Quando a gente pensa, como que a gente visualiza alguma

coisa e isso que a gente está visualizando é o que a gente chama de objeto mental. A grosso modo, seria isso, é o que eu entendi sobre isso.

Vou escrever algumas mensagens aqui para ver se vocês conseguem me responder.

Então, é isso, essa primeira pergunta que pergunta . .

Aí tem a questão da aluna 18, que eu comentei agora, sobre o Van Albada.

Qual é a outra questão que vem?

Eu não sei que material é esse que você está falando, eu vou verificar e te dou uma resposta pelo fórum. Você não está conseguindo acessar, por quê? Por que está dando erro do endereço? Me fala, por que . . . Me manda um e-mail, aluna 18, para a gente poder conversar.

Olha, eu posso fazer uma outra coisa por vocês.

Nós estamos nessa transmissão programada pelo curso, etc. Quem tiver interesse, alguém do curso, a aluna 18, ou a aluna 2, se tiver interesse em conversar comigo melhor sobre essas questões que estão sendo postas, manda um e-mail para mim, pode ser no outro e-mail que vocês têm, meu, no gmail, que a gente conversa, a gente marca um outro dia, um outro horário, em que a gente possa entrar por uma outra via ou numa comunicação direta, assim, no Hangout, em que eu possa colocar vocês como convidadas, e aqui a gente possa falar, porque está dando muito problema técnico e a gente não está sabendo resolver isso.

É uma pena, porque a gente poderia ter grandes diálogos aqui.

Vamos ter . . . não sei por que que a imagem sumiu, do Hangout, estou com a câmera ligada, vou até desligar, religar novamente, ver se é algum problema daqui, mas parece que não é um problema daqui, e parece que não é um problema da transmissão, parece que é um problema do Youtube.

A cada vez, a gente tem um problema diferente, tecnológico e a gente tenta fazer isso para avaliar exatamente essa comunicação pela Internet.

Bom! Um outro assunto é pedir para a aluna 18, que está online, e eu não sei mais quem está entrando, porque há mais duas pessoas que entraram, mas não se identificaram, e eu queria saber sobre a carta que pedi de autorização, que é para ser enviada pelo correio, e

assinada e enviada pelo correio para a gente poder dar esse documento original aqui, escaneado.

. . . sumiu a imagem . . .

e eu não sei se a imagem está indo para ela, se está vindo para cá . . . não sei, está difícil de saber.

Se as outras pessoas estiverem assistindo, ótimo, que aí eu já falei, já respondi, uma porção de coisas.

Eu acho que era isso.

Então, é isso. Que bom que vocês devem estar mesmo me assistindo, eu gostaria que vocês colocassem uma última mensagem para a gente poder fechar esse encontro e eu continuo à disposição para marcar encontros individuais, se vocês preferirem, se vocês quiserem, se vocês tiverem esse tempo e essa disponibilidade, para a gente poder, pelo e-mail, e a gente poder saber, realmente, se estavam assistindo.

Que ótimo, aluna 2 . . .

Mas, eu procurei responder os comentários e foi muito bom o curso, eu acho que com as pessoas que acompanharam, a gente conseguiu conversar sobre assuntos diferentes, com perspectivas diferentes, que é a perspectiva do Freudenthal, mas que eu acho que . . . teve ideias para a gente trabalhar em sala de aula, quando a gente avaliar até o trabalho que a gente está fazendo em sala de aula, como é que está . . .

Então, agora eu vou aguardar vocês mandarem os comentários para poder fechar, efetivamente, o nosso link. Vamos aguardar aqui . . .

Divertido, né? Aluna 2!

Eu espero então ter notícias de vocês. Nós vamos, as outras pessoas não apareceram, não sei quem são, então, tomara que seja gente do curso. Ou tomara que seja gente que tenha se interessado em estudar geometria, com essa dificuldade tecnológica toda que nós temos.

... está dizendo que é uma voz sobrepondo à outra, deve ser, porque foi na hora em que eu abri o som do outro computador, aí fica uma voz sobrepondo à outra. Mas a ideia é que isso não aconteça. Acho que aquela gravação tenha ficado ruim.

E, aluna 18, vamos continuar em pesquisa sobre o Van Albada, e vamos, aluna 2, continuar conversando sobre Objeto Mental.

Quem sabe a gente consegue avançar ainda um pouco sobre isso.

Eu vou continuar então a pesquisar sobre o Van Albada, ver se eu consigo o trabalho dele e, conseguindo, eu mando para vocês. Ok?

Eu espero que não tenha sido tão ruim assim, de qualquer maneira, a gente teve interlocução, vocês querem continuar comentando, podem comentar e aí eu respondo a vocês. Ou pela plataforma ou por aqui mesmo.

Uma boa sorte pra vocês. Espero que vocês tenham, realmente, gostado do curso.

Peço desculpas pelas deficiências tecnológicas, mas algumas coisas estão fora do nosso alcance e a gente, realmente, fica tentando que dê tudo certo.

A gente torce para que dê tudo certo, mas nem sempre a tecnologia nos ajuda a esse ponto.

E, eu vou continuar recebendo as mensagens de vocês e espero que a gente possa continuar nossas conversas, falando sobre geometria ou falando sobre outros assuntos que vocês queiram falar para que a gente possa pesquisar juntos.

Uma boa noite para vocês, bom descanso e um grande abraço.